



武汉大学学报(信息科学版)

*Geomatics and Information Science of Wuhan University*

ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

## 《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目: Ripley' s K 函数方法修正与估计方法比较  
作者: 葛莹, 刘尉, 李勇  
收稿日期: 2022-05-10  
网络首发日期: 2022-05-17  
引用格式: 葛莹, 刘尉, 李勇. Ripley' s K 函数方法修正与估计方法比较[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版).  
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1676.TN.20220516.1904.003.html>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

### 引用格式：

葛莹, 刘尉, 李勇. Ripley's K 函数方法修正与估计方法比较[J]. 武汉大学学报· 信息科学版, 2022. DOI: 10.13203/j.whugis20210451 (GE Ying, LIU Wei, LI Yong. Algorithm Modification and Estimation Comparison of Ripley's K-function[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022. DOI: 10.13203/j.whugis20210451)

## Ripley's K 函数方法修正与估计方法比较

葛莹<sup>1</sup> 刘尉<sup>2</sup> 李勇<sup>1</sup>

1.河海大学地球科学与工程学院, 江苏 南京, 210098

2.河海大学理学院, 江苏 南京, 210098

**摘要：**深入研究空间点格局分析方法, 探讨 Ripley's K 函数应用问题, 梳理其边界效应改正的定义, 综合考虑随机模拟动态性、参数定义合意性、边界改正算法可靠性, 以判定各类边界改正算法的相对优劣。研究发现, 蒙特卡洛模拟对空间点格局分析产生一定影响; 受困于动态性难题, 基于商业软件的空间点格局分析结论随着算法运行而改变, 具有一定的不确定性; 基于 GIS 技术的边界改正算法更具优势, 它把矩形研究区一般性要求, 推广至任意多边形, 使 Ripley's K 函数估计更稳健。

**关键词：**空间点格局分析; Ripley's K 函数; 蒙特卡洛模拟; 边界效应改正; GIS 技术; 柑橘植株营养; 云南省新平县

**中图分类号：**P2-0

Ripley's K 函数形式灵活简便, 凭借其包容性和易估计优势, 在植物学、经济地理学、流行病学等研究中被广泛应用。刻画观测变量的空间点格局模式及其变化特征, 是 Ripley's K 函数的核心功能之一, 其在各领域颇具优势。

在经济地理学方面, 准确分析我国资源集聚的空间点格局模式, 有助于决策者根据区域资源的变化程度来考察地区经济发展状况, 并采取相应对策(如增加交通基础设施)改善资源配置扭曲<sup>[1]</sup>。微观层面, 面对地区存在的保护主义冲击, 研究者通过估算边界效应来测算区域经济一体化程度以此观察撤县(市)设区政策的有效性<sup>[2]</sup>。宏观层面, 有效测度城市分布的空间格局, 对合理制定城市化政策、物质资本和人力资本政策具有重要的参考价值<sup>[3]</sup>。

20 世纪 70 年代, 基于 Ripley's K 函数的空间点格局分析研究逐渐兴起, 形

收稿日期: 2022-05-10

项目资助: 国家自然科学基金项目(41071347); 云南省重大科技专项计划项目(202002AE090010)。

第一作者: 葛莹, 博士, 教授, 主要从事空间数据分析研究。Email: [geying@hhu.edu.cn](mailto:geying@hhu.edu.cn)

成丰富的理论与经验研究成果。理论研究方面，重点是解决 Ripley's K 函数的稳健性<sup>[4-6]</sup>及点过程假设检验<sup>[7]</sup>，并给出多种替代统计量定义<sup>[8]</sup>。经验研究主要集中于三大领域：一是分析产业的空间点格局，早期文献侧重于单变量 K 函数考察产业内部的空间分布模式<sup>[9,10]</sup>，近期研究扩展到双变量 K 函数形式关注产业间的空间分布模式<sup>[11,12]</sup>；二是研究植物的空间点格局，该领域文献众多但分歧较大<sup>[13,14]</sup>，并引起国内研究高度关注<sup>[15]</sup>；三是考察流行病的空间点格局，此类研究长盛不衰<sup>[16,17]</sup>，但国内文献较少涉及。

需要说明的是，采用 Ripley's K 函数推断空间点格局模式能否成功的关键在于所得的结果是否具有统计学意义及良好的物理解释。由于 Ripley's K 函数不具备抗差性，对参数的选择十分敏感，少量的偏差就可能对函数估计结果造成误导性解释<sup>[18]</sup>。因此，使用正确的估计方法，尽量降低或者避免统计偏差对 Ripley's K 函数估计结果造成影响，得出正常模式下的最优或接近最优的估计值，这对于空间点格局的实际应用具有极其重要的意义。

然而，在 Ripley's K 函数的实际应用中，经常会出现空间点格局统计推断与实际结果出现偏差。梳理国内基于 Ripley's K 函数的空间点格局分析研究，发现其存在三方面问题。其一，公式形式及参数选择有误，使分析结论可靠性受损；其二，蒙特卡洛检验不够充分，难以有效揭示空间点格局模式及其变化特征的稳健性；其三，对边缘校正方法的适用范围及相对优劣，缺乏深入系统的比较。有鉴于此，本文对 Ripley's K 函数方法进行专门研究。创新性工作主要体现在：对国内文献中 Ripley's K 函数的公式错误进行修正，评估其对正确公式的背离程度，并说明公式使用存在的问题；细致梳理各类定义之间的关系，综合考虑理论性质及结果稳健性，由数据易得性、估计可靠性、定义合意性三方面给出估计方法的优先顺序，为空间点格局分析的实证研究提供理论参照。

## 1 Ripley's K 函数原理

### 1.1 公式正源

#### 1.1.1 理论描述

Ripley's K 函数最初是由 Ripley<sup>[19,20]</sup>提出的，后又被学者们不断修订和扩展<sup>[21-24]</sup>。该函数主要用于描述地理事件在空间位置上的排列规则<sup>[25]</sup>。Cliff 和 Ord<sup>[26]</sup>

是第一个将 Ripley's K 函数用于地理学领域的研究。

设点过程是完全空间随机分布 (Completely spatially random, CSR), 且点在足够大的无界区域上独立同分布, 则 Ripley's K 函数被定义为

$$K(r) = \frac{1}{\lambda} E(\text{number of points within distance } r \text{ of an arbitrary point})$$

式中,  $E(\cdot)$  是数学期望, 参数  $\lambda$  用于描述单位面积内地理事件发生的平均次数, 即地理事件的密度,  $r \geq 0$ 。

设地理事件的空间点过程近似服从泊松分布, 若研究区包含  $n$  个地理事件, 且研究区面积为  $A$ , 则地理事件的点密度估计式为  $\hat{\lambda} = n/A$ 。于是, Ripley's K 函数的估计式是

$$\hat{K}(r) = \frac{A}{n^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n I_{ij}(r) \quad (1)$$

式中,  $r$  是观测尺度, 示性函数  $I_{ij}$  定义为

$$I_{ij}(r) = \begin{cases} 1, & \text{if } d_{ij} < r \\ 0, & \text{if } d_{ij} \geq r \end{cases}$$

式中,  $d_{ij}$  是观测变量的点  $i$  与点  $j$  之间的距离。

当求解工程问题时, Ripley<sup>[20]</sup>发现, 式 (1) 对该函数估计是有偏的, 于是他给出了该函数的无偏估计式, 即:

$$\hat{K}(r) = \frac{A}{n(n-1)} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n I_{ij}(r) \quad (2)$$

此时, 式 (2) 期望为  $E(\hat{K}(r)) = \pi r^2$ 。当观测变量的空间点格局趋向于均匀分布时,  $\hat{K}(r) < \pi r^2$ ; 当观测变量的空间点格局趋向于集聚分布时,  $\hat{K}(r) > \pi r^2$ 。

为了更直观地描述空间点过程的估计值, Besag<sup>[24]</sup>提出了 L 函数, 其函数形式如下:

$$\hat{L}(r) = \sqrt{\frac{\hat{K}(r)}{\pi}} \quad (3)$$

就泊松过程而言, 式 (3) 的估计值趋向于  $r$ 。应该说, 式 (3) 是式 (2) 的变换方差, 它使得 K 函数线性化。

进一步地, Ripley<sup>[5]</sup>推导出, 式 (3) 近似服从期望为常数, 方差稳定的泊松分布, 即

$$L \sim P(r) \quad (4)$$

由此可以看出, 采用 L 函数可使方差保持稳定, 且它与  $r$  有线性关系。

然而，在 Ripley's K 函数的应用中，由于无法获知总体的概率模型或随机过程，经常不能完成式（3）显著性检验。于是，Besag<sup>[24]</sup>建议，采用蒙特卡洛模拟来实现 L 函数估计的假设检验，因为它能规避随机分布统计假设的不恰当，且检验结果可控、易解释。

### 1.1.2 蒙特卡洛模拟法

经常地，采用蒙特卡洛模拟解决显著性检验的问题<sup>[27]</sup>。为了检验空间点过程的随机性，Besag 和 Diggle<sup>[24]</sup>提供了一个蒙特卡洛模拟的简化版。其基本步骤如下：

- （1）按 CSR 假设生成  $m$  组  $n$  个地理事件的模拟样本；
- （2）逐个计算模拟样本的观测值  $u_m$ ，并从小到大排序  $u_{(1)} < \dots < u_{(m)}$ ，其中  $u_{(i)}$  表示  $u_m$  中第  $i$  小的观测值；
- （3）计算观测样本的观测值  $u_0$ ；
- （4）判断观测值  $u_0$  在模拟样本序列中的位序，并根据给定的显著性水平，确定其显著性。

在实际显著性检验时，经常需要给出 L 函数的数学期望和标准差的估计值。于是，Ripley<sup>[22]</sup>采用蒙特卡洛模拟法，在给定的观测变量情况下，按泊松分布大量重复产生随机空间点过程，并根据式（3）计算 L 函数。在忽略边界效应的前提下，当置信水平  $P = 95\%$  时，空间点过程 L 函数的置信区间为

$$|\hat{L}(r) - r| \leq \frac{1.45}{n}$$

式中， $r \leq r_{max}$ ； $r_{max}$  是 L 函数估计的最大观测尺度。

这里，需要用户自定义三个参数：模拟次数  $m$ 、最小观测尺度  $r_{min}$  以及最大观测尺度  $r_{max}$ 。首先，最重要的参数是  $m$ 。按照 Ripley<sup>[22]</sup>，模拟次数  $m$  的确定与地理事件数目  $n$  相关，即  $m = n^2$ 。例如， $n = 30$ ， $m = 30 \times 30$ 。当地理事件数目  $n$  不大时，模拟次数  $m = 1000$ ，就能保证 L 函数的估计无偏性。

其次，关于最小观测尺度  $r_{min}$  的确定。设观测尺度  $r$  以升序排列，即  $r_{(1)} \leq r_{(2)} \leq \dots$ ，Ripley 和 Silverman<sup>[28]</sup>认为，最小观测尺度应该是  $r_{min} = r_{(1)} = \sup\{r | \hat{K}(r) = 0\}$ 。也就是说，计算 K 函数时，最小观测尺度的  $r_{min}$  设置，应该大

于地理事件间的最短距离。

再者，至于最大观测尺度  $r_{max}$  的定义。Diggle<sup>[29]</sup>认为，在改正边界效应的情况下，该值小于正方形区域的边长 $\sqrt{2}/2$ 时，都能保证 L 函数的估计无偏。尽管如此，Haase<sup>[30]</sup>还是建议，该值设为长方形区域的最短边 1/2 更合适。Getis<sup>[6]</sup>推荐，该值不得大于研究区外包矩形短边的 1/4 长度，否则容易造成 L 函数的估计有偏。

Ripley's K 函数在无界区域的条件下推导而得，但大多空间点过程分析都是在有界区域上完成的，所以边界效应必定会给 L 函数估计带来相当大的偏斜<sup>[31]</sup>。这就是为什么边界效应的改正一直是 Ripley's K 函数应用的重要议题。

### 1.1.3 边界效应改正

传统的边界效应改正包括以下三种方法<sup>[30,32,33]</sup>：

一、超环面法（toroidal correction），由 Ripley<sup>[21]</sup>提出，它的做法是：将正方形区域围成环状，使有界区域转换成无界区域，以此消除边界效应。该方法的缺点是仅适用于正方形区域，且在区域边界附近可能会造成估计偏斜<sup>[32]</sup>。在算法实现时，一般将正方形区域复制八次围绕其邻域平铺<sup>[22,34]</sup>。

二、缓冲法（guard area correction），由 Sterner 等<sup>[35]</sup>提出矩形缓冲法和 Szwagrzyk 和 Czerwczak<sup>[36]</sup>圆形缓冲法，它的做法是：向内或向外生成缓冲区，在估计 Ripley's K 函数时，将落入缓冲区的地理事件作为目标点参与运算。内部缓冲区法的缺点是减少参与运算的地理事件数量，而外部缓冲区法当且仅当研究区外部地理事件的数据可用<sup>[18]</sup>。

三、Ripley 周长法（Ripley's circumference correction），由 Ripley<sup>[20]</sup>提出，Getis<sup>[6]</sup>、Getis 和 Franklin<sup>[37]</sup>发展为算法。具体估计式如下所示：

$$\hat{K}(r) = \frac{A}{n(n-1)} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{l_{ij}(r)}{w_{ij}} \quad (5)$$

式中， $w_{ij}$  是权重，用于消除边界效应的影响。它的做法是：定义权重  $w_{ij}$  为观测尺度圆落入研究区内的周长占整个圆周之比的倒数。该方法的缺点是仅适用于简单的图形，否则计算机算法很复杂。通过一系列简化，Goreaud 和 Pelissier<sup>[38]</sup>将 Ripley 周长法拓展至不规则研究区域。

式（5）引用自 Barff<sup>[10]</sup>、Getis<sup>[6]</sup>文献，ArcGIS 软件的空间点过程分析工具是

按该文献算法编程实现，与 Haase<sup>[30]</sup>文献的表达式略有不同。

Yamada 和 Rogerson<sup>[18]</sup> 分析了上述三种边界效应改正法的统计功效 (statistical power)，研究结论是：就 L 函数估计无偏性而言，超环面法最好，Ripley 周长法次之，缓冲区法最差。当然，该结论建立在正方形区域之上。

在实际应用中，超环面法因它的严苛假设，实用价值不大；至于缓冲区法，若采用内部缓冲区法，由于部分地理事件信息的损失也容易导致统计偏斜，而外部缓冲区法必须获取研究区外部的地理事件数据；Ripley 周长法碍于当时计算机算法实现难度太大，一般采用规则且凸包图形区域完成。例如，矩形<sup>[10]</sup>、凸包区域<sup>[8]</sup>、正方形<sup>[9]</sup>，等等。目前，地理信息系统 (GIS) 的广泛使用，使得复杂地形的边界效应改正成为了可能。

## 1.2 函数应用存在的问题

国内研究对 Ripley's K 函数的应用存在着一定问题。总结如下：

第一，K 函数形式表述错误。

所见形式大多表述为式 (1)。张金屯<sup>[39,40]</sup>、杨洪晓等<sup>[41]</sup>、惠刚盈等<sup>[42]</sup>、李立等<sup>[43]</sup>、沈陈华<sup>[44]</sup>、方忠权<sup>[45]</sup>、余冰等<sup>[46]</sup>、葛莹等<sup>[47]</sup>、胡美娟等<sup>[48]</sup>、王结臣等<sup>[49]</sup>、曾璇等<sup>[50]</sup>、王平等<sup>[51]</sup>、湛东升等<sup>[52]</sup>均采用式 (1)。Getis<sup>[6]</sup>强调，Ripley's K 函数的无偏估计量应该是式 (3)。之后，经过深入研究，葛莹等<sup>[53]</sup>注意到此类公式表述存在错误，并给出修正结果。

用错误公式进行实证分析，难免对统计无偏性产生损害。究其原因，可能是借用现成学术研究结果的“搭便车”行为。我们注意到，国内研究在考察植物的空间点格局时，普遍参照张金屯<sup>[39]</sup>一文。该文采用式 (3)。我们推测，国内空间点格局早期研究的国外参考文献相对稀缺，故其沿袭 Diggle<sup>[29]</sup>文献的写法。之后国内植物种群的相关研究只是没搭上“对路便车”而已。所以，本文特别将 Ripley's K 函数的无偏估计量表述为式 (2)，以期促进正确公式传播，推动有关研究进展。

第二，Ripley's K 函数估算参数的误选。

蒙特卡洛模拟次数过少。国内大多数 Ripley's K 函数的应用均少于 200 次，譬如张金屯<sup>[39]</sup>、张金屯和孟东平<sup>[40]</sup>、张健等<sup>[54]</sup>、牛丽丽等<sup>[55]</sup>、闫海冰等<sup>[56]</sup>、胡尔查等<sup>[57]</sup>、樊登星和余新晓<sup>[58]</sup>、李月飞等<sup>[59]</sup>。仅有极少数采用 1000 次以上，如袁春明等<sup>[60]</sup>。理论上，蒙特卡洛模拟次数与置信区间计算密切相关，次数过少难

免会产生错误的统计推断结论。本文在后面章节中重点阐述由此带来的错误结论。

此外，最大观测尺度的设置，国内只有少数研究注意到估计无偏性的问题，如张金屯<sup>[39]</sup>、张金屯和孟东平<sup>[40]</sup>。至于最小观测尺度的设置，鲜有研究涉及到。究竟何种原因导致国内多数研究没有意识到观测尺度的设置不当会导致 L 函数估计量有偏？可能的原因是，国内研究早期获取国外文献较困难，且英文文献阅读能力不够所致。

第三，边界效应改正的忽略。

采用 Ripley's K 函数进行点空间格局分析的关键是边界效应改正。但国内大部分文献没有明确边界效应的改正，推测是因为采用现成软件计算所致，且边界效应改正法置于技术附录，泯没而无闻。如牛丽丽等<sup>[54]</sup>、李立等<sup>[43]</sup>、胡尔查等<sup>[56]</sup>、任珩等<sup>[61]</sup>、刘旻霞等<sup>[62]</sup>，等等。

值得一提的是，国内也有文献专门探讨了 Ripley's K 函数的边界效应改正法。汤孟平等<sup>[63]</sup>仔细分析了传统的边界效应改正——Ripley 周长法，并采用改进的算法对植物种群分布模式进行深入探讨。时培建等<sup>[64]</sup>提出了 Ripley 周长法的一种新算法，将其推广到任何凸包图形，目的是提高边界效应改正的精度。受到 Ripley 周长法的启发，欧阳芳等<sup>[64]</sup>提出一种新的边界效应改正法——面积改正法，并将其应用在昆虫种群估计分析中。

综上，即使所用 Ripley's K 函数公式无误，实现高精度的边界效应改正仍有困难。症结在于，传统的 Ripley 周长法仅适用于简单的正方形或圆形区域，在没有 GIS 环境中，尚无完美的解决方案。此外，Ripley's K 函数估算往往还由公式参数决定，空间尺度太大或太小，都容易导致估计量有偏。有鉴于此，本文厘清空间点格局分析的应用误区，以期促进正确的方法传播，推动有关研究进展。

## 2 算法实现的修正

国内基于 Ripley's K 函数的种群研究普遍采用现成软件实现对种群的空间点格局分析，如 R 语言程序包 spatstat<sup>[43]</sup>、Programita 生态学软件<sup>[56]</sup>、ADE-4<sup>[41]</sup>等。其中，也有部分研究采用自编程序完成数据分析<sup>[61]</sup>。而地理学研究，主要采用 ArcGIS 软件自带的多距离空间聚类分析(Multi-Distance Spatial Cluster Analysis)工具<sup>[45, 52, 65-66]</sup>。该工具采用 Python 语言开发而成，结合 ArcPy 扩展库，可用于处理复杂的空间图形计算。该算法建立在 Getis 的 1984 年论文<sup>[6]</sup>。它可用于判断

某一距离范围内空间点格局的聚集或离散程度及显著性水平,并用图形方式显示结果。由于计算简单、便捷,深受学者们喜爱。该算法包含4组参数:(1)设置距离范围、距离间隔和起始距离,决定空间点格局描述的精细程度;(2)设置点位还是属性(即权重),决定蒙特卡洛模拟的随机排列模式;(3)设置是否边界效应改正,提供了Ripley周长法、缓冲法和卷积法三种方法,决定统计判断的有效性;(4)设置研究区域,提供了按外包矩形和研究区界线两种方法,决定可计算的空间最大范围。由于Ripley's K函数的显著性判断会受到蒙特卡洛模拟的极大影响,因此需要为每个位置动态生成一组随机排列点位或属性,这是该函数算法实现的重要组成部分。可见,研究区域的大小在决定某位置的Ripley's K函数估算起着重要的作用。

生态学软件的算法没有涉猎,故此不表。本文重点分析ArcGIS软件自带的Ripley's K函数算法,具体说明该算法存在的逻辑错误及缺陷,并给出算法修正的流程图。

## 2.1 蒙特卡洛模拟法修正

在观测的空间点格局模式显著性检验中,经常需要构造一组复杂的随机变量空间场,计算随机空间点格局的数学期望和标准差的估计值。蒙特卡洛模拟恰好是解决这一问题的最佳技术,故Ripley's K函数采用该技术来实现空间随机过程的抽样,以此计算K函数置信区间的上下限数据。需要注意的是,为保证估计结果的可比性,参与K函数计算的数据应来自同一组随机空间点格局。

然而,ArcGIS提供的Ripley's K函数算法却不同。它的程序加载和运行是动态的,仅提供K函数各阶中心矩的即时计算。也就是说,一旦程序运行结束,生成的随机空间点格局实时消亡,毫无保留。在此情形下,K函数显著性检验结果应是该算法运行的一次性产物,具有一定不确定性,无法为观测点格局分析研究提供良好的对比参照。

为此,本文提供面向空间点格局的蒙特卡洛模拟算法,即:依照观测变量的空间点格局,在计算机中采用一定的算法进行抽样,生成相应的随机数,然后按照研究区范围转换为随机点格局;当产生足够多的随机点格局后,再求出K函数的各阶中心矩。最后,在给定的置信水平下,按照K函数的分布就可以求解相应的包络线。

基于蒙特卡洛模拟的随机点格局生成算法流程如图 1 所示。具体说明如下：

(1) 随机数发生器。为了生成随机点格局，必须产生大量的服从(0,1)上均匀分布的随机数。采用 Numpy 库提供的产生伪随机数函数，可使得蒙特卡洛模拟快捷方便。

(2) 当前随机点格局。遍历整个观测点格局，按研究区或观测点格局的外包矩形范围，将上面产生的服从(0,1)上均匀分布的随机数变换成一组满足泊松分布的随机点。

(3) 随机点格局簇。利用上述方法产生一簇随机点格局，再利用 Ripley's K 函数计算相应的 K 值，并求出 K 值的各阶中心矩。

(4) 显著性检验。K 值由小到大排序，对于给定的显著性水平  $\alpha=0.05$ ，若模拟次数=1000，则蒙特卡洛模拟包络线下界为排在第 26 位的 K 值，而包络线上界为排在 975 位的 K 值。

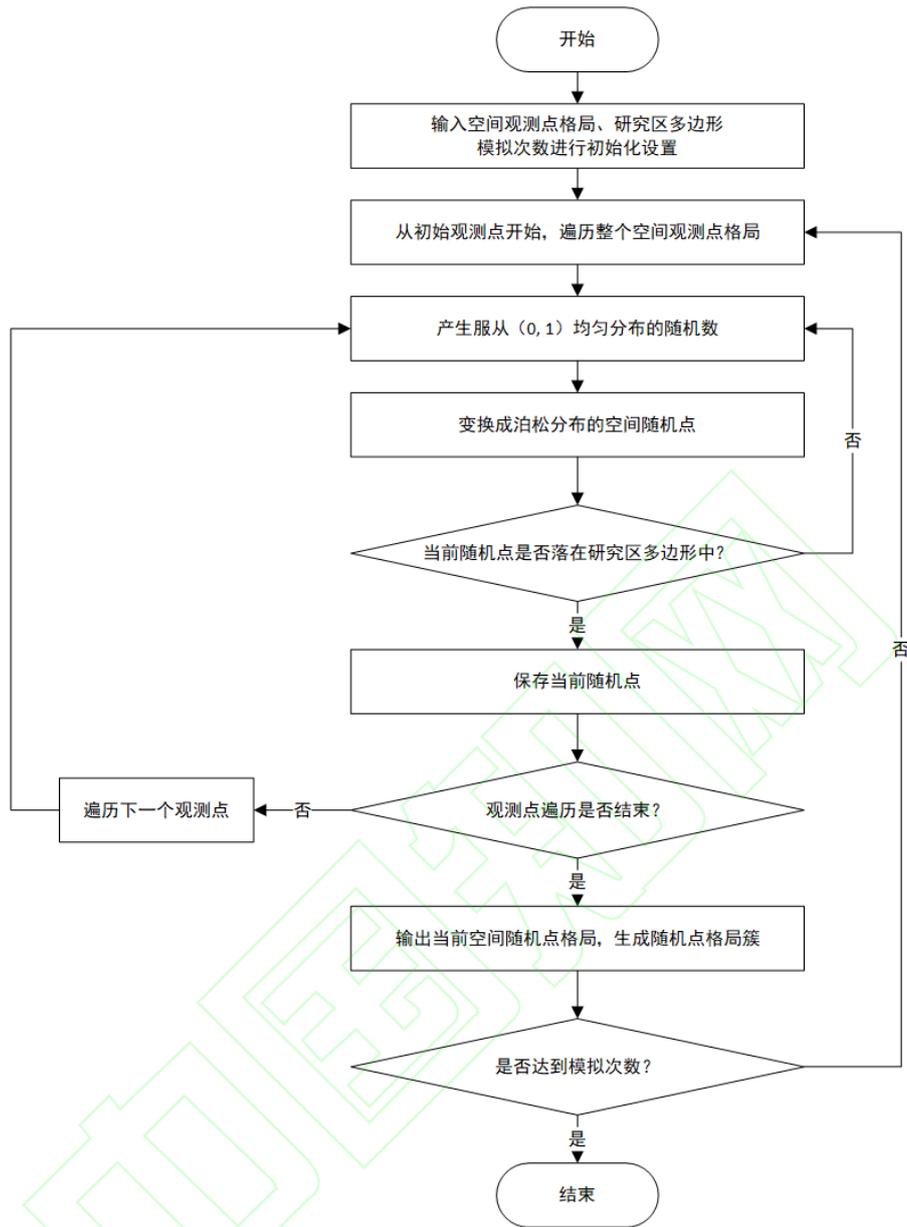


图 1 基于蒙特卡洛模拟的随机点格局生成算法流程图

Fig. 1 Algorithm of Random Point Patter Generator Based on Monte Carlo Simulation

观测变量的空间点格局包括三种模式：随机分布、集聚分布或均匀分布，究竟观测变量属于哪一种空间分布模式，当置信度确定后，观测点格局的估算模式统计检验完全由模拟次数决定。欲提高空间模式判断的精度，可以增大模拟次数。

## 2.2 Ripley's K 函数算法修正

ArcGIS 原有的空间点格局分析 Ripley's K 函数算法，仅用蒙特卡洛模拟法生成“动态的”随机点格局，即：对“同一”观测点格局的统计推断采取不同的随机

点格局,并未考虑观测点格局的模式判别是与生成的随机点格局和模拟次数密切相关的,因而降低了空间点格局分析的可靠性。

由上可知,在最小和最大空间尺度的确定方面,Ripley's K 函数算法需满足一定的条件,即:最小空间尺度需大于观测点格局的点间最短距离,否则 K 估算值毫无意义<sup>[28]</sup>;至于最大空间尺度,该值需小于观测点格局外包矩形的短边 1/4 长度<sup>[6]</sup>或者是短边 1/2 长度<sup>[30]</sup>,否则 L 值估算容易出现统计偏斜。

为此,本文对原有的 Ripley's K 函数算法进行修正,如图 2 所示。本文将整个基于 Ripley's K 函数的空间点格局分析算法分为四个子流程,具体说明如下:

(1) 子流程 1:生成随机点格局,这部分算法请参照图 1 所示。

(2) 子流程 2:确定最小和最大尺度,在图 2 中已详细描述。

(3) 子流程 3:估算 L 随机值,它的修正还应包括边界效应改正算法,这部分内容将在第 3 节详细阐述。

(4) 子流程 4:观测点格局模式判别,本文依据给定的显著性水平  $\alpha$ ,按照 Anselin<sup>[66]</sup>建议的包络线上下界确定方式,将随机点格局的 L 估算值由小到大排序后生成。

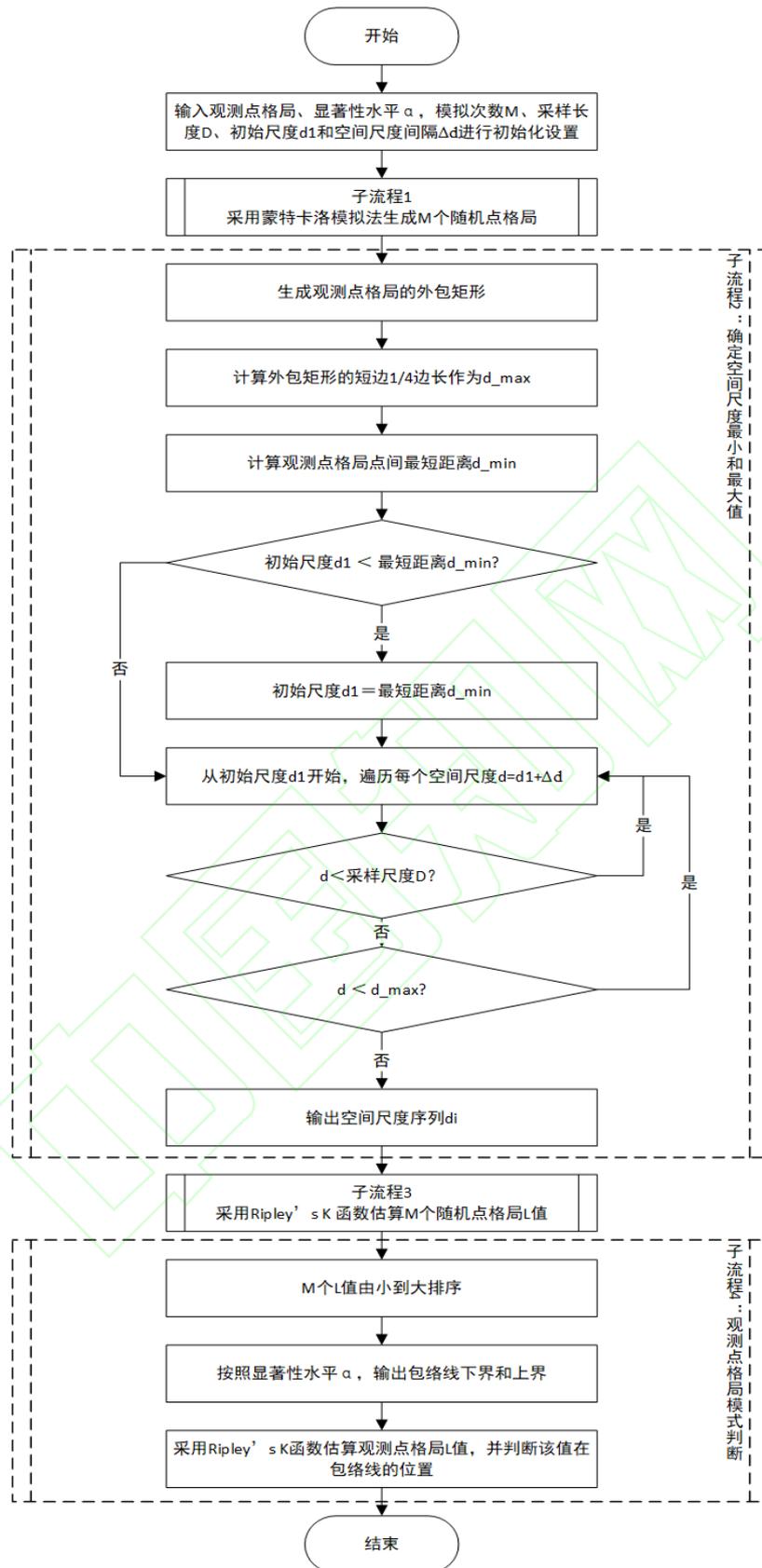


图 2 Ripley's K 函数修正算法的流程图

Fig. 2 Flow Chart of Modified Algorithm on Ripley's K-function

### 2.3 边界效应改正算法修正

鉴于 Ripley's K 函数包含研究区多边形的计算,受图形复杂性制约,其边界效应改正很难求出具体的数学表达式。根据多边形处理方式的不同,可分为卷积法 (toroidal correction)、缓冲法 (inner or outer guard area correction)、Ripley 周长法 (Ripley's circumference correction)。Yamada and Rogerson<sup>[18]</sup>认为,卷积法的边界效应纠偏最有效,Ripley 周长法和缓冲法紧随其后。其中,卷积法是理论方法,而缓冲法统计偏差又较大。比较而言,Ripley 周长法更实用,它采用几何算法实现。本文推出基于 GIS 的 Ripley 周长法 (简称:GIS 周长法)。

在 Ripley 周长法中,一般采用规则图形 (如矩形、圆形) 代替任意多边形,给出边界效应改正的精确算法<sup>[63,64]</sup>。事实上,在 GIS 环境中任意多边形都是等价的。原因在于,GIS 周长法可直接计算处于研究区外部分圆的面积,而与其对应的几何算法只能间接计算这部分面积。以 GIS 周长法替代 Ripley 周长法,便于处理研究区图形的一般情形,允许凸或凹多边形任意变化;缺点在于:当多边形复杂度增加时,图形计算时间较长。

Ge 等<sup>[67]</sup>提供了 GIS 周长法的算法实现。由图 3 可知,作为对 Ripley 周长法的扩展,GIS 周长法在空间点格局分析中更受青睐。Ripley 周长法往往面临复杂多变的计算情形,因此利用 GIS 操作:缓冲分析和叠置分析,简便又可靠。其核心改进在于,允许研究区多边形变化且允许观测圆与研究区相交产生一系列新的图形。此外,放松图形要求且不受多边形凹凸包影响,也是其重要优势。

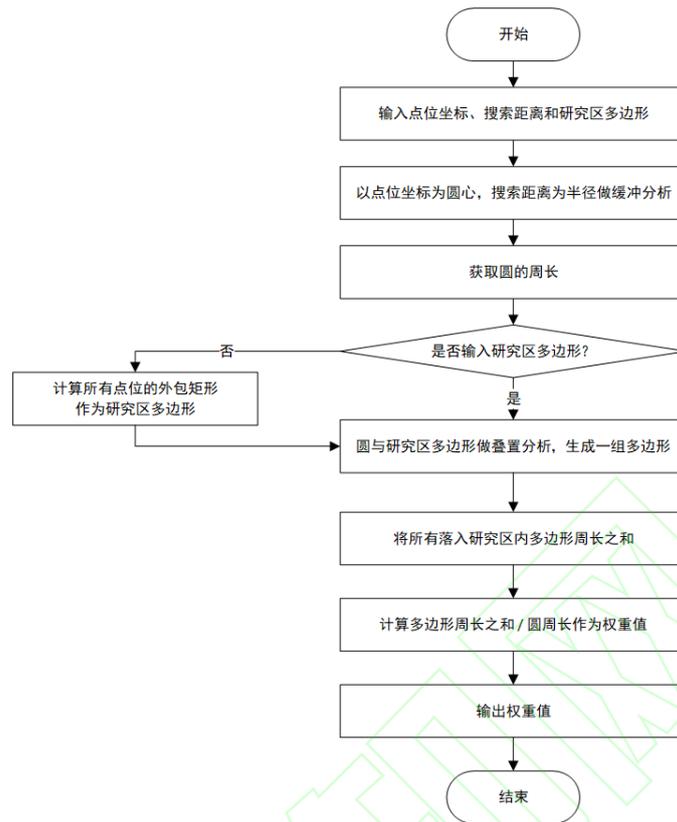


图 3 基于 GIS 的 Ripley's 周长改正的算法 (GIS 周长法)

Fig.3 Algorithm of Ripley's Circumference Correction Based on GIS (GIS Circumference Method)

欧阳芳等<sup>[68]</sup>受 Ripley's 周长法启发，提出了一种新的边界效应改正法，称之为 GIS 面积法，即观测圆落入研究区内的面积部分与整个观测圆面积之比。据推测，可能由于算法实现的难度较大，所以该方法受到的关注不多。在 GIS 环境下其图形计算与 GIS 周长法类似，不再赘述。

需要说明的是，无论是 GIS 周长法，还是 GIS 面积法，上述算法适用于任何形状的研究区，矩形研究区是该算法的一种特例。

### 3 Ripley's K 函数估计方法比较：以柑橘数据为例

#### 3.1 数据说明

为了提高柑橘品质，分析作物施肥状况，在新平县某柑橘种植园约 2.4km<sup>2</sup> 范围内，布设了 34 个采样点（如图 4 所示），采样点间最短距离为 95m，对柑橘植株营养开展遥感无损检测研究。采样点位置以 GPS 坐标采集，再将其投影至平

面坐标。平面坐标系统选用 WGS 1984 Web Mercator Auxiliary Sphere。柑橘叶片营养元素数据采集时间为 2020 年 7 月。



图 4 柑橘种植研究区

Fig.4 Study Area of Citrus Planting

分析时，采用两种算法：一是 ArcGIS 提供的 Ripley's K 函数算法（简称：ArcGIS 算法），另一是 Python 自编的 Ripley's K 函数修正算法（简称：修正算法）。完成三组试验：（1）采用传统算法比较模拟次数对 L 值包络线上下界的影响；（2）传统算法与修正算法对比，分析蒙特卡洛模拟动态性对空间点格局分析的影响；（3）采用修正算法，观察边界效应对研究区不规则图形的影响。

参数设置：空间尺度的起始距离 100m、间隔 25m；最大距离不大于研究区外包矩形长边 1/4，即 300m；蒙特卡洛模拟最大次数设为 1000，这也是 ArcGIS 算法能提供的最大模拟数。

## 3.2 结果分析

### 3.2.1 试验 1：蒙特卡洛模拟次数的影响

以柑橘园边界为分析范围，在无边界效应改正情况下，采用 ArcGIS 算法，分别按蒙特卡洛模拟次数 10 次和 1000 次两种情况，计算柑橘植株磷元素 L 值

及其包络线，以评估模拟次数对 Ripley's K 函数估计的影响（图 5）。

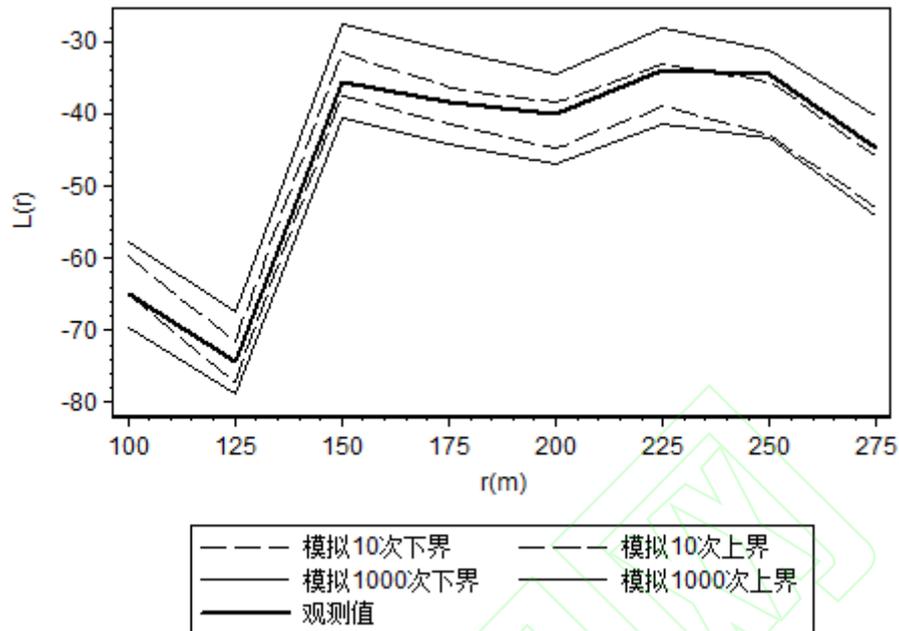


图 5 蒙特卡洛模拟次数的影响

Fig.5 Influence of Monte Carlo Simulation Number

如图 5 所示，包络线与蒙特卡洛模拟次数相关。模拟次数越多，包络线上下界宽度就越大。这将对空间点格局模式显著性分析产生影响。就观测 L 估算值（粗实线表示）而言，在尺度 250m 处，观测 L 估算值超出了模拟 10 次上界，研究结论是柑橘磷元素点格局是弱集聚模式；但基于模拟 1000 次，观测 L 估算值位于其上下界内，研究结论却是柑橘磷元素点格局是随机模式。依据统计学大数定律，蒙特卡洛模拟次数越多，推断结论准确性也越高。

在应用 Ripley's K 函数进行空间点格局分析时，尽量增加蒙特卡洛模拟次数。国外大多文献的结论都是基于蒙特卡洛模拟至少 2000 次做出的<sup>[19,69]</sup>。我们提供的修正算法能任意设置模拟次数，但为了与 ArcGIS 算法的计算结果进行比较，本文将修正算法的模拟次数最大设为 1000。

### 3.2.2 试验 2：蒙特卡洛模拟动态性的影响

以采样点外包矩形为分析范围，在无边界效应改正的情况下，按蒙特卡洛模拟 1000 次的标准，采用 ArcGIS 提供的算法，分别计算柑橘植株氮元素 L 值包络线各三次。以包络线值反映蒙特卡洛模拟变化程度（图 6）。

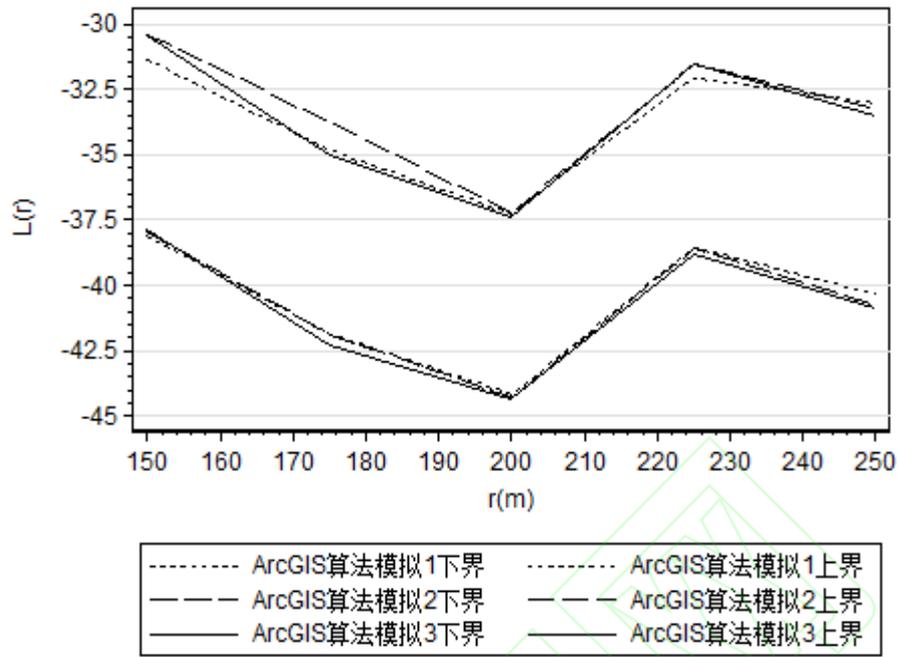


图 6 蒙特卡洛模拟动态性的影响

Fig.6 Influence of Monte Carlo Simulation Dynamics

图 6 显示，ArcGIS 算法三次模拟具有不同程度的变化，且变化程度在不同尺度之间差别明显。采用 ArcGIS 软件做观测点格局分析，算法程序运行并不稳定，模式显著性判断对算法运行结果高度敏感。主要发现为：利用 ArcGIS 算法估计 Ripley's K 函数，三次模拟结果的包络线各不相同。众所周知，观测点格局模式判断高度依赖计算的包络线，若 Ripley's K 函数每次模拟的包络线不同，所得的估计结果缺乏稳健性。

进一步地，为了比较 ArcGIS 算法和修正算法的稳健性，分别采用两种算法计算柑橘叶片氮元素 L 值包络线各一次，计算结果如图 7 所示。

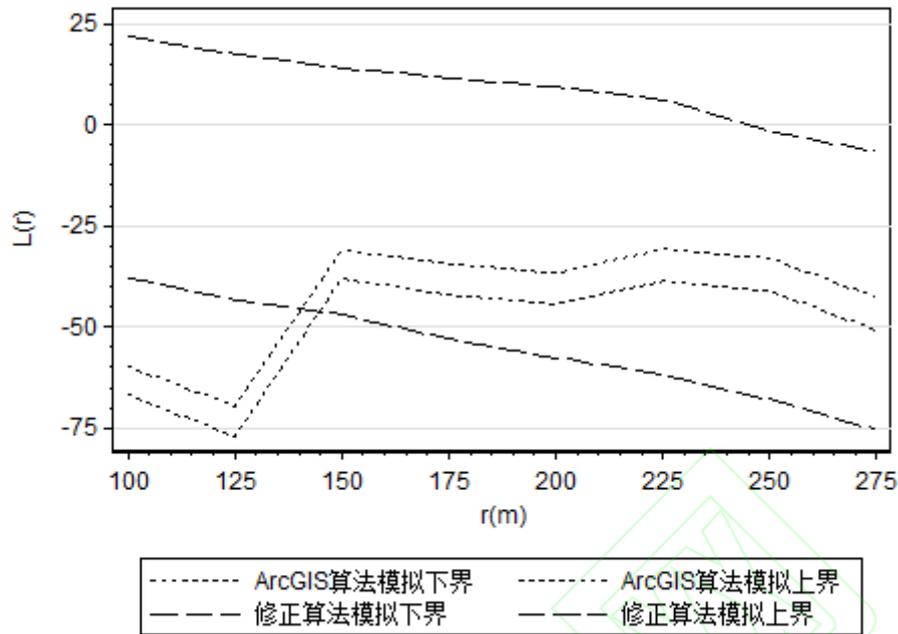


图 7 ArcGIS 算法和修正算法的比较

Fig.7 Compare between ArcGIS Algorithm and Modified Algorithm

由图 7 可知，两种算法所获得的模拟结果完全不同。ArcGIS 算法与修正算法的模拟上下界完全不同，这是因为 ArcGIS 算法在模拟空间点格局时，仅仅随机了点位的属性值（即叶片的氮元素），违背了 Ripley's K 函数的原理<sup>[20]</sup>。针对 ArcGIS 算法的问题，自编的修正算法既随机了点位又随机了属性值，所以修正算法的模拟上下界更准确。

由于 ArcGIS 商业软件目前使用较为普遍，国内文献基于 ArcGIS 软件获得的研究结论还需斟酌。

### 3.2.3 边界效应改正算法的影响

为更好地观察边界效应改正算法对空间点格局分析的影响，以研究区任意多边形为分析范围，采用自编的 Python 算法，先生成 1000 个随机点格局，再在边界效应无改正、Ripley 周长法、GIS 周长法、面积改正法四种边界情形下，在 5% 显著性水平下，估算柑橘叶片氮元素 L 函数上、下界值。为更清晰分析边界效应改正算法的不同，将上述四种算法的上界值减去下界值，得出包络线宽度值，如图 8 所示。

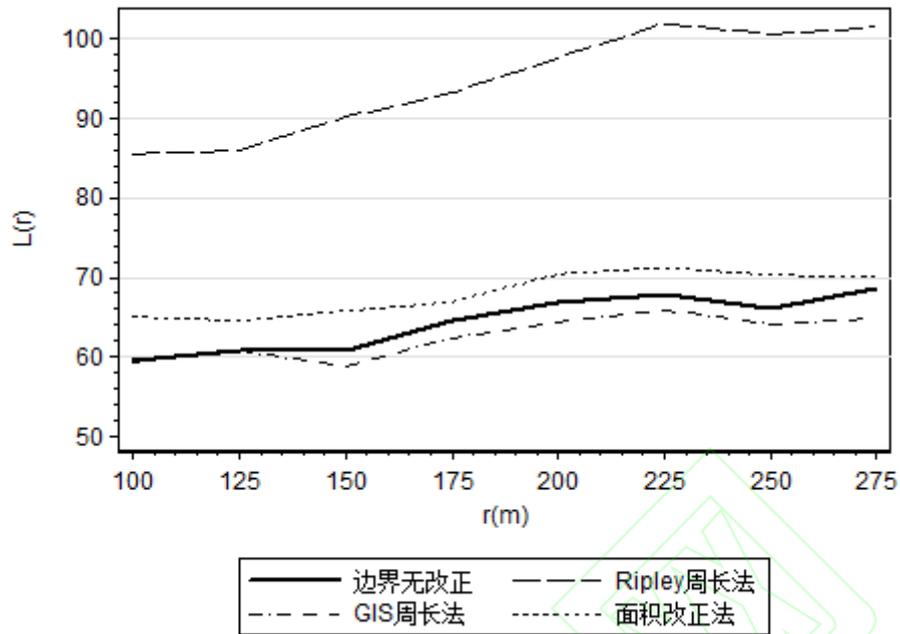


图 8 边界效应改正算法的比较

Fig.8 Compare between Edge Effect Correction Algorithms

由图 8 可知，在研究区任意多边形的约束条件下，三种边界效应改正算法计算结果不尽相同，不具有相似的变化趋势。其中，Ripley 周长法随着尺度增加 L 模拟值的宽度也持续增大，其边界效应改正明显不足且统计功效水平较低。至于 GIS 周长法和面积改正法，两者曲线均呈现缓慢向下趋势，上下界曲线逐渐趋同。比较而言，面积改正法随着尺度增加下降趋势更多一些，从一个侧面说明该算法具有更强的统计功效，表现出更好的稳健性<sup>[18]</sup>。

综合曲线走势与曲线闭合程度，面积改正法改正效果最好，其稳健性稍高于 GIS 周长法，这两种改正算法都比 Ripley 周长法明显更强。

#### 4 结论与展望

通过对 Ripley's K 函数算法估计问题的专门研究，得到如下结论：

第一，ArcGIS 的 Ripley's K 函数算法能设定 3 种蒙特卡洛模拟次数，分别是 10 次、100 次和 1000 次，对应的显著性水平为 10%、5%和 1%。研究表明，基于蒙特卡洛模拟的观测点格局分析结论，往往与模拟次数设置存在较大关系。一般问题是模拟次数越少，L 函数估计容易出现跳跃值；给定观测样本容量约束

下,会导致严重的空间点格局误判问题,甚至在个别尺度上模式判断结论完全不同。

第二, ArcGIS 的 Ripley's K 函数算法不提供模拟点格局的存储。也就是说,针对同一观测点格局, ArcGIS 算法程序每次运行,蒙特卡洛模拟结果不同,因而所获得的包络线上下界不同,判断结论也随之不同。基于 ArcGIS 算法的空间点格局分析,其研究结论的可靠性很难保证。利用 Python 自编算法程序,生成一系列固定的随机点格局,由于待估 L 函数值动态性明显减少,可有效克服空间点格局分析不确定性。

第三, ArcGIS 的 Ripley's K 函数算法提供 3 种边界修正法,分别是 Ripley 周长法、缓冲法和卷积法。其中,卷积法是理论方法,在实际应用中不太适用。Ripley 周长法、缓冲法比较适用于规则图形的研究区。当研究区为任意多边形时,面积改正法改正边界效应堪称首选,此时该算法凭借其计算结果的稳健性,较 GIS 周长法及 Ripley 周长法更胜一筹。当然,如果不会在 GIS 环境下编写 Python 程序,商业软件提供的 Ripley 周长法也是可行的选择。对边界效应改正方法的选择,还应考虑研究问题的具体背景和数据情况。

## 参 考 文 献

- [1] Liu Shenglong, Hu Angang. Transportation Infrastructure and Regional Economic Integration in China[J]. *Economic Research Journal*, 2011, 46(3): 72-82 (刘生龙, 胡鞍钢. 交通基础设施与中国区域经济一体化[J]. 经济研究, 2011, 46(3): 72-82)
- [2] Li Xun, Xu Xianxiang. Impact Analysis of Turning Counties(Cities) into Districts to the Urban Economic Growth in China[J]. *Acta Geographica Sinica*, 2015, 70(8): 1202-1214 (李郇, 徐现祥. 中国撤县(市)设区对城市经济增长的影响分析[J]. 地理学报, 2015, 70(8): 1202-1214)
- [3] Wang Xiaolu. Urbanization Path and City Scale in China: An Economic Analysis[J]. *Economic Research Journal*, 2010, 45(10): 20-32 (王小鲁. 中国城市化路径与城市规模的经济学分析[J]. 经济研究, 2010, 45(10): 20-32)
- [4] Besag J. Discussion of Dr Ripley's Paper [J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*. 1977, 39: 193-195
- [5] Ripley B D. Tests of 'Randomness' for Spatial Point Patterns[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1979, 41(3): 368-374
- [6] Getis A. Interaction Modeling Using Second-Order Analysis[J]. *Environment and Planning*

- A: Economy and Space*, 1984, 16(2): 173-183
- [7] McIntire E J B, Fajardo A. Beyond Description: The Active and Effective Way to Infer Processes from Spatial Patterns[J]. *Ecology*, 2009, 90(1): 46-56
- [8] Sweeney S H, Feser E J. Plant Size and Clustering of Manufacturing Activity[J]. *Geographical Analysis*, 2010, 30(1): 45-64
- [9] Marcon E, Puech F. Evaluating the Geographic Concentration of Industries Using Distance-Based Methods[J]. *Journal of Economic Geography*, 2003, 3(4): 409-428
- [10] Barff R A. Industrial Clustering and the Organization of Production: A Point Pattern Analysis of Manufacturing in Cincinnati, Ohio[J]. *Annals of the Association of American Geographers*, 1987, 77(1): 89-103
- [11] Arbia G, Espa G, Quah D. A Class of Spatial Econometric Methods in the Empirical Analysis of Clusters of Firms in the Space[J]. *Empirical Economics*, 2008, 34(1): 81-103
- [12] Ge Y, Pu Y X, Sun M D. Alternative Measure of Border Effects across Regions: Ripley's K-Function Method[J]. *Papers in Regional Science*, 2021, 100(1): 287-302
- [13] Perry G L W, Miller B P, Enright N J. A Comparison of Methods for the Statistical Analysis of Spatial Point Patterns in Plant Ecology[J]. *Plant Ecology*, 2006, 187(1): 59-82
- [14] Law R, Illian J, Burslem D F R P, et al. Ecological Information from Spatial Patterns of Plants: Insights from Point Process Theory[J]. *Journal of Ecology*, 2009, 97(4): 616-628
- [15] Ma Zhibo, Xiao Wenfa, Huang Qinglin, et al. A Review of Point Pattern Analysis in Ecology and Its Application in China[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2017, 37(19): 6624-6632  
(马志波, 肖文发, 黄清麟, 等. 生态学中的点格局研究概况及其在国内的应用[J]. *生态学报*, 2017, 37(19): 6624-6632)
- [16] Gottwald T R, Sun X A, Riley T, et al. Geo-Referenced Spatiotemporal Analysis of the Urban Citrus Canker Epidemic in Florida[J]. *Phytopathology*, 2002, 92(4): 361-377
- [17] Polonsky J A, Martínez-Pino I, Nackers F, et al. Descriptive Epidemiology of Typhoid Fever during an Epidemic in Harare, Zimbabwe, 2012[J]. *PLoS One*, 2014, 9(12): e114702
- [18] Yamada I, Rogerson P. An Empirical Comparison of Edge Effect Correction Methods Applied to K -Function Analysis[J]. *Geographical Analysis*, 2003, 35(2): 97-109
- [19] Ripley B D. The Second-Order Analysis of Stationary Point Processes[J]. *Journal of Applied Probability*, 1976, 13(2): 255-266
- [20] Ripley B D. Modelling Spatial Patterns[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1977, 39(2): 172-192
- [21] Ripley B D. The analysis of geographical maps[M]// Exploratory and explanatory statistical analysis of spatial data. Dordrecht: Springer, 1979: 53-72
- [22] Ripley B D. Spatial Statistics [M]. New York: Willey, 1981

- [23] Diggle P J. Statistical Methods for Spatial Point Patterns in Ecology [J]. *Spatial and Temporal Analysis in Ecology*, 1979, 95-150
- [24] Besag J, Diggle P J. Simple Monte Carlo Tests for Spatial Pattern[J]. *Applied Statistics*, 1977, 26(3): 327
- [25] Getis A. second-Order Analysis of Point Patterns: The Case of Chicago as a multi-Center Urban Region[J]. *The Professional Geographer*, 1983, 35(1): 73-80
- [26] Cliff A D, Ord J K. Spatial Processes – Models and Applications [M]. London: Pion, 1981
- [27] Hope A C A. A Simplified Monte Carlo Significance Test Procedure[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1968, 30(3): 582-598
- [28] Ripley B D, Silverman B W. Quick Tests for Spatial Interaction[J]. *Biometrika*, 1978, 65(3): 641-642
- [29] Diggle P J. Statistical Analysis of Spatial Point Patterns [M]. London: Academic Press, 1983
- [30] Haase P. Spatial Pattern Analysis in Ecology Based on Ripley's K-Function: Introduction and Methods of Edge Correction[J]. *Journal of Vegetation Science*, 1995, 6(4): 575-582
- [31] Griffith D A. The Boundary Value Problem in Spatial Statistical Analysis[J]. *Journal of Regional Science*, 1983, 23(3): 377-387
- [32] Diggle P J. Statistical Analysis of Spatial Point Patterns (2nd ed) [M]. London, UK: Arnold, 2003
- [33] Wiegand T, Moloney K A. Rings, Circles, and Null-Models for Point Pattern Analysis in Ecology[J]. *Oikos*, 2004, 104(2): 209-229
- [34] Upton G, Fingleton B. Spatial Data Analysis by Example. Volume 1: Point Pattern and Quantitative Data [M]. New York, NY: J. Wiley & Sons, 1985
- [35] Sterner R W, Ribic C A, Schatz G E. Testing for Life Historical Changes in Spatial Patterns of Four Tropical Tree Species[J]. *The Journal of Ecology*, 1986, 74(3): 621
- [36] Szwagrzyk J, Czerwczak M. Spatial Patterns of Trees in Natural Forests of East-Central Europe[J]. *Journal of Vegetation Science*, 1993, 4(4): 469-476
- [37] Getis A, Franklin J. Second-Order Neighborhood Analysis of Mapped Point Patterns[M]// Perspectives on Spatial Data Analysis. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010: 93-100
- [38] Goreaud F, Pélissier R. On Explicit Formulas of Edge Effect Correction for Ripley's  $K$  - Function[J]. *Journal of Vegetation Science*, 1999, 10(3): 433-438
- [39] Zhang Jintun. Analysis of Spatial Point Pattern for Plant Species[J]. *Acta Phytoecologica Sinica*, 1998, 22(4): 344-349 (张金屯. 植物种群空间分布的点格局分析[J]. 植物生态学报, 1998, 22(4): 344-349)
- [40] Zhang Jintun, Meng Dongping. Spatial Pattern Analysis of Individuals in Different Age-

- Classes of *Larix Principis-Rupprechtii* in Luya Mountain Reserve, Shanxi, China[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2004, 24(1): 35-40 (张金屯, 孟东平. 芦芽山华北落叶松林不同龄级立木的点格局分析[J]. 生态学报, 2004, 24(1): 35-40)
- [41] Yang Hongxiao, Zhang Jintun, Wu Bo, et al. Point Pattern Analysis of *Artemisia Ordosica* Population in the Mu us Sandy Land[J]. *Journal of Plant Ecology*, 2006, 30(4): 563-570 (杨洪晓, 张金屯, 吴波, 等. 毛乌素沙地油蒿种群点格局分析[J]. 植物生态学报, 2006, 30(4): 563-570)
- [42] Hui Gangying, Li Li, Zhao Zhonghua, et al. The Comparison of Methods in Analysis of the Tree Spatial Distribution Pattern[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2007, 27(11): 4717-4728 (惠刚盈, 李丽, 赵中华, 等. 林木空间分布格局分析方法[J]. 生态学报, 2007, 27(11): 4717-4728)
- [43] Li Li, Chen Jianhua, Ren Haibao, et al. Spatial Patterns of *Castanopsis Eyrei* and *Schima Superba* in Mid-Subtropical Broad-Leaved Evergreen Forest in Gutianshan National Reserve, China[J]. *Chinese Journal of Plant Ecology*, 2010, 34(3): 241-252 (李立, 陈建华, 任海保, 等. 古田山常绿阔叶林优势树种甜槠和木荷的空间格局分析[J]. 植物生态学报, 2010, 34(3): 241-252)
- [44] Shen Chenhua. Spatial Distribution Scale Characteristics of Rural Settlements and Analysis on Influencing Factors in Danyang City[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2012, 28(22): 261-268 (沈陈华. 丹阳市农村居民点空间分布尺度特征及影响因素分析[J]. 农业工程学报, 2012, 28(22): 261-268)
- [45] Fang Zhongquan. The Agglomeration Characteristics and Influencing Factors of Exhibition Enterprises in Guangzhou[J]. *Acta Geographica Sinica*, 2013, 68(4): 464-476 (方忠权. 广州会展企业空间集聚特征与影响因素[J]. 地理学报, 2013, 68(4): 464-476)
- [46] She Bing, Zhu Xinyan, Guo Wei, et al. Spatial Distribution and Evolution of City Management Events Based on the Spatial Point Pattern Analysis: A Case Study of Jiangnan District, Wuhan City[J]. *Progress in Geography*, 2013, 32(6): 924-931 (余冰, 朱欣焰, 芮维, 等. 基于空间点模式分析的城市管理事件空间分布及演化: 以武汉市江汉区为例[J]. 地理科学进展, 2013, 32(6): 924-931)
- [47] Ge Ying, Zhu Guohui, Wang Huachen, et al. Pattern and Impact of Urban Spatial Distribution in Zhejiang Province Based on Ripley's K Function[J]. *Scientia Geographica Sinica*, 2014, 34(11): 1361-1368 (葛莹, 朱国慧, 王华辰, 等. 基于 Ripley's K 函数浙江城市空间格局及其影响分析[J]. 地理科学, 2014, 34(11): 1361-1368)
- [48] Hu Meijuan, Li Zaijun, Hou Guolin, et al. Multi-Scale Spatial Patterns Characteristic of Rural Tourism Attractions in Jiangsu Province[J]. *Economic Geography*, 2015, 35(6): 202-208 (胡美娟, 李在军, 侯国林, 等. 江苏省乡村旅游景点空间格局及其多尺度特征

- [J]. 经济地理, 2015, 35(6): 202-208)
- [49] Wang Jiechen, Lu Min, Yuan Zhenyu, et al. Point Pattern Analysis of ATMs Distribution Based on Ripley's K-Function Method in Nanjing City[J]. *Scientia Geographica Sinica*, 2016, 36(12): 1843-1849 (王结臣, 卢敏, 苑振宇, 等. 基于 Ripley's K 函数的南京市 ATM 网点空间分布模式研究[J]. 地理科学, 2016, 36(12): 1843-1849)
- [50] Zeng Xuan, Cui Haishan, Liu Yihua. Analysis on Spatial Distribution Characteristics of Restaurant Based on Network Spatial Point Model[J]. *Journal of Geo-Information Science*, 2018, 20(6): 837-843 (曾璇, 崔海山, 刘毅华. 基于网络空间点模式的餐饮店空间格局分析[J]. 地球信息科学学报, 2018, 20(6): 837-843)
- [51] Wang Ping, Li Fang, Yang Qingpei, et al. Point Pattern Analysis of Spatial Distribution of Ragweed Population in Jiangxi Province Based on Ripley's K Function and Taylor's Power Law[J]. *Journal of Plant Protection*, 2019, 46(1): 130-135 (王平, 李芳, 杨清培, 等. 基于 Ripley's K 函数和 Taylor 幂法则的江西省豚草种群空间分布的点格局分析[J]. 植物保护学报, 2019, 46(1): 130-135)
- [52] Zhan Dongsheng, Zhang Qianyun, Zhang Wenzhong, et al. Spatial Agglomeration and Location Choice Factors of Real Estate Enterprises in Hangzhou City[J]. *Progress in Geography*, 2021, 40(5): 736-745 (湛东升, 章倩芸, 张文忠, 等. 杭州市房地产企业空间集聚特征与区位选择[J]. 地理科学进展, 2021, 40(5): 736-745)
- [53] Ge Ying, Miron J, Pu Yingxia, et al. Dividing Economic Space into Urban Agglomerations Using the Marginal K Function: A Case Study of the Yangtze River Delta Region[J]. *Acta Geographica Sinica*, 2015, 70(4): 528-538 (葛莹, John Miron, 蒲英霞, 等. 基于边际 K 函数的长三角地区城市群经济空间划分[J]. 地理学报, 2015, 70(4): 528-538)
- [54] Zhang Jian, Hao Zhanqing, Song Bo, et al. Spatial Distribution Patterns and Associations of *Pinus Koraiensis* and *Tilia Amurensis* in Broad-Leaved Korean Pine Mixed Forest in Changbai Mountains[J]. *Chinese Journal of Applied Ecology*, 2007, 18(8): 1681-1687 (张健, 郝占庆, 宋波, 等. 长白山阔叶红松林中红松与紫椴的空间分布格局及其关联性[J]. 应用生态学报, 2007, 18(8): 1681-1687)
- [55] Niu Lili, Yu Xinxiao, Yue Yongjie. Spatial Patterns of Different Age-Class Individuals in *Pinus Tabulaeformis* Forest in Songshan Nature Reserve of Beijing, China[J]. *Chinese Journal of Applied Ecology*, 2008, 19(7): 1414-1418 (牛丽丽, 余新晓, 岳永杰. 北京松山自然保护区天然油松林不同龄级立木的空间点格局[J]. 应用生态学报, 2008, 19(7): 1414-1418)
- [56] Yan Haibing, Han Youzhi, Yang Xiuqing, et al. Spatial Distribution Patterns and Associations of Tree Species in Typical Natural Secondary Mountain Forest Communities of Northern China[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2010, 30(9): 2311-2321 (闫海冰, 韩有志,

- 杨秀清, 等. 华北山地典型天然次生林群落的树种空间分布格局及其关联性[J]. 生态学报, 2010, 30(9): 2311-2321)
- [57] Hu Ercha, Wang Xiaojiang, Zhang Wenjun, et al. Age Structure and Point Pattern of *Butula Platyphylla* in Wulashan Natural Reserve of Inner Mongolia[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2013, 33(9): 2867-2876 (胡尔查, 王晓江, 张文军, 等. 乌拉山自然保护区白桦种群的年龄结构和点格局分析[J]. 生态学报, 2013, 33(9): 2867-2876)
- [58] Fan Dengxing, Yu Xinxiao. Spatial Point Pattern Analysis of *Quercus Variabilis* and *Pinus Tabulaeformis* Populations in a Mountainous Area of Beijing[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2016, 36(2): 318-325 (樊登星, 余新晓. 北京山区栓皮栎林优势种群点格局分析[J]. 生态学报, 2016, 36(2): 318-325)
- [59] Li Yuefei, Chen Lin, Li Xuebin, et al. Point Pattern Analysis of an *Artemisia Scoparia* Seedling Population under Different Soil Conditions in a Desert Steppe[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2019, 39(17): 6273-6281 (李月飞, 陈林, 李学斌, 等. 荒漠草原不同土壤条件下猪毛蒿幼苗种群的点格局分析[J]. 生态学报, 2019, 39(17): 6273-6281)
- [60] Yuan Chunming, Meng Guangtao, Fang Xiangjing, et al. Age Structure and Spatial Distribution of the Rare and Endangered Plant *Alcimandra Cathcartii*[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2012, 32(12): 3866-3872 (袁春明, 孟广涛, 方向京, 等. 珍稀濒危植物长蕊木兰种群的年龄结构与空间分布[J]. 生态学报, 2012, 32(12): 3866-3872)
- [61] Ren Heng, Zhao Chengzhang, An Lijuan. Spatial Point Patterns of *Stellera Chamaejasme* and *Stipa Krylovii* Populations in Degraded Grassland of Noxious and Miscellaneous Types Based on Ripley's  $K(r)$  Function[J]. *Journal of Arid Land Resources and Environment*, 2015, 29(1): 59-64 (任珩, 赵成章, 安丽涓. 基于 Ripley 的  $K(r)$  函数的“毒杂草”型退化草地狼毒与西北针茅种群空间分布格局[J]. 干旱区资源与环境, 2015, 29(1): 59-64)
- [62] Liu Minxia, Xia Sujuan, Nan Xiaoning, et al. Distribution Pattern of *Caragana Roborovskyi* Population Based on Ripley's  $K(r)$  Function[J]. *Arid Zone Research*, 2019, 36(3): 606-613 (刘旻霞, 夏素娟, 南笑宁, 等. 基于 Ripley's  $K(r)$  函数的荒漠锦鸡儿种群分布格局[J]. 干旱区研究, 2019, 36(3): 606-613)
- [63] Tang Mengping, Tang Shouzheng, Lei Xiangdong, et al. Edge Correction of Ripley's  $K(d)$  Function on Population Spatial Pattern Analysis[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2003, 23(8): 1533-1538 (汤孟平, 唐守正, 雷相东, 等. Ripley's  $K(d)$  函数分析种群空间分布格局的边缘校正[J]. 生态学报, 2003, 23(8): 1533-1538)
- [64] Shi Peijian, Ge Feng, Yang Qingpei, et al. A New Algorithm of the Edge Correction in the Point Pattern Analysis and Its Application[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2009, 29(2): 804-809 (时培建, 戈峰, 杨清培, 等. 点格局分析中边缘校正的一种新算法及其应用[J]. 生

态学报, 2009, 29(2): 804-809)

- [65] Luo Jun, Sun Zhenqi, Zhang Xuebin. Analysis of the Characteristics and Changes of Landscape Pattern of Oasis in Ganzhou District of Zhangye City Based on Ripley's K Function[J]. *Research of Soil and Water Conservation*, 2019, 26(4): 224-231 (罗君, 孙振元, 张学斌. 基于 Ripley's K 函数的绿洲景观格局演变分析: 以张掖市甘州区为例 [J]. 水土保持研究, 2019, 26(4): 224-231)
- [66] Zhang Weikang, Zheng Rongbao, Hong Runping. Distribution Characteristics and Landscape Pattern of Rural Residential Areas: A Case Study of Jieyang City Based on GIS[J]. *Journal of Subtropical Resources and Environment*, 2021, 16(1): 89-94 (张炜康, 郑荣宝, 洪润平. 基于 GIS 的农村居民点分布特征及景观格局研究: 以揭阳市为例 [J]. 亚热带资源与环境学报, 2021, 16(1): 89-94)
- [67] Ge Y, Sun M D, Pu Y X. Geographic Information System-Based Edge Effect Correction for Ripley's K -Function under Irregular Boundaries[J]. *Geographical Research*, 2019, 57(4): 436-447
- [68] Ouyang Fang, Ge Feng, Yuan Zheming, et al. Edge Correction of Point Pattern Analysis'function and Its Application on Spatial Pattern Analysis of Insect Population[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2009, 29(4): 1804-1813 (欧阳芳, 戈峰, 袁哲明, 等. 点格局分析函数的边缘校正及其在昆虫种群格局分析中的应用 [J]. 生态学报, 2009, 29(4): 1804-1813)
- [69] Anselin L. Local Indicators of Spatial Association-LISA[J]. *Geographical Analysis*, 2010, 27(2): 93-115

## Algorithm Modification and Estimation Comparison of Ripley's K-function

GE Ying<sup>1</sup>, LIU Wei<sup>2</sup>, LI Yong<sup>1</sup>

(1.School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing 210098;  
2.College of Science, Hohai University, Nanjing 210098)

**Abstract:** The Ripley's K-function has widely been applied for many fields such as ecology, criminology, and geography. Because of the mathematical confusion of spatial point processes, the corresponding papers contain many errors in measuring the distributions of spatial objects. This paper contributes to an improved understanding for the application for Ripley's K-function.

The focus is first on the estimation methods of spatial point pattern analysis based on Ripley's K-function. The formula of Ripley's K-function is corrected, then various definitions of edge effect correction methods applied for the K-function analysis are detailed compared. The relative merits of various algorithm methods are identified by considering the dynamicity of random point pattern, the definition desirability of parameters, and estimation reliability of edge correction methods. The modified algorithms have been employed for the point pattern analysis of the fruit plants in Xinning County, Yunnan Province. The results show: the number of Monte Carlo simulations has a great influence over the analysis of the observed point patterns. Trapped in the dynamicity problems, significance tests of observed patterns are changed that is responsible for changes in Ripley's K-function measures with uncertainty as ArcGIS software package running. There are advantages of modified algorithms of edge effect correction, the rectangle of study areas is generally extended to complex shape that is robust enough.

**Keywords:** spatial point pattern analysis; Ripley's K-function; Monte Carlo simulations; edge effect correction; GIS functionality; citrus plant nutrition; Xinning County of Yunnan Province

**First author:** Ge Ying, PhD, professor, specializes in spatial data analysis. E-mail: geying@hhu.edu.cn.

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China (41071347); the Major Project of Science and Technology of Yunnan Province (202002AE090010).

**网络首发:**

**标题:** Ripley's K函数方法修正与估计方法比较

**作者:** 葛莹, 刘尉, 李勇

**DOI:** 10.13203/j.whugis20210451

**收稿日期:** 2022-05-10

**引用格式:**

葛莹, 刘尉, 李勇. Ripley's K 函数方法修正与估计方法比较[J]. 武汉大学学报· 信息科学版, 2022. DOI: 10.13203/j.whugis20210451 (GE Ying, LIU Wei, LI Yong. Algorithm Modification and Estimation Comparison of Ripley's K-function[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022. DOI: 10.13203/j.whugis20210451)

**网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别, 请以正式出版文件为准!**

您感兴趣的其他相关论文:

**集成多源地理大数据感知城市空间分异格局**

刘瑜, 詹朝晖, 朱递, 柴彦威, 马修军, 邬伦

武汉大学学报·信息科学, 2018, 43(3): 327-335

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20170383>

