



武汉大学学报(信息科学版)  
*Geomatics and Information Science of Wuhan University*  
ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

## 《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目: 高精度 DEM 建模的加权径向基函数插值方法  
作者: 高原, 朱娅男, 陈传法, 胡占占, 胡保健  
收稿日期: 2021-09-03  
网络首发日期: 2021-10-09  
引用格式: 高原, 朱娅男, 陈传法, 胡占占, 胡保健. 高精度 DEM 建模的加权径向基函数插值方法[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版). <https://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1676.TN.20211009.1203.003.html>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字符、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

## 引用格式：

高原, 朱娅男, 陈传法, 等. 高精度DEM建模的加权径向基函数插值方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2021, DOI: 10.13203/j.whugis20210100 (GAO Yuan, ZHU Yanan, CHEN Chuanfa, et al. A Weighted Radial Basis Function Interpolation Method for High Accuracy DEM Modeling [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2021, DOI: 10.13203/j.whugis20210100)

# 高精度 DEM 建模的加权径向基函数插值方法

高原<sup>1</sup> 朱娅男<sup>2</sup> 陈传法<sup>1\*</sup>胡占占<sup>1</sup>胡保健<sup>1</sup>

1 山东科技大学测绘与空间信息学院, 山东 青岛, 266590

2 济南市不动产登记中心, 山东 济南, 250000

**摘要：**在数字高程模型 (Digital Elevation Model, DEM) 建模过程中, 经典空间插值方法均没有考虑断裂线附近的局部地形特征影响, 使得断裂线局部区域高程被平滑, 从而导致地形特征失真。为了解决该问题, 本文构造了一种顾及断裂地形特征的定权方法, 并以径向基函数 (Radial Basis Function, RBF) 为插值算子, 提出了加权径向基函数方法。在实验分析中, 以 10 组 ISPRS 公共数据和 1 组山体滑坡区域的机载激光雷达点云数据为例, 借助本文方法构建样区 DEM, 并将计算结果与标准 RBF 及传统插值算法 (如反距离加权法、克里金法、约束不规则三角网法) 进行比较。精度分析表明, 不论采样点数为多少, 本文方法计算精度均优于其他插值方法。对 DEM 山体阴影图分析表明, 相较于传统插值方法, 本文方法能较好的保持断裂线局部地形特征。

**关键词：**数字高程模型; 断裂线; 径向基函数; 插值; 机载激光雷达点云

中图分类号: P207

文献标识码: A

数字高程模型 (Digital Elevation Model, DEM) 是利用有限的高程数据实现对地球表面的数字化模拟<sup>[1-2]</sup>。地球表面通常在陡坎, 冲沟, 梯田等处出现突变或转折, 这些突变或转折被称为地形特征线或断裂线。DEM 构建过程中, 断裂线作为地表形态特征的数字化表达, 极大地影响着 DEM 的真实性与精度, 因此, 为了生产高精度 DEM, 减少地形地貌特征的失真, 需要发展断裂线保持的地形建模算法<sup>[3-4]</sup>。

按照数学性质不同, 断裂线可以分为跳跃 (Jump) 断裂线和折痕 (Crease) 断裂线。跳跃断裂线处地表高程不连续, 但法向量连续, 如路沿、陡崖、冲沟; 折痕断裂线处地表高程连续, 但法向量不连续, 如山谷线、山脊线等。目前, DEM 构建中对断裂线的处理方法可以分为两类: 一是利用已知的断裂线作为约束条件辅助 DEM 内插, 二是在未知断裂线的情况下, 充分考虑断裂地形特征,

将原始地面点直接插值为 DEM<sup>[5]</sup>。关于断裂线约束插值方面, 相关研究人员发展了一系列算法, 例如, 刘学军<sup>[6]</sup>提出了一种改进的不规则三角网 (TIN) 约束边嵌入算法, 该算法在构建 TIN 过程中加入断裂约束, 从而有效的保持了地形特征。Hingee<sup>[7]</sup>将断裂设计为相邻网格之间的断开, 通过改变表面二阶方程的系数将断裂线合并到多分辨率薄板样条插值算法中, 获得了具有不连续地貌特征的高质量 DEM; Xia<sup>[8]</sup>提出了一种断裂线保持的插值填补方法, 该算法首先从原始点云中提取道路边线, 然后通过约束泊松插值对道路 DEM 空洞进行填补, 有效的还原了真实路沿表面。朱莹<sup>[9]</sup>将断裂线分为硬断裂线和软断裂线, 处理软断裂线时采用修改异侧采样点权重的方法, 处理硬断裂线时采用排除异侧采样点的方法。尽管上述算法思路简单, 精度较高, 但是, 目前并没有有效的方法可以从原始数据中自动准确提取地形断

---

收稿日期: 2021-09-03

项目资助: 国家自然科学基金项目 (41804001); 山东省自然科学基金项目 (ZR2020YQ26, ZR2019MD007, ZR2019BD006); 山东省高等学校青创科技支持计划 (2019KJH007)。

第一作者: 高原, 硕士, 主要从事空间数据插值方法研究。gao\_yuan001@yeah.net

通讯作者: 陈传法, 博士, 教授, 主要从事数字地形建模、激光雷达点云数据处理研究。chencf@lreis.ac.cn

裂线，整个过程人工干预程度高、计算量大。

断裂特征保持的插值方法的关键为如何合理利用断裂线附近的采样点，基于此，Chen等<sup>[10]</sup>提出了一种用于DEM构建的点云特征保持降噪算法，该方法充分考虑了断裂线两侧采样点的法向量差异，包括了点云法向量估计、法向量滤波、采样点位置更新三个步骤。与传统方法相比，该方法对峰、谷等折痕断裂线有较强的保持能力，但该算法无法有效保持诸如断崖、路沿等跳跃边缘，严重限制了其推广应用。

为了克服上述算法的缺陷，本文以较高精度的径向基函数为插值算子，发展了一种顾及地形断裂的加权径向基函数方法。新方法充分利用了断裂线附近采样点的梯度和方向信息，首先，通过捕捉每个采样点的结构张量，自适应计算采样点与待求点的距离，然后利用该距离对每个采样点赋予合适的权重，最终利用加权插值实现DEM建模。与传统断裂线约束内插方法相比，该算法无需事先提取断裂线，减少了工作量，故有较好的实用性。

本文首先推导加权RBF插值计算公式，然后引入采样点定权策略，并给出新算法的整体流程，最后用实例数据检验本文方法的计算结果精度。

## 1 模型与算法

### 1.1 加权 RBF 插值

RBF 插值模型可以概括为，在每个插值中心处构建径向距离对称的基函数，并对其进行线性加权组合。RBF 是一种光滑插值方法，具有结构简单和维度扩展等优点<sup>[11-12]</sup>。RBF 插值可以分为全局 RBF 插值和局部 RBF 插值。全局 RBF 插值中样区全部已知点参与计算，当数据量大时，插值矩阵易出现病态且计算量庞大<sup>[13]</sup>；局部 RBF 插值只选取待插值点周围一定数量的采样点参与计算，在一定程度上解决了全局 RBF 插值出现的计算量问题<sup>[14]</sup>。因此，本文采用局部 RBF 对 DEM 进行建模。

对于任意待插点  $x$ ，设有  $n$  个邻域采样点  $\{x_i, f(x_i)\}_{i=1}^n$  参与插值，则 RBF 插值模型可以表示为：

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi(\|x - x_i\|_2) \quad (1)$$

式中， $\varphi(\|x - x_i\|_2)$  为径向基函数； $\|x - x_i\|_2$  为待插值点到采样点的欧氏距离； $\alpha_i$  为插值系数，本文中  $n$  个邻域点借助  $kd$ -tree<sup>[15]</sup> 查找。目前，常用的基函数包括高斯函数、薄板样条函数、张力样条函数、高次曲面函数、反高次曲面函数等，本文采用高斯径向基函数进行后续实验，其表达式为：  
 $\varphi(\|x - x_i\|_2) = \exp(-\|x - x_i\|_2^2 / (2\sigma^2))$ ，其中  $\sigma$  为形态参数，控制基函数的平滑能力<sup>[16]</sup>。

式 (1) 的矩阵形式可以表示为：

$$\mathbf{f} = \Phi \boldsymbol{\alpha} \quad (2)$$

$$\text{式中, } \mathbf{f} = [f_1 \ \cdots \ f_n]^T; \boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \ \cdots \ \alpha_n]^T; \\ \Phi = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \cdots & \varphi_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{n1} & \cdots & \varphi_{nn} \end{bmatrix}.$$

当待插点位于断裂线附近时，若断裂线两侧采样点的权重相同，会导致断裂线局部区域高程被平滑。因此，处理断裂线区域地形特征时，必须赋予各采样点合理的权重。加权后的 RBF 目标函数可表示为：

$$\min_{\boldsymbol{\alpha}} (\mathbf{f} - \Phi \boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{W} (\mathbf{f} - \Phi \boldsymbol{\alpha}) + \lambda \boldsymbol{\alpha}^T \Phi \boldsymbol{\alpha} \quad (3)$$

式中， $\lambda$  为光滑参数； $\mathbf{W}$  为由采样点权重组成的  $n \times n$  对角阵， $\mathbf{W} = \text{diag}(w_1, \dots, w_i)$ ， $w_i$  表示第  $i$  个采样点的权重。

设  $\mathbf{F} = (\mathbf{f} - \Phi \boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{W} (\mathbf{f} - \Phi \boldsymbol{\alpha}) + \lambda \boldsymbol{\alpha}^T \Phi \boldsymbol{\alpha}$ ，对  $\mathbf{F}$  求关于  $\boldsymbol{\alpha}$  的导数得：

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = -(\mathbf{f} - \Phi \boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{W} \Phi + \lambda \boldsymbol{\alpha}^T \Phi = 0 \quad (4)$$

即：

$$(\Phi + \lambda \mathbf{W}) \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{f} \quad (5)$$

由式 (5) 可以获加权 RBF 模型系数  $\boldsymbol{\alpha}$ ，将系数带入式 (2) 即可估计待插点的高程，进而实现曲面模拟。标准 RBF 可以看做加权 RBF 的特殊情况，即所有点权重为 1，此时  $\mathbf{W}$  为  $n$  阶单位矩阵。

### 1.2 顾及地形断裂的定权方法

根据空间相关性，距离采样点越近的点对插值影响越大。因此，如果以欧氏距离作为空间距离度量，则待插点周围各邻域点的权重为各向同性，即距离待插点相近的两点权重相近，而不管是否含有地形断裂线

(图 1a), 由此势必导致插值结果失真。理论上, 当待插点位于断裂线附近时, 断裂线同侧采样点权重应大于异侧点, 因此需要通过适当调整采样点与待插点的距离改变其权重  $w$  (图 1b), 具体可表示为:

$$w_i = \exp(-\hat{d}_i/h) \quad (6)$$

式中,  $h$  为控制参数;  $\hat{d}_i$  表示第  $i$  个采样点到插值点的各向异性距离, 其定义为:

$$\hat{d}_i = [\Delta x \quad \Delta y] \mathbf{H} [\Delta x \quad \Delta y]^T \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{H}$  为结构张量,  $\Delta x$ 、 $\Delta y$  分别为采样点到待插点  $x$ 、 $y$  方向坐标差。

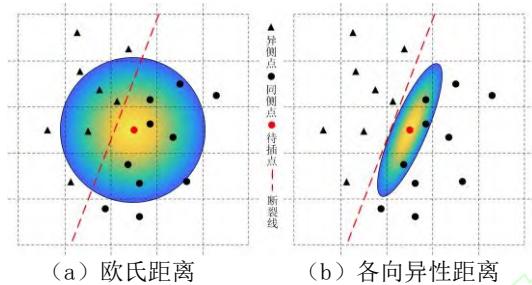


图 1 两种距离度量下, 邻域采样点权重分布示意图  
Fig.1 The Weight Distribution of Neighborhood Sampling Points under Two Distance Measures

结构张量  $\mathbf{H}$  包含有采样点局部梯度与方向信息, 可以有效描述断裂地形附近高程变化<sup>[17-18]</sup>, 采样点  $x_i$  的结构张量定义为:

$$\mathbf{H}_i \approx \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m g_{x_i}^2 & \sum_{i=1}^m g_{x_i} g_{y_i} \\ \sum_{i=1}^m g_{y_i} g_{x_i} & \sum_{i=1}^m g_{y_i}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中,  $m$  为邻域点数目;  $g_x$  和  $g_y$  分别为邻域点  $x$ 、 $y$  方向的梯度, 其值可以通过采样点局部邻域估计获得<sup>[19]</sup>。

由于 RBF 需要求逆计算模型系数  $\alpha$  (式 (5)), 当邻域点  $g_x$  和  $g_y$  值相近时会导致结构张量  $\mathbf{H}$  求逆过程出现病态, 由此导致计算结果不稳定<sup>[20-21]</sup>。因此, 不能通过式 (8) 直接计算结构张量的值。为了解决该问题, 本文设计了一种正则化方法, 首先获取  $\mathbf{H}$  的分量, 并将  $\mathbf{H}$  参数化, 然后通过计算  $\mathbf{H}$  的主方向, 获取各参数的值, 最终获得稳健的张量矩阵。对  $\mathbf{H}$  进行正交分解可得:

$$\mathbf{H}_i = \delta_i \mathbf{G}_{\theta_i} \mathbf{R}_i \mathbf{G}_{\theta_i}^T$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\theta_i} &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_i &= \begin{bmatrix} \rho_i & 0 \\ 0 & \rho_i^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{G}_{\theta_i}$  为旋转矩阵;  $\mathbf{R}_i$  为拉伸矩阵。由式 (9) 可知, 张量矩阵由参数  $\delta$ 、 $\theta$ 、 $\rho$  共同决定, 分别控制矩阵的缩放、旋转和拉伸 (图 2)。

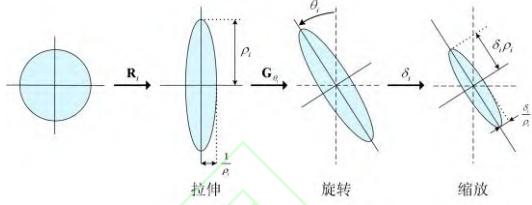


图 2 各参数对模型影响示意图  
Fig.2 The Influence of Various Parameters on The Model

由式 (7) - (9) 定义可知, 各向异性距离具有以下特点: 1) 沿断裂线切向分布的采样点与待求点的距离小于沿法向分布的采样点; 2)  $\mathbf{H}$  的值取决于邻域采样点的梯度分布, 并通过参数  $\delta$ 、 $\theta$ 、 $\rho$  控制。为了计算参数  $\delta$ 、 $\theta$ 、 $\rho$ , 需要获取  $\mathbf{H}$  的主方向, 对局部梯度矩阵进行奇异值分解 (SVD) 可得:

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ g_{x_i} & g_{y_i} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{P}_i \mathbf{S}_i \mathbf{V}_i \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} s_1 & 0 \\ 0 & s_2 \end{bmatrix}$ ,  $s_1 \geq s_2$ ,  $s_2$  为主方向的特征值;  $\mathbf{V}_i$  表示  $\mathbf{S}_i$  对应的特征向量,  $\mathbf{V}_i = [\mathbf{V}_1 \quad \mathbf{V}_2]$ 。当采样点位于平坦区域时,  $s_1 \approx s_2 \approx 0$ ; 当待求点位于地形断裂附近时,  $s_1 \ll s_2$ 。为了避免出现不合理的特征值, 需要对  $s_1$ 、 $s_2$  进行归一化处理, 定义归一化度量为:

$$c = \frac{(s_1 - s_2)^2}{(s_1 + s_2)^2 + \lambda'}, \quad c \in [0, 1] \quad (11)$$

式中,  $\lambda'$  为正则化参数, 用于限制  $c$  的值在合理范围内。归一化后的  $s_1$ 、 $s_2$  为:

$$s_1 = 1, \quad s_2 = \begin{cases} 1 & c \leq \bar{c} \\ t e^{-c} & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\bar{c}$  为归一化控制参数,  $t$  为常数。当  $c \leq \bar{c}$  时, 张量矩阵退化为各向同性。

定义旋转角度  $\theta_i$  为:

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{v_1}{v_2}\right) \quad (13)$$

由最小二乘原理可知, 最小特征值对应的特征向量为张量矩阵的主方向, 即  $\mathbf{V}_2 = [v_1 \quad v_2]^T$ 。

拉伸参数  $\rho_i$  与  $\mathbf{S}_i$  有关, 其定义为:

$$\rho_i = \frac{s_1}{s_2} \quad (14)$$

定义缩放参数为:

$$\delta_i = \sqrt{\frac{s_1 s_2 + \lambda''}{m}} \quad (15)$$

其中,  $\lambda''$  为新正则化系数, 用于防止  $\delta_i$  变为零。通过多次试验分析表明  $\lambda'' = 0.01$  比较合理。

获得系数  $\delta$ 、 $\theta$ 、 $\rho$  后, 通过式 (9) 可计算采样点  $x_i$  的结构张量  $\mathbf{H}_i$ 。

## 2 实验分析

### 2.1 ISPRS 基准数据

本文选用 ISPRS 提供的 10 组具有不同地形复杂度的机载 LiDAR 点云基准数据进行精度验证, 该数据集包括了城镇和山区中的典型地貌特征; 随机抽取 90% 地面点作为训练点, 用于构建 DEM, 其他 10% 的地面点作为核算点, 用于精度验证。对研究区域训练点以及核算点数目、平均点间距、测区面积、高程标准差等信息进行统计, 如表 1 所示。



表 1 研究区域数据统计

Tab. 1 Data Description for Each Sample

样区	训练点数	测试点数	测区面积/ha	平均点间距/m	高程标准差/m	网格分辨率/m
s-11	19607	2179	4.05	0.69	29.2	0.5
s-21	9076	1009	1.43	0.63	0.6	0.5
s-22	20,253	2251	3.4	0.64	2.8	0.5
s-31	14,000	1556	2.82	0.75	0.9	0.5
s-41	5041	561	1.75	0.51	3.5	0.25
s-51	12,555	1395	9.99	1.72	15.1	1
s-52	18,100	2012	13.55	1.74	28.8	1
s-53	29,690	3207	20.4	1.61	17	1
s-61	30,468	3386	22.39	1.55	7.1	1
s-71	12,487	1388	8.73	1.72	3	1

从表 1 可知, 10 组样区数据的高程标准差范围为 [0.6, 29.2m], 其中, s-11、s-52 和 s-53 高程标准差较高, 地形起伏较大; s-21、s-31 为城区数据, 地形较为平坦。Hengl<sup>[22]</sup>指出, DEM 最优网格分辨率应为平均点间距的一半, 因此, 各个区域 DEM 网格分辨率如表 1 所示。除本文方法外, 标准 RBF 以及其他两种经典插值方法如反距离加权 (IDW)、普通克里金 (OK) 也用于 DEM 构建。对 10 个样区内各插值算法的中误差进行统计, 如表 2 所示。

表 2 各种算法模拟结果中误差/m

Tab. 2 RMSEs of Different Interpolation Methods/m

插值方法	IDW	OK	RBF	本文方法
平均值	0.388	0.379	0.321	<b>0.262</b>

s-11	0.588	0.565	0.588	<b>0.534</b>
s-21	0.073	0.074	0.072	<b>0.068</b>
s-22	0.201	0.216	0.195	<b>0.163</b>
s-31	0.082	0.080	0.080	<b>0.074</b>
s-41	0.271	0.265	0.238	<b>0.169</b>
s-51	0.237	0.169	0.183	<b>0.145</b>
s-52	0.577	0.472	0.482	<b>0.397</b>
s-53	1.316	1.346	0.877	<b>0.689</b>
s-61	0.307	0.326	0.278	<b>0.204</b>
s-71	0.232	0.272	0.214	<b>0.176</b>
平均值	0.388	0.379	0.321	<b>0.262</b>

由表 2 可以看出, 地形复杂度对 DEM 精度影响较大。整体而言, DEM 精度会随

着地形复杂度的升高而降低。例如, 样区 s-21 和 s-31 具有较低的地形复杂度, 精度高于其他样区; s-11 和 s-52 的地形复杂度较高, 精度较低; s-53 地形最为复杂, 精度最低。本文方法在所有样区的精度均高于标准 RBF 法及其他两种经典插值方法, 特别是在高地形复杂度区域, 例如 s-51、52、53 和 61。这表明新方法对复杂地形具有较好的保持能力。从平均值来看, 本文方法精度最高, IDW 精度最差, 本文方法相较于标准 RBF 法精度提高了 18.3%。

为了定性评价各算法的性能, 本文以 s-53 为例, 使用各插值方法生成样区 DEM

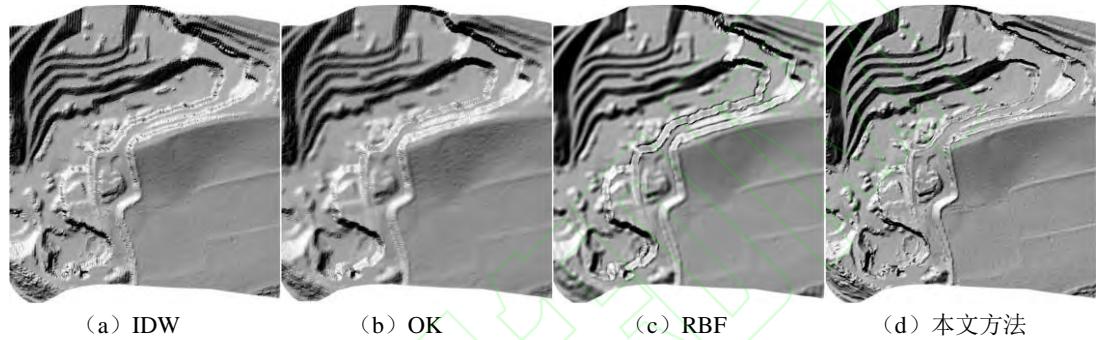


图 3 样区 s53 中各插值方法构建的 DEM 山体阴影图

Fig.3 Shaded Relief Maps of Different Interpolation Methods on Sample53.

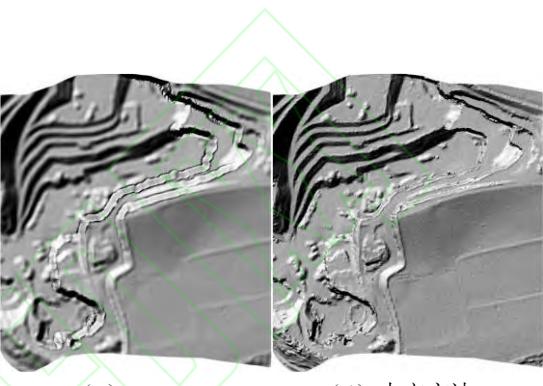
## 2.2 山体滑坡数据

山体滑坡是危害较大自然灾害之一, 多发生于潮湿的热带山区, 滑坡区域地形复杂, 微地貌特征丰富, 给 DEM 生成带来了挑战。为了进一步评估本文算法的性能, 本文选择位于美国俄勒冈州的山体滑坡区机载 LiDAR 点云数据进行精度验证。测区面积 1.9ha, 平均坡度为 32.2°。由于点云中存在地面点和非地面点, 因此, 本文首先使用 TerraScan 软件进行点云自动滤波, 然后对滤波后的采样点进行人工检校。共获得测区地面点 91936 个, 平均点间距为 1.44m, 高程范围为 [893.8, 1090.7m], 高程标准差为 54.6m。最后, 将地面点分为 90% 的训练点与 10% 的检核点, 分别用于 DEM 构建和精度检核。为了验证采样点密度对 DEM 精度的影响, 计算过程分别使用 100%、70%、50% 和 30% 训练点构建 1m 分辨率 DEM。各种插值算法构建 DEM 精度如表 3 所示。

表 3 各种算法模拟结果中误差/m

Tab. 3 RMSEs of Different Interpolation Methods/m

山体阴影图。结果显示, IDW (图 3a) 表面最粗糙, 存在不规则凸起, 尤其在斜坡区域。OK (图 3b) 和标准 RBF 法 (图 3c) 对断裂地形存在一定程度的平滑, OK 法尤为明显, 整个 DEM 边缘处呈现“模糊”的状态。出现这种情况的原因是在考虑待插值点与采样点的距离时没有顾及断裂地形特征, 从而导致待插值点高程被平滑。相比较而言, 本文方法 (图 3d) 效果更好, 这主要归功于本文方法通过抑制断裂线异侧采样点权重以保持断裂线边缘特征。



(a) IDW (b) OK (c) RBF (d) 本文方法

训练点比例	IDW	OK	RBF	约束 TIN	本文方法
100%	2.01	1.74	1.94	1.76	<b>1.61</b>
70%	2.24	1.81	2.01	1.85	<b>1.67</b>
50%	2.51	1.97	2.25	2.01	<b>1.81</b>
30%	2.92	2.28	2.53	2.31	<b>2.12</b>
平均	2.42	1.95	2.18	1.98	<b>1.80</b>

由表 3 可见, 随着采样点数减少, 各插值方法精度均有所下降。其中, IDW、OK、标准 RBF 法和本文方法降幅分别为 45.3%、31.0%、30.4% 和 31.6%。结果表明, 标准 RBF 模拟结果受采样点数目影响最小, IDW 影响最大。不管采样点数多少, 本文方法计算精度均高于其它插值方法。本文方法的平均计算精度相较于 IDW、OK 和标准 RBF 法分别提高了 25.6%、7.7% 和 19.6%。

由各种插值方法生成的 DEM 山体阴影图可见, IDW (图 4a) 和 RBF (图 4c) 表面较为光滑, 地形细节部分缺失。OK (图 4b) 较好的保留了地形细节, 但其表面存在

部分假凹陷,如蓝色矩形区域。相比较而言,本文方法(图4d)最为准确的还原了真实地貌,在跳跃断裂线处(图4d蓝色椭圆),本文方法较好的保持了边缘特征并且没有异常的锯齿状,整体效果优于其他几种方法;

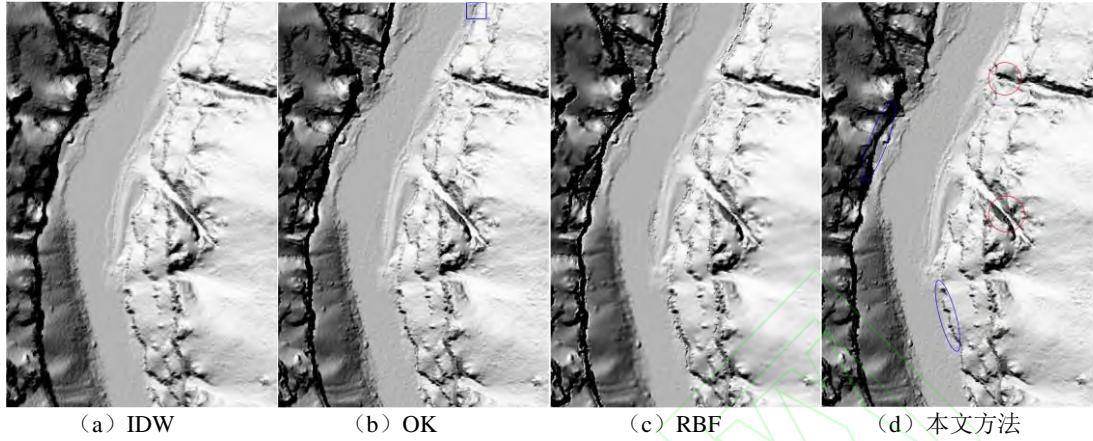


图4 当使用 100%训练点时, 各种插值方法构建的 DEM 山体阴影图

Fig. 4 Shaded Relief Maps of Various Interpolation Methods

为了进一步验证本文方法的有效性,本文增加了与约束 TIN 方法的对比实验。约束 TIN 插值是对传统 TIN 方法的改进,通过在无约束三角网中嵌入山谷线、山脊线等地形特征线,来限制三角网节点的连接位置,进而实现地形特征的保持。本文试验中,基于约束 TIN 构建 DEM 模型的步骤为: (1) 借助实验样区正射影像图或山体阴影图等手动勾勒出断崖、山脊线、山谷线等地形特征线(图5a); (2) 在约束三角网中嵌入步骤(1)中提取的断裂线,构建约束 TIN 模型。

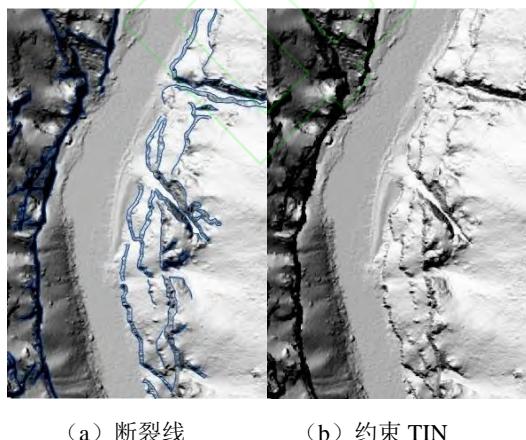


图5 断裂线分布及约束 TIN 构建的 DEM 山体阴影图  
Fig.5 Breaklines and Shaded Relief Maps of Constrained TIN Method.

由表3可知,约束 TIN 插值法的误差范围为[1.76, 2.31m],其平均精度与OK法接

在折痕断裂线处(图4d红色圆形),本文方法地形细节丰富,断裂线两侧曲面过渡较为自然,断裂地形保持效果较好。

近,但低于本文方法。本文方法平均精度相较于约束 TIN 方法提高了 9.1%。由约束 TIN 方法生成的 DEM 山体阴影图(图5b)可见,该方法地形细节丰富,能够较好的保持断裂地形特征。但是该方法也存在以下缺点:为了保证断裂线的精度,通常采用野外实测的方法获取地形特征线,其获取难度较大且成本高,而采用手工编辑方式提取特征线,人工编辑工作量大且精度难以保证,从而可能影响最终 DEM 精度。除此之外, TIN 作为一种简单的线性插值方法,难以描述复杂的非线性地表形态。与之相比,新方法无需提取断裂线且精度较高,因此具有较好的实用性。

### 3 结论

为了克服传统插值方法在 DEM 建模时没有考虑断裂线影响问题,本文提出了一种加权径向基函数插值方法。该方法通过捕捉断裂线附近采样点的梯度信息,自适应地计算邻域点的权重,从而实现对断裂地形的保持。实例分析中,以 11 组具有不同地形特征的机载 LiDAR 点云为基础数据,利用本文方法和 RBF 法构建样区 DEM,并将计算结果与传统的插值算法(反距离权重、普通克里金、约束 TIN)比较表明: (i) 各插值方法计算结果随采样点数的减少而逐渐降

低; (ii) 不管采样点数多少, 本文方法精度始终高于经典插值算法, 且模拟曲面能较好的保持局部地形细节与断裂地形特征。

## 参 考 文 献

- [1] Chen C F, Yue T X, Li Y Y. A High Speed Method of SMTS[J]. *Computers and Geosciences*, 2012, 41: 64-71.
- [2] Chen C F, Fan Z M, Yue T X, et al. A Robust Estimator for The Accuracy Assessment of remote-sensing-derived DEMs[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2012, 33(8): 2482-2497.
- [3] Wang Chun, Tang Guoan, Liu Xuejun, et al. The Model of Terrain Features Preserved in Grid DEM[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*. 2009, 34(10): 1149-54 (王春, 汤国安, 刘学军, 等. 特征嵌入式数字高程模型研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2009, 34(10): 1149-54)
- [4] Li C, Wang Q, Shi W Z, et al. Uncertainty Modelling and Analysis of Volume Calculations Based on A Regular Grid Digital Elevation Model(DEM)[J]. *Computers & Geosciences*, 2018, 114: 117-29.
- [5] Chen Chuanfa, Wang Mengying, Yang Shuai. A Multi-Resolution Hierarchical Interpolation-based Filtering Method for Airborne LiDAR Point Clouds in Forested Areas[J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science)*, 2021, 40(02): 12-20 (陈传法, 王梦樱, 杨帅, 等. 适用于林区机载 LiDAR 点云的多分辨率层次插值滤波方法[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2021, 40(02): 12-20)
- [6] Liu Xuejun, Gong Jianya. Delaunay Triangulation of Constrained Data Set[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2001, 01:82-88 (刘学军, 龚健雅. 约束数据域的 Delaunay 三角剖分与修改算法[J]. 测绘学报, 2001, 01: 82-88)
- [7] Hingee K L, Caccetta P, Caccetta L. Modelling Discontinuous Terrain from DSMs Using Segment Labelling, Outlier Removal and Thin-Plate Splines[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2019, 155:159-171.
- [8] Xia S B, Chen D, Wang R S. A Breakline-Preserving Ground Interpolation Method for MLS Data [J]. *Remote Sensing Letters*, 2019, 10(12): 1201-1210.
- [9] Zhu Ying, Liu Xuejun, Zhao Jing. Fault Line Management of DEM Construction[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(09): 1097-1101. (朱莹, 刘学军, 赵静. DEM 构建中的断裂线处理[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36(09):1097-1101)
- [10] Chen C F, Gao Y, Li Y Y. A Feature-Preserving Point Cloud Denoising Algorithm for LiDAR-derived DEM construction[J]. *Survey Review*, 2021, 53(377): 146-157.
- [11] Chen C F, Li Y Y, Zhao N, et al. Least Squares Compactly Supported Radial Basis Function for Digital Terrain Model Interpolation From Airborne LiDAR Point Clouds[J]. *Remote Sensing*, 2018, 10(4): 587.
- [12] Chen Chuanfa, Yan Changqing, Liu Fengying. A Total Error-based Interpolation Method for DEM Generation[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 15(06): 840-845. (陈传法, 闫长青, 刘凤英, 等. 一种综合考虑采样点水平和高程误差的 DEM 建模算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2018, 43(5): 739-744)
- [13] Lv Haiyang, Sheng Yehua, Duan Ping. A Hierarchical RBF Interpolation Method Based on Local Optimal Shape Parameters[J]. *Journal of Geoinformation Science*, 2015, 17(03): 260-267. (吕海洋, 盛业华, 段平, 等. 局部最优形态参数的 RBF 分块地形插值方法与实验[J]. 地球信息科学学报, 2015, 17(03): 260-267)
- [14] Buhmann M D. Radial Basis Functions: Theory and Implementations[M]. Cambridge university press, 2003.
- [15] Zhou K, Hou Q M, Wang R, et al. Real-Time KD-Tree Construction on Graphics Hardware[C]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. ACM, 2008, 27(5): 126.
- [16] Rippa S. An Algorithm for Selecting A Good Value for The Parameter c in Radial Basis Function Interpolation[J]. *Advances in Computational*

*Mathematics*, 1999, 11(2): 193-210.

[17] Casciola, G; Lazzaro, D; Montefusco L B, et al. Shape Preserving Surface Reconstruction Using Locally Anisotropic Radial Basis Function Interpolants[J]. *Computers and Mathematics with Applications*. 2006, 51(8): 1185-1198.

[18] Lang T, Plagemann C, Burgard W. Adaptive Non-Stationary Kernel Regression for Terrain Modeling[C]. *Robotics: Science and Systems*. 2007, 6.

[19] Xia S, Wang R. A Fast Edge Extraction Method for Mobile LiDAR Point Clouds[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*. 2017, 14(8): 1288-1292.

[20] Feng X G, Milanfar P. Multiscale Principal Components Analysis for Image Local Orientation estimation[C]. *Conference Record of the Thirty-Sixth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2002. IEEE*. 2002, 1: 478-482.

[21] Mester R, Muhlich M. Improving Motion and Orientation Estimation Using An Equilibrated Total Least Squares Approach[C]. *Proceedings 2001 International Conference on Image Processing*. IEEE, 2001, 2: 929-932.

[22] Hengl, T. Finding The Right Pixel Size. *Comput. Geosci.* 2006, 32, 1283–1298.

## A Weighted Radial Basis Function Interpolation Method for High Accuracy DEM Modeling

GAO Yuan<sup>1</sup>, ZHU Yanan<sup>2</sup>, CHEN Chuanfa<sup>1\*</sup>, HU Zhanzhan<sup>1</sup>, HU Baojian<sup>1</sup>

1. College of Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China

2. Jinan Real Estate Registration Center, Jinan 250000, China

**Abstract: Objectives:** In the process of digital elevation model (DEM) modeling, the existing interpolation methods do not take into account the local topographic characteristics near the breaklines, which makes the elevation of the local area of the breakline smoothed, thus leading to topographic distortion. **Methods:** A weight function with respect to considering the characteristics of breaklines is constructed, and a weight radial basis function (RBF) method is proposed. The new method makes full use of the gradient and direction information of the sampling points near the fracture line. First, the distance between the sampling point and the point to be sought is calculated adaptively by capturing the structure tensor of each sampling point, and then the distance is used to assign a suitable weight to each sampling point, and finally the DEM modeling is realized by using weighted interpolation. **Results:** Real-world examples on 10 public and 1 private dataset of DEM construction with airborne LiDAR point clouds indicates that (1) the calculation results of each interpolation method gradually decrease with the decrease of sampling points. (2) Compared to RBF and the classical interpolation methods including inverse distance weighting(IDW), ordinary Kriging(OK) and constrained triangulated irregular network (TIN), our method has a better ability to maintain terrain features in the breakline area. Regardless of sample density, our method is always more accurate than the other methods. **Conclusions:** Overall, the proposed method with the merit of terrain feature preservation is helpful for the construction of high-accurate DEMs, which play an important role in some geoscience applications with data quality as the most important factor.

**Key words:** digital elevation model; breakline; radial basis function; interpolation; Airborne

LiDAR point cloud

**First author:** GAO Yuan, Master, engaged in the research of spatial interpolation methods E-mail: gao\_yuan001@yeah.net

**Corresponding author:** CHEN Chuanfa, PhD, professor, specializes in digital terrain modeling and LiDAR point cloud data processing. E-mail: chencf@lreis.ac.cn

**Foundation Support:** National Natural Science Foundation of China, No. 41804001; Shandong Provincial Natural Science Foundation, China, No. ZR2020YQ26, ZR2019MD007, ZR2019BD006; A Project of Shandong Province Higher Educational Youth Innovation Science and Technology Program No. 2019KJH007.

### 网络首发:

**标题:** 高精度DEM建模的加权径向基函数插值方法

**作者:** 高原, 朱娅男, 陈传法, 胡占占, 胡保健

**收稿日期:** 2021-09-03

**DOI:** 10.13203/j.whugis20210100

### 引用格式:

高原, 朱娅男, 陈传法, 等. 高精度DEM建模的加权径向基函数插值方法[J].武汉大学学报·信息科学版, 2021, DOI: 10.13203/j.whugis20210100 (GAO Yuan, ZHU Yanan, CHEN Chuanfa, et al. A Weighted Radial Basis Function Interpolation Method for High Accuracy DEM Modeling [J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2021, DOI: 10.13203/j.whugis20210100)

网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别, 请以正式出版文件为准!

### 您感兴趣的其他相关论文:

#### 一种综合考虑采样点水平和高程误差的 DEM 建模算法

陈传法, 闫长青, 刘凤英, 赵娜, 刘国林

武汉大学学报·信息科学版, 2018, 43(5): 739-744.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20150695>

#### 基于深度置信网络的多源 DEM 点面融合模型

岳林蔚, 沈焕锋, 袁强强, 刘修国

武汉大学学报·信息科学版, 2021, 46(7): 1090-1097.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20190238>