



武汉大学学报(信息科学版)  
*Geomatics and Information Science of Wuhan University*  
ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

## 《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目: 重力异常频谱分析方法研究及其应用  
作者: 何慧优, 方剑  
DOI: 10.13203/j.whugis20200510  
收稿日期: 2020-09-28  
网络首发日期: 2021-06-11  
引用格式: 何慧优, 方剑. 重力异常频谱分析方法研究及其应用. 武汉大学学报(信息科学版). <https://doi.org/10.13203/j.whugis20200510>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字符、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.13203/j.whugis20200510

**引用格式：**

何慧优, 方剑. 重力异常频谱分析方法研究及其应用 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2021, DOI: 10.13203/j.whugis20200510 (HE Huiyou, FANG Jian. Research and Application of Gravity Anomaly Spectrum Analysis Method[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2021, DOI: 10.13203/j.whugis20200510)

## 重力异常频谱分析方法研究及其应用

何慧优<sup>1,2</sup> 方剑<sup>1</sup>

1 中国科学院精密测量科学与技术创新研究院大地测量与地球动力学国家重点实验室, 湖北 武汉, 430077

2 中国科学院大学, 北京, 100049

**摘要:** 频谱分析是以波数为自变量, 对位场异常频谱进行分析研究, 从而解决实际工作中异常转换、滤波、正反演等问题。位场的频谱特征包含了地下地层的空间分布、岩性及构造特征, 有助于地球物理资料的解释、分析, 为进一步了解研究区域概况提供信息。位场异常谱中的振幅谱与地下地质体的埋深、宽度与物性都有直接的关系; 相位谱反映了地下地质体水平位置与倾角的信息。本文计算了多种类型模型的频谱曲线, 分析频谱曲线特征, 并详细说明了模型参数变化对频谱曲线的影响; 文中阐述了振幅谱反演、相位谱反演方法, 并提出了频率域联合反演方法, 精确地反演模型的几何参数。将该方法应用于武清凹陷地层分析, 反演得到了两条观测剖面目标层深度和宽度, 与实测地震资料对比, 显示出较好的反演结果。

**关键词:** 重力异常 频谱分析 频率域正反演 振幅谱反演

中图分类号: P170

频谱分析方法自上世纪六十年代起广泛应用于位场资料分析工作, 它是在频率域(波数域)对位场的波谱进行分析研究, 在实际工作中可以快速地进行各种正反演、异常转换及滤波等处理。位场异常由空间域转换到频率域, 计算公式简单, 可有效地提高计算速度和效率, 因此该方法逐渐成为位场数据处理的重要技术方法。

Odegard 等于 1965 年首次提出用傅里叶积分进行重力反演解释<sup>[1]</sup>, 其推导了几种规则模型的重力异常的频谱公式, 介绍了反演模型几何参数的方法。与空间域方法相比, 频率域方法比较简便, 其频谱公式比空间场的表达式简单, 国内外专家均展开了相关研究。不少研究人员利用位场数据的频谱特性, 展开频率域位场数据反演, 得到其对应地质体的参数<sup>[2-8]</sup>。此后, 不断有专家详细阐述了重磁位场波谱理论及其应用, 总结规则模型的频谱正演公式及其频谱特征, 推导反演方法, 对频谱分析方法的应用展开了系统的分析研究<sup>[9-14]</sup>。陈石综述了重力位场频谱分析的基本理论和研究方法, 并总结了频谱分析的主要成果<sup>[15]</sup>。柯小平等等给出了频率域采用指数变化的变密度模型计算重力异常的正演公式及界面深度的反演公式, 并得到了青藏高原的莫霍面深度<sup>[16]</sup>。邱之云分析了频率域直立六面体重、磁异常正演问题, 并通过大量模型试验, 总结出根据模型参数计算频率域截止频率和采样间隔的经验公式, 保证了频率域正演计算结果的精度<sup>[17]</sup>。Wu 等研究了重磁位场频率域高精度正演方法, 具有更快的计算速度和收敛速度, 适用于复杂模型重磁场数据正演, 结果精确可靠<sup>[18-20]</sup>。

Priesszhev 等结合地震、钻井、地质等先验信息, 在频率域进行重力正演模拟、插值与反演计算, 最终得到地下空间的物性参数与几何参数的综合地质模型<sup>[21]</sup>。Cui 等提出了重力异常和梯度数据快速三维成像的频率域迭代方法, 得到一个具有相当高分辨率和精度的密度

收稿日期: 2020-09-28

项目资助: 国家重点研发计划 (2016YFC0601101); 国家自然科学基金 (41874091, 41874096); 中国科学院战略性先导科技专项 (XDB18010304); 大地测量与地球动力学国家重点实验自主项目 (S21L6401)

第一作者: 何慧优, 博士研究生, 主要从事重力正反演研究, hehuiyou@apm.ac.cn

通讯作者: 方剑, 研究员, 博导, 主要从事重力场反演及应用研究, jfang@whigg.ac.cn

模型<sup>[22, 23]</sup>。

在以往的研究中，研究人员的工作大多集中在发挥位场数据在频率域快速计算的特点，做了很多正演工作，以及应用频谱与地质体参数之间的关系进行反演，但是对不同地质体的频谱特征分析以及地质体参数对频谱产生的具体影响研究较少。另一方面，在频率域反演时，运用不同的频谱展开联合反演的研究也不多见。因此，为了更好的开展重力异常频率域正反演的研究，本文计算了不同类型模型的频率域重力异常频谱特征，分析了厚板模型参数变化对重力异常不同频谱的影响，并提出了频谱联合反演方法来精确反演模型的几何参数，得到地质体在地下空间的精确位置，并将该方法在武清凹陷进行实际应用，得到了可靠的结果。

## 1. 频谱分析研究方法

### 1.1. 频率域模型正演

位场异常是点位空间坐标的函数，称之为空间域异常，对其作傅里叶变换后获得频率域的异常称之为异常频谱。将空间域正演公式进行傅里叶变换，可推导模型的重力异常频谱公式<sup>[10]</sup>。

二度体重力异常基本公式：

$$\Delta g(x, z) = 2f\sigma \iint_S \frac{(\zeta - z)d\xi d\zeta}{[(\xi - x)^2 + (\zeta - z)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

其中  $(x, z)$  为计算点的位置， $(\xi, \zeta)$  为场源坐标， $f$  为万有引力常数， $S$  为二度体的横截面积，

$\sigma$  为密度差， $\Delta g$  为重力异常，单位 mGal。将公式(1)做傅里叶变换，再利用其平移性质，得到二度体重力异常谱函数表达式：

$$G(w, z) = 2\pi f \iint_S \sigma(\xi, \zeta) e^{-(\zeta - z)} e^{-iw\xi} d\xi d\zeta \quad (2)$$

其中  $w$  为波数， $\Delta g$  谱函数  $G(w, z)$  的单位为 mGal  $\text{m}^2$ 。

由式(2)推导得到规则二度体模型的重力异常谱函数：

$$\text{水平圆柱体: } G(w) = 2\pi f \sigma_s e^{-w(h+i\xi)} \quad (3)$$

$$\text{薄板: } G(w) = \frac{2\pi f \lambda}{w} [e^{-w(h_1+i\xi_1)} - e^{-w(h_2+i\xi_2)}] \cdot e^{i(\alpha - \frac{\pi}{2})} \quad (4)$$

$$\text{厚板: } G(w) = \frac{2\pi f \lambda}{w} \frac{\sin wb}{wb} [e^{-w(h_1+i\xi_1)} - e^{-w(h_2+i\xi_2)}] \cdot e^{i(\alpha - \frac{\pi}{2})} \quad (5)$$

其中  $(\xi, h)$  是模型标志点位置， $r$  为水平圆柱体半径， $\sigma_s$  为剩余质量 ( $\sigma_s = \sigma\pi r^2$ )， $b$  为板的半宽度， $\lambda$  为剩余面密度 ( $\lambda = \sigma 2b \sin \alpha$ )， $\alpha$  为板的倾角。

综合分析以上规则二度体重力异常谱函数表达式，都具有如下一般形式<sup>[10]</sup>：

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(w) &= \mathbf{W} \cdot \mathbf{E}(w) \cdot \mathbf{B}(w) \cdot \mathbf{H}(w) \cdot \mathbf{D}(w) \cdot \mathbf{F}(w) \\ &= 2\pi f M \cdot w^n \frac{\sin wb}{wb} e^{-w(h_1+i\xi_1)} \cdot [1 - e^{-w(h_2-h_1)} \cdot e^{-iw(\xi_2-\xi_1)}] \cdot e^{i\beta} \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $M$  是模型单位长度的剩余质量,  $n$  是与模型相关的参数,  $\beta$  是与模型相关的系数。由式(6)可知, 重力异常谱函数是由一些因子相乘的结果, 每一个因子只与部分参数有关(见表 1):

表 1 重力异常频谱因子列表  
Tab.1.List of gravity anomaly spectrum factors

因子	物理意义	公式	备注
物性因子 $\mathbf{W}$	模型物性	$\mathbf{W} = 2\pi f M$	
波数因子 $\mathbf{E}$	模型类型	$\mathbf{E} = w^n$	板体 $n = 1$ 水平圆柱体 $n = 0$
水平尺度因子 $\mathbf{B}$	水平尺度	$\mathbf{B} = \frac{\sin wb}{wb}$	模型水平尺度较大 模型水平尺度较小
位置因子 $\mathbf{H}$	模型标志点位置	$\mathbf{H} = e^{-w(h_1+i\xi_1)}$	
投影因子 $\mathbf{D}$	模型标志线	$\mathbf{D} = 1 - e^{-w(h_2-h_1)} \cdot e^{-iw(\xi_2-\xi_1)}$	
方向因子 $\mathbf{F}$	模型方向	$\mathbf{F} = e^{i\theta}$	板体 $\beta = \alpha - \frac{\pi}{2}$ 水平圆柱体 $\beta = 0$

由此可见, 频率域中重力异常正演公式分离性好, 反演更为简单。重力异常的频谱函数由振幅谱和相位谱组成, 振幅谱是重力异常频谱的振幅随频率的变化, 反应了异常幅值的分布规律, 其计算公式:

$$\begin{aligned} A\mathbf{G}(w) &= \sqrt{\operatorname{Re}^2 \mathbf{G}(w) + \operatorname{Im}^2 \mathbf{G}(w)} \\ &= 2\pi f M \cdot w^n \left| \frac{\sin wb}{wb} \right| e^{-wh_1} \cdot [1 - e^{-2w(h_2-h_1)} - 2e^{-2w(\xi_2-\xi_1)} \cos(w(\xi_2-\xi_1))]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (7)$$

振幅谱与物性因子, 波谱因子、水平尺度因子、位置因子有关, 研究其特征可得到模型的类型、水平尺度和位置。相位谱是重力异常、垂直磁异常频谱的相位值随频率的变化, 其计算公式:

$$\theta\mathbf{G}(w) = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\operatorname{Im} \mathbf{G}(w)}{\operatorname{Re} \mathbf{G}(w)} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin(w(\xi_2-\xi_1))}{e^{w(h_2-h_1)} - \cos(w(\xi_2-\xi_1))} - w\xi_1 + \beta \quad (8)$$

相位谱与位置因子、投影因子及方向因子有关, 分析其特征可以得到与模型角度参数有关, 如板状体的倾角。

## 1.2. 反演计算

在空间域, 位场异常同时与物体的物性参数与几何参数有关, 而异常谱可分解为振幅谱和相位谱两部分, 不同频谱与不同的参数相关联。重力异常频谱反演主要包括谱函数反演、振幅谱反演、相位谱反演等。前文已经详细的分析了规则二度体模型的频谱特征, 利用联合不同频谱进行频率域反演, 精确计算模型的几何参数<sup>[10]</sup>。

### 1.2.1. 振幅谱反演

不同模型的振幅谱曲线呈现不同的特点，因而可根据其特征初步判断异常体的形状。波动型振幅谱曲线主要受控于水平尺度因子  $B$ ，可由零值点之间的波数间距  $\Delta w$  来确定水平半宽度  $b$ 。

$$B = \frac{\sin wb}{wb} = 0 \quad b = \frac{\pi}{\Delta w} \quad (9)$$

本文采用标准化振幅谱反演进行计算，该方法基于振幅谱具有变量分离因子相乘的特征展开，根据曲线特征初步确定曲线类型，水平尺度因子与波数因子可以确定，将这两个因子从振幅谱中去除的过程，称之为标准化，再用对数坐标来进一步识别曲线类型及反演。因而可由渐近线的斜率推测模型的埋深。

$$NA \cdot G(w) = \frac{A \cdot G(w)}{E \cdot |B|} \quad \ln NA \cdot G(w) \approx \ln W - wh_1 \quad (10)$$

### 1.2.2. 相位谱反演

相位谱曲线分为直线型和波动型，不同类型曲线特征明显，易于区分。直线型相位谱表达式为：

$$\Phi G(w) = \beta - w\xi \quad (11)$$

可直接根据其斜率来判断异常体标志点横坐标  $\xi$ ；

波动渐近型表达式为：

$$\Phi G(w) = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin(w(\xi_2 - \xi_1))}{e^{w(h_2 - h_1)} - \cos(w(\xi_2 - \xi_1))} + \beta - \omega\xi \quad (12)$$

相位谱零值点  $\Phi G(0) = \frac{\pi}{2} - \alpha + \beta$ ，计算曲线在大波数区的渐近线  $S \Phi^* G(w) = \beta - w\xi$ ，可由渐近线的斜率得到标志点的横坐标位置。

## 2. 模型测试

### 2.1. 规则模型正演

本文分别计算了水平圆柱体、薄板、厚板等二度体模型的重力异常频谱并进行特征分析。模型参数如下表所示：

表 2 二度体模型的参数

Tab.2.Parameters of the 2D models

模型类型	标志点位置/km	其他参数/km	密度 g/cm <sup>3</sup>
水平圆柱体	地质体中心(10,3)	半径:1	0.3
薄板	上顶中心(10,3)	倾角:60°，底部埋深:4	0.3
厚板	上顶中心(10,3)	倾角:60°，底部埋深 10，半宽度:6	0.3

水平圆柱体模型重力异常谱曲线(图 1a)呈周期波动型，随波数增大，异常谱的幅度周期性衰减。根据水平圆柱体的属性，其波数因子、水平尺度因子、投影因子和方向因子均为 1，所以重力异常谱曲线主要受物性因子与位置因子的影响，曲线纵轴的截距主要与物性因子有

关, 而其幅度衰减特性与模型位置有关。重力异常振幅谱(图 1b)呈单调下降型, 纵轴的截距为正, 幅值随波数增大快速衰减至 0。相位谱(图 1c)呈直线型, 其纵轴截距为 0, 以一条斜率为负的直线逐渐衰减。

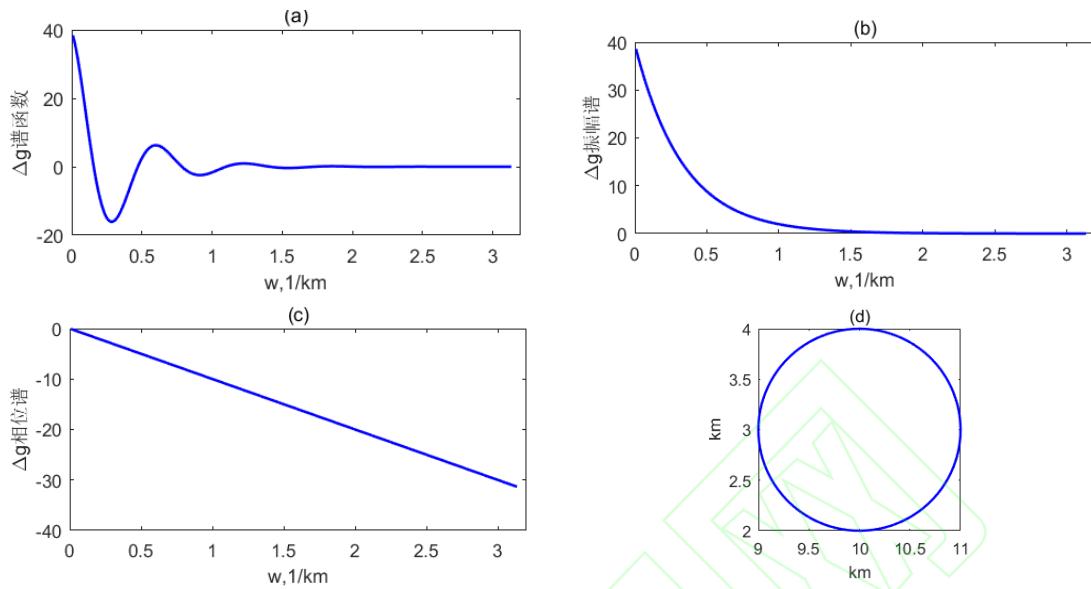


图 1 水平圆柱体重力异常的频谱

(a) 谱函数(b)振幅谱(c)相位谱(d)水平圆柱体

Fig.1 Gravity anomaly spectrum of horizontal cylinders

(a) spectral function; (b) amplitude spectrum;(c) phase spectrum;(d) horizontal cylinder

薄板模型重力异常谱(图 2a)呈周期波动型, 纵坐标截距为正, 随着波数增大曲线衰减, 达到极小值后小幅增大, 然后再减小, 经过几个波动周期后曲线幅值衰减到零。重力异常振幅谱(图 2b)为单调下降型, 纵轴截距为正, 随波数增大, 幅值快速衰减至 0。相位谱(图 2c)为波动渐近型, 曲线从零点开始, 随波数增大逐渐衰减。

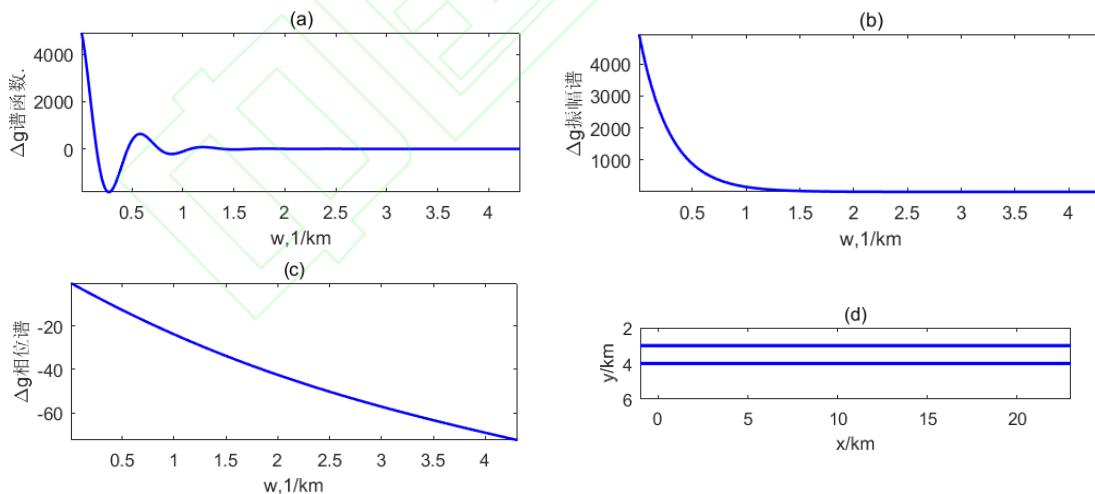


图 2 薄板的重力异频谱

(a) 谱函数(b)振幅谱(c)相位谱(d)薄板

Fig.2 Gravity anisotropy spectrum of thin slab

(a) spectral function; (b) amplitude spectrum;(c) phase spectrum;(d) thin slab

厚板模型重力异常谱(图 3a)为波动型, 其纵坐标截距为正, 亦是最大值, 急速衰减至负值以后小幅的抬升, 经过几个波动周期后, 幅值衰减到零。重力异常振幅谱(图 3b)为波动型, 振幅谱从纵轴截距极大值位置快速衰减至零值, 然后微弱的抬升后, 衰减至零值。相位谱(图

3c)为波动渐近型，在大波数区，相位谱曲线接近于以一条直线。

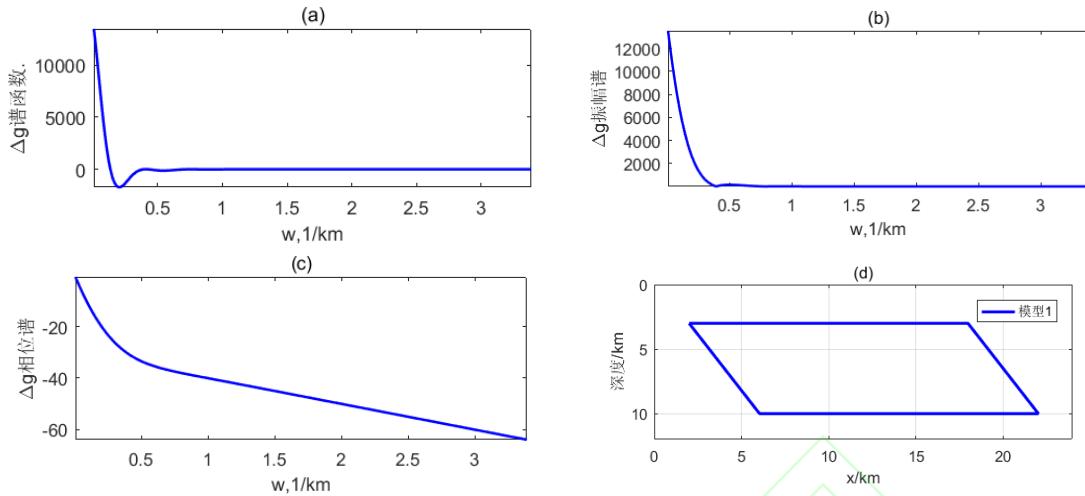


图 3 厚板的重力异常频谱

(a) 谱函数(b) 振幅谱(c) 相位谱(d) 厚板

Fig.3 Gravity anomaly spectrum of thick slab

(a) spectral function; (b) amplitude spectrum; (c) phase spectrum; (d) thick slab

## 2.2. 模型参数变化对频谱的影响

为进一步了解模型参数的变化对重力异常频谱的影响，本文设置了多个厚板模型，分别就模型的半宽度、顶面中心点横坐标、顶面埋深和底面埋深、密度及倾角的变化展开分析。厚板模型参数的变化如表 3 所示：

表 3 厚板模型参数

Tab.3. Parameters of 2D tabular bodies

模型参数	参数初始值	参数值的变化
半宽度 $b/\text{km}$	2	0.1, 0.5, 2, 4, 8
顶面中心点横坐标 $x_{q1}/\text{km}$	10	2, 4, 6, 8, 10
顶面深度 $h1/\text{km}$	2	0.5, 1, 2, 4, 6,
底面深度 $h2/\text{km}$	4	2.5, 3, 4, 6, 8
密度 $\rho/\text{g/cm}^3$	0.2	0.1, 0.2, 0.5, 1, 2
倾角 $\alpha/^\circ$	65	5, 25, 45, 65, 85, 90, 95, 115, 135, 155, 175

仅改变半宽度时(其他参数保持初始值不变，下同)对重力异常谱、振幅谱及相位谱的影响如图 4 所示，随着半宽度增加，重力异常谱(图 4a)纵轴截距(谱的极大值)增大，幅值衰减速度加快，波动周期增大，但是曲线的第一个零值点保持不变，且幅值的极小值变化较小。因而，根据曲线的截距来判断模型半宽度，即模型在横向的范围。振幅谱(图 4b)的纵轴截距(振幅谱的极大值)随半宽度增加而明显增大，幅值衰减速度明显加快。振幅谱第一个零值点位置对应的波数随半宽度增加而减小。标准化振幅谱的渐近线(图 4d)为斜率为负的直线，半宽度的增加导致渐近线的纵轴截距增大，斜率不变。重力异常相位谱未受半宽度变化的影响。

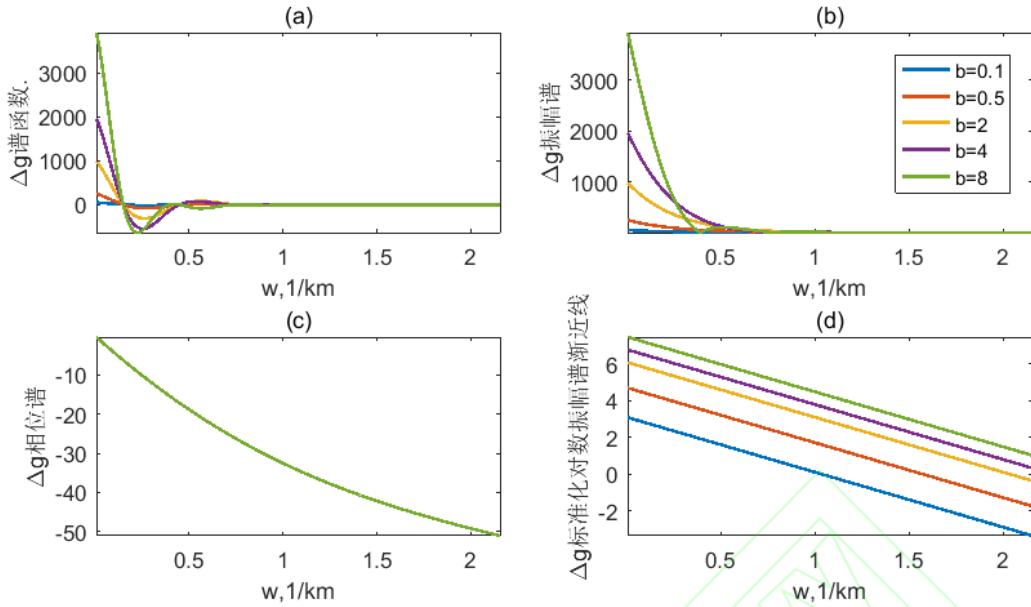


图 4 半宽度不同时的厚板重力异常频谱

(a)重力异常谱(b)振幅谱(c)相位谱(d)标准化对数振幅谱的渐近线

Fig. 4 Gravity anomaly spectrum of thick slabs with different half-widths

(a) gravity anomaly spectrum;(b) amplitude spectrum;(c) phase spectrum;(d) asymptote of normalized logarithmic amplitude spectrum

仅模型顶面中心点横坐标变化时,重力异常谱(图 5a)纵轴截距不变,幅值衰减速度随中心点远离原点而加快,波动幅度增强;幅值波动周期变小、第一零值点位置对应的波数变小。振幅谱(图 5b)不变。相位谱(图 5c)的纵轴截距不变,但是幅值的衰减速度随中心点远离原点而加快。相位谱渐近线(图 5d)纵轴截距未变,斜率随中心点远离原点变大。

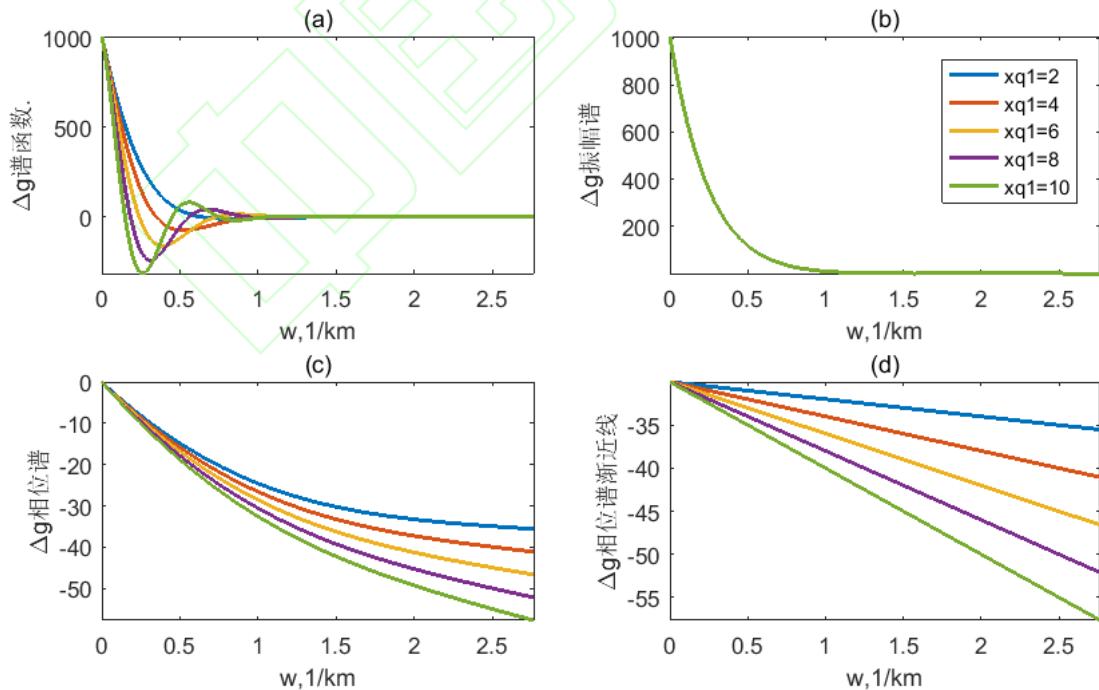


图 5 顶面中心点横坐标位置不同时厚板的重力异常频谱

(a)重力异常谱(b)振幅谱(c)相位谱(d)相位谱渐近线

Fig. 5 Gravity anomaly spectrum of thick slabs with different positions of transverse coordinates of top

## surface center point

(a) gravity anomaly spectrum;(b) amplitude spectrum;(c) phase spectrum;(d)asymptote of the phase spectrum

仅改变模型深度(厚度不变)时,重力异常谱(图6a)纵轴截距不变,幅值波动周期未变,衰减速度随埋深增大而变大。振幅谱(图6b)的纵轴截距亦未发生变化,第一零值点位置相同,只幅值衰减速度随埋深增加而明显加快。标准化振幅谱渐近线(图6d)的纵轴截距相同,斜率随埋深增大而增大。相位谱(图6c)未受模型深度变化影响。

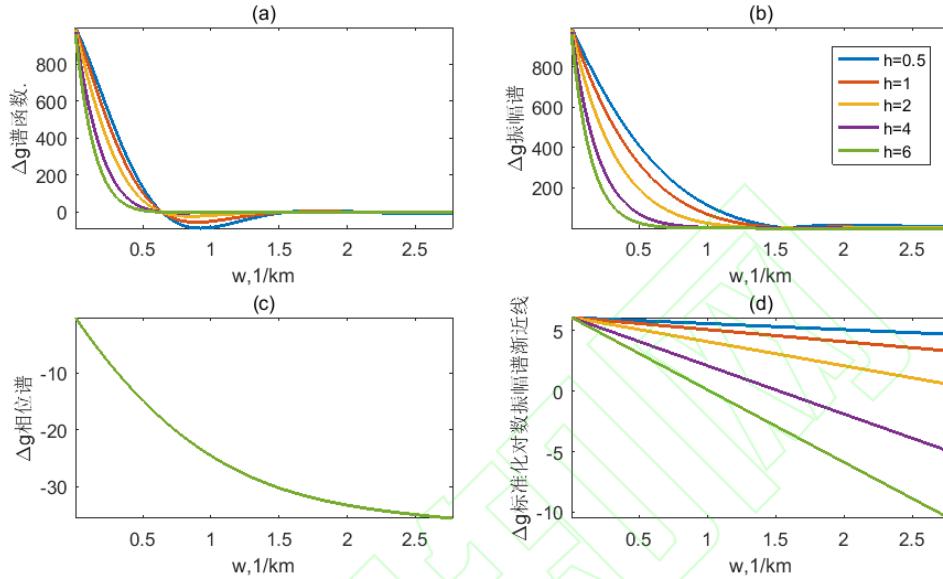


图6 模型埋深不同时厚板的重力异常频谱

(a)重力异常谱(b)振幅谱(c)相位谱(d)标准化对数振幅谱的渐近线

Fig. 6 Gravity anomaly spectrum of thick slabs with different model depths

(a) gravity anomaly spectrum;(b) amplitude spectrum;(c) phase spectrum;(d)asymptote of normalized logarithmic amplitude spectrum

仅模型密度变化时,重力异常谱(图7a)纵轴截距随密度增大而增大,幅值衰减速度加快,波动幅度增强;幅值波动周期、第一零值点未变。振幅谱(图7b)纵轴截距随密度增大而增大,幅值衰减速度加快,第一零值点位置不变。标准化振幅谱渐近线(图7d)的纵轴截距随密度增大而增大,斜率不变。相位谱(图7c)未受模型密度变化影响。

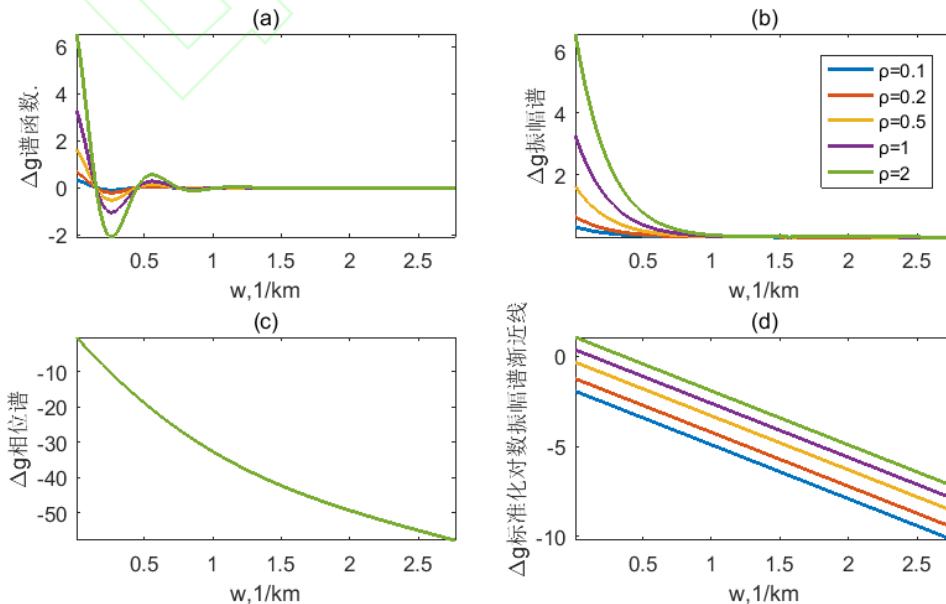


图 7 密度不同时厚板的重力异常频谱

(a)重力异常谱(b)振幅谱(c)相位谱(d)标准化对数振幅谱的渐近线

Fig.7 Gravity anomaly spectrum of thick slabs with different densities

(a)gravity anomaly spectrum;(b) amplitude spectrum;(c) phase spectrum;(d)asymptote of normalized logarithmic amplitude spectrum

仅模型倾角发生变化时, 重力异常谱(图 8a)纵轴截距不变, 当模型倾角为 5° 时, 谱幅值衰减速度最快, 波动幅度最小, 周期最大, 第一零值点对应的波数最大; 倾角为 175° 时, 谱幅值衰减最小, 周期最小, 第一零值点对应的波数最小; 倾角在 25-155° 区间变化时, 谱特征变化均不明显。模型倾角为 175° 时, 振幅谱(图 8b)波动最为明显, 幅值波动周期最小, 衰减速度最快; 倾角在其他范围变化时, 振幅谱变化较小。相位谱(图 8c)的纵轴截距未随模型倾角变化而改变。当模型倾角在 0-90° 范围内变化时, 相位谱曲线从纵轴截距零点开始幅值逐渐减小, 波动周期明显增大, 波动幅度减弱; 当模型倾角在 180-90° 范围内变化时, 相位谱曲线从纵轴截距零点开始幅值逐渐增大, 波动周期明显增大, 波动幅度减弱; 相位谱渐近线(图 8d)纵轴截距随模型倾角从 0-180° 变化而逐渐从 -90 到 90, 其斜率未变。

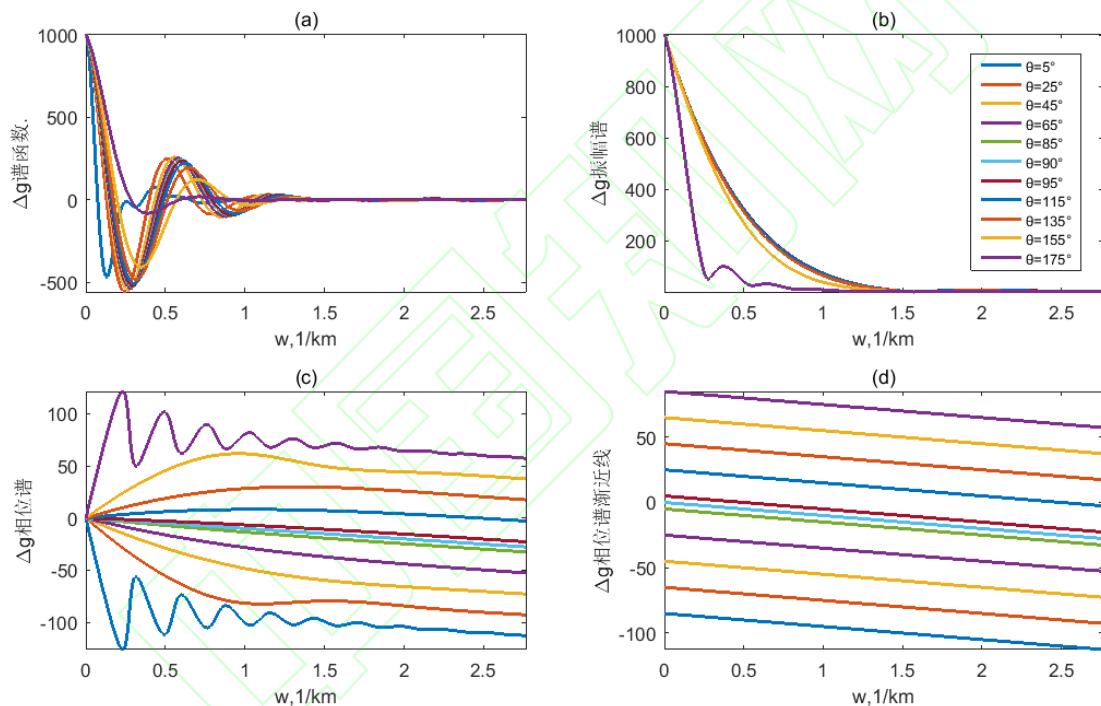


图 8 倾角不同时厚板的重力异常频谱

(a)重力异常谱(b)振幅谱(c)相位谱(d)相位谱渐近线

Fig.8 The spectrum of gravity anomaly of thick slabs with different inclination angles

(a)gravity anomaly spectrum;(b) amplitude spectrum;(c) phase spectrum;(d)asymptote of the phase spectrum

通过图 4-8 的分析, 得到以下结论: 第一, 模型的密度和半宽度变化, 对重力异常谱、振幅谱的纵轴截距均产生影响, 参数越大, 截距越大。因此由重力异常谱或振幅谱的截距变化可推测模型的物性与总体质量。第二, 模型的标志点横坐标和倾角的变化, 引起了重力异常谱的第一个零值点位置的变化。标志点越靠近坐标原点或模型倾角越大, 该零值点对应的波数就越大。因而可由此确定模型的标志点横坐标和模型倾角, 进而确定在模型水平方向的位置。第三, 模型倾角变化对相位谱影响非常明显, 厚板倾角在 0°-90° 与 90°-180° 区间变化时, 相位谱呈现出以波数轴为中心对称的特征。相位谱的渐近线是平行的斜率为负的直线。

故根据相位谱幅值波动特征和渐近线斜率可计算模型的倾角。第四，模型顶面埋深的变化仅对重力异常谱、振幅谱的幅值的衰减速度产生影响，故可据此来判断模型的埋深。

### 2.3. 频率域联合反演

重力异常不同频谱与地质体不同的参数相关，因而反演更为简便、快速。图 9 分别为水平圆柱体、薄板、厚板的标准化对数振幅谱及其大波数区的渐近线反演模型的标志点深度，水平圆柱体的中心点埋深  $h=2.992\text{km}$ 。薄板顶部埋深为  $2.999\text{km}$ 。厚板的顶部埋深为  $3\text{km}$ ，均与实际模型吻合。

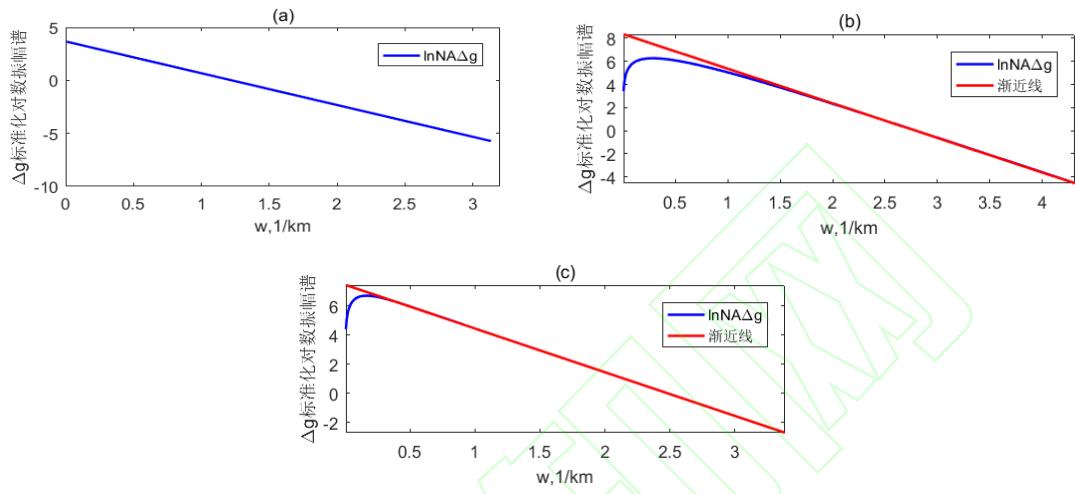


图 9 标准化对数振幅谱反演

(a)水平圆柱体(b)薄板(c)厚板  
Fig. 9 Normalized log-amplitude spectrum inversion  
(a)horizontal cylinder;(b)thin slab;(c)thick slab

图 10 分别为薄板和厚板的相位谱及其大波数区的渐近线。由薄板相位谱(图 10a)渐近线的纵轴截距及斜率可以推測  $\beta = -29.41^\circ$ ，结合曲线零值点可推測模型的倾角  $\alpha = 60.60^\circ$ ，根据渐近线斜率得到板体顶层中心点  $\xi = 10.03\text{ km}$ 。由厚板的相位谱(图 10b)，推測推得  $\alpha = 60^\circ$ ，厚板顶层中心点  $\xi_1 = 10\text{ km}$ ，均与实际模型吻合。由此可知，利用振幅谱与相位谱联合反演可精确计算模型的几何参数。

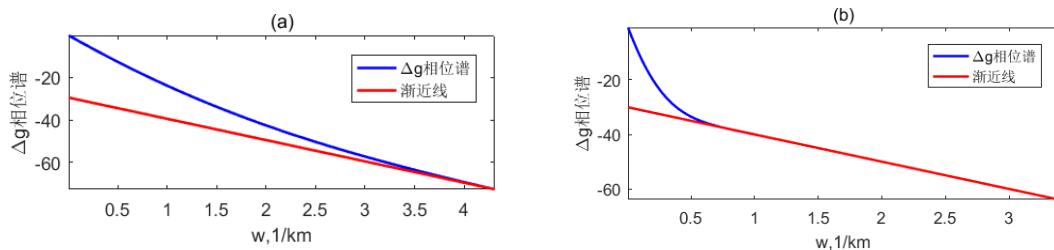


图 10 相位谱反演  
(a)薄板;(b)厚板  
Fig.10 Phase spectrum inversion  
(b)thin slab;(c)thick slab

### 3. 频谱分析的应用

武清凹陷是渤海湾盆地冀中坳陷东北部的一个次级边缘凹陷，为一个北断南超、西断东超的箕状凹陷。根据地质结构可以划分为五个次级构造单元：河西务陡坡带、杨村斜坡、大孟庄洼槽、大屯口洼槽、孙校庄洼槽和4个次级构造单元组成<sup>[24]</sup>。大孟庄洼槽位于河西务断层下降盘和大孟庄断层的下降盘之间，走向北东，南宽北窄，是武清凹陷主力生油洼槽<sup>[25]</sup>。泗村店潜山由大孟庄断层及泗村店断层组成的断垒山，紧邻大孟庄生油洼槽，具有优越的油气源条件。

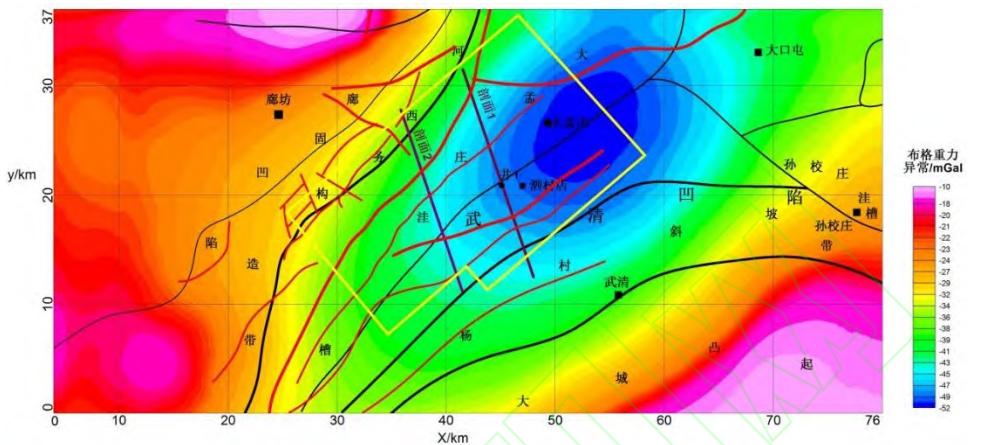


图 11 研究区域的重力异常  
黑色线为构造边界线，红色线为断裂，黄色为工区范围

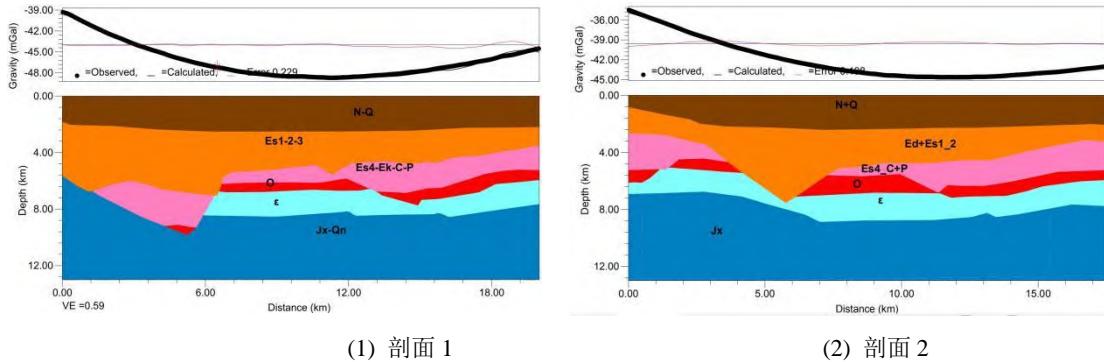
Fig.11 Gravity anomalies in the study area

The black line is the tectonic boundary line, the red line is the fault, the yellow line is the scope of the work area

根据东方地球物理公司实测的武清凹陷与周边地区的布格重力异常(图 11)，中间偏东北侧有一个大片的幅值更低的负异常区，对应武清凹陷。东南侧异常明显抬升，幅值增大与大成凸起对应，相对低值区与相对高值区异常之间的梯度带是杨村斜坡。图中西侧是一片较为平缓变化的负值异常区，异常幅值对应廊固凹陷。武清凹陷西部和北部为洼槽带，东部和南部为斜坡带，具有“三洼一斜坡”的构造格局，分别为大孟庄洼槽、大口屯洼槽和孙校庄洼槽，以及杨村斜坡带4个次级构造单元组成的一个弧形凹陷。大孟庄洼槽位于在河西务断层的下降盘和大孟庄断层的下降盘之间，是主力生油洼槽，且大孟庄洼槽发育较厚的下第三系地层，沙三段、沙四段和孔店组地层都可以作为烃源岩，油气通过大孟庄断层向上运移，与大孟庄断层上升盘的奥陶系地层对接，在断垒中聚集成藏。

该地区各地层密度由东方地球物理公司实测所得，资料显示各地层平均密度为：第四第三系 Q-N 为  $2.1\text{g}/\text{cm}^3$ 、东营组-沙一段 Ed-Es1 为  $2.3\text{g}/\text{cm}^3$ 、沙二段 Es2 为  $2.24\text{g}/\text{cm}^3$ 、沙三段 Es3 为  $2.35\text{g}/\text{cm}^3$ ，沙河街组四段-孔店组 Es4-Ek 为  $2.55\text{g}/\text{cm}^3$ ，中生界 Mz 为  $2.5\text{g}/\text{cm}^3$ ，石炭-二叠系 C-P 为  $2.61\text{g}/\text{cm}^3$ ，奥陶系 O 为  $2.71\text{g}/\text{cm}^3$ 、寒武系 ε 为  $2.66\text{g}/\text{cm}^3$ 、元古界 Qn 为  $2.72\text{g}/\text{cm}^3$ 、太古界 Jx 为  $2.72\text{g}/\text{cm}^3$ 。石炭-二叠系与上覆沙河街组及孔店组之间密度界面不明显，石炭系与下伏奥陶系-元古界之间密度差异较明显。因此奥陶系顶面是本区的主要密度界面。

提取图 11 中剖面 1 和剖面 2 的重力异常剖面数据，并对其进行地震约束下的人机交互剖面建模及频率域振幅谱反演。图 12 为剖面 1 和剖面 2 的综合地质模型，由地震约束得到初始模型，根据地质资料获得的各层密度，建立初始模型。计算初始模型的重力异常，得到该值与观测重力异常的残差。修正地质模型，使得残差在允许误差范围内，从而确定综合地质模型。



(1) 剖面 1

(2) 剖面 2

图 12 剖面 1 和 2 人机交互建模反演

(a)重力异常(b)地质剖面(不同颜色代表不同的岩性)

Fig.12 Modeling and inversion of human-computer interaction of section 1 and section 2

(a)gravity anomaly (b) Geological section (different colors represent different lithologies)

用剥离法提取计算主要密度界面奥陶系的重力异常，并进行频谱分析。首先计算重力异常的频谱(图 13a,b)，谱曲线呈波动型，零值点为负值。说明剖面 1 与剖面 2 的局部重力异常反应的地质体为板状体。

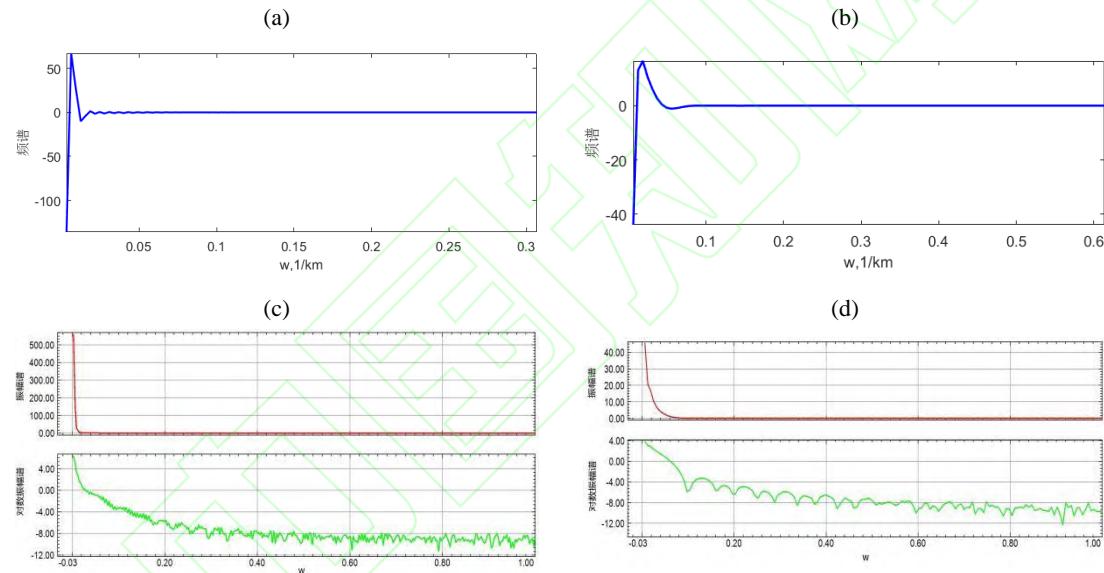


图 13 剖面 1 和剖面 2 的目标地层重力异常频谱

(a)和(c)剖面 1 的频谱及振幅谱(b)和(d)剖面 2 频谱与振幅谱，红色为振幅谱，绿色为对数振幅谱

Fig.13 The spectrum of gravity anomaly of the target strata of section1 and section2

(a) The gravity spectrum of section1; (b)The amplitude spectrum of section1 ;(c)The gravity spectrum of section 2;(d)The amplitude spectrum of section2

根据剖面 1 的振幅谱零值点分析(图 13)，第一个零值点的位置在  $w_0 = 0.51$ ，根据振幅谱反演的特征，反演其对应模型的半宽度  $b = \pi / w_0 = 6.06 \text{ km}$ ，运用标准化振幅谱反演方法，推测的埋深为  $6.29 \text{ km}$ 。根据剖面 2 的振幅谱零值点分析， $w_0 = 0.60$ ，其模型半宽度  $b = 5.27 \text{ km}$ 。运用标准化振幅谱反演方法得到埋深为  $5.41 \text{ km}$ 。

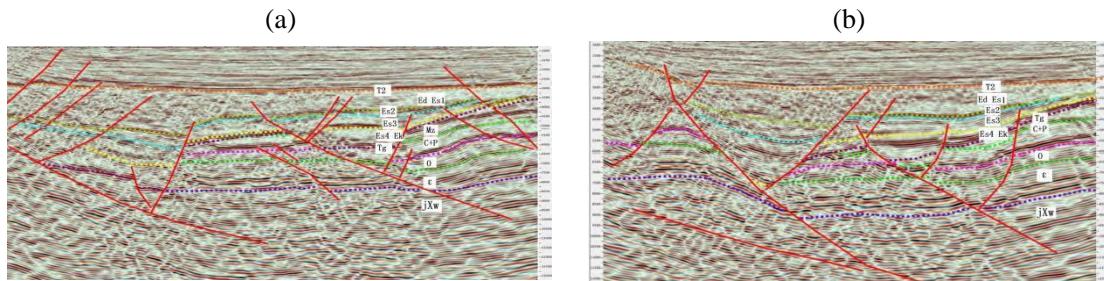


图 14 剖面 1 与剖面 2 的地震数据反演结果

(a)剖面 1 (b)剖面 2

Fig.14 Inversion results of seismic data for profile 1 and profile 2

(a)profile1 (b)profile2

东方地球物理公司实测的地震数据反演结果显示(图14),剖面1的奥陶系地层顶界埋深平均深度6.12 km,该地层在剖面2的深度为5.61 km。本文计算的深度结果与之相比,误差在2.7%与6%,结果可靠。

#### 4. 结论

本文运用频率域重力异常正反演计算表达式简单，可解性强，易于程序化计算速度快的特点，计算了多种不同地质模型的频率域正演的重力异常频谱，并对其进行了详细的特征分析。计算得到了水平圆柱体重力异常谱，其呈周期波动型，振幅谱呈单调下降，相位谱为一条斜率为负的直线；倾斜薄板重力异常谱呈周期波动型，振幅谱呈单调下降，相位谱为波动型；倾斜厚板重力异常频谱为周期波动型，振幅谱为波动型，相位谱为波动渐进型。通过详细分析厚板的不同参数变化对模型频谱的影响，根据频谱变化来判断地下地质体的趋势。振幅谱可判断模型的埋深，其第一个零值点位置的变化确定在模型水平方向的位置，相位谱与模型参数直接相关。本文提出的频率域联合反演，是结合振幅谱反演与相位谱反演的优势，来精确计算模型的几何参数的有效方法。经过模型测试与实际资料分析显示，频谱分析方法对物性差异较大的地层或矿体计算效果较好。将该方法应用于武清凹陷中目标地层的反演，得到两条实测剖面目标底层的精确深度与宽度，为该区域进一步展开地震研究提供的依据。

**致谢:**感谢东方地球物理公司提供武清地区资料。感谢审稿专家和期刊编辑部对本文的支持和帮助。

## 参考文献

- [1] Odegard M E, Berg J W. Gravity interpretation using the Fourier integral[J]. *Geophysics*. 1965, 3(30): 424-438.
  - [2] Spector A, Grant F S. Statistical Models for Interpreting Aeromagnetic Data[J]. *Geophysics*. 1970, 2(35): 293-302.
  - [3] Bhattacharya B. Analysis of a vertical dike, infinitely deep, striking north by fourier transform[J]. *Pure and applied geophysics*. 1971, 89(1): 134-138.
  - [4] Bhattacharya B. Continuous spectrum of the total-magnetic field anomaly due to a rectangular prismatic body[J]. *Geophysics*. 1966, 31(1): 97-121.
  - [5] Sengupta S, Das S. Interpretation of the gravitational effect of a two-dimensional dike by Fourier transform[J]. *Geoexploration*. 1977, 15(4): 251-261.
  - [6] Nielsen J O, Pedersen L B. Interpretation of potential fields from inclined dikes in the wavenumber domain[J]. *Pure and applied geophysics*. 1978, 117(4): 761-771.

- [7] Xiong Chuguang,Wang Yanzhong. Using Amplitude Spectrum of Magnetic Anomaly to Find the Buried Depth of Objects. *Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration*,1983,3(1):1-10(熊光楚,王延忠.用磁异常的振幅谱求物体的埋深问题[J].物探化探电子计算技术,1983,3(1):1- 10.)
- [8] Dou Yisheng. Amplitude Spectrum Square Ratio Method for Quantitative Interpretation of Thin layer Thickness[J]. *Oil Geophysical Prospecting*,1995,30(2):57-65(窦易升. 薄层厚度定量解 释的振幅谱平方比法[J]. 石油地球物理勘探,1995,30(2):57-65)
- [9] Cheng Fangdao,Huang Guangyu. The Derivation and Analysis of Spetrum of Gravity and Magnetic Anomalies of Regular Bodies[J]. *Journal of Central South University of Mining and Metallurgy*,1979,3(4):36-44(程方道,黄光裕规则物体重磁异常波谱表达式的推导与分析[J]. 中 南矿冶学院学报,1979, 3(4): 36-44)
- [10] Cheng Fangdao.Theory and application of gravitational and magnetic potential field spectrum [M].Changsha:Central South University of Technology Press,1987,26-51(程方道.重磁位场 波谱理论及其应用[M].长沙:中南工业大学出版社,1987,26-51)
- [11] Wu Xuanzhi,Liu Guanghai,Xu Guangqi et al. Fourier Transform and Potential Field Spectrum Analysis Methods and Their Applications[M]. Beijing:Surveying and Mapping Press,1992,84-108 (吴宣志,刘光海,薛光琦等.傅立叶变换和位场谱分析方法及其应用[M].北京:测绘出版社, 1987, 84-108)
- [12] Liu Xiangzhong. The Principle and Application of Gravity and Magnetic Anomaly Spectroscopic Analysis[M]. Chongqing:Chongqing Publishing House,1992,1-8(刘祥重. 重磁异常波谱分析原理及应用[M]. 重庆: 重庆出版社,1992,1-8)
- [13] Guan Zhining. Geomagnetic Field and Magnetic Exploration[M]. Beijing:Geological Publishing House,2005,246-248.(管志宁.地磁场与磁力勘探.北京:地质出版社[M],2005,246-248)
- [14] Yang Wencai,Guo Aiqing,Xie Yuqing et al.The interpretation method of gravity magnetic anomaly in frequency domain[J]. *Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration*,1979, 1(1):1-30(杨文采 郭爱缨, 谢玉清等. 重磁异常在频率域的解释方法[J]. 物 探化探电子计算技术, 1979,1(1):1-30)
- [15] Chen Shi,Zhang Jian. The View of the Spectral Analysis Method of Gravity Potential Field[J]. *Progress in Geophysics*,2006,21(4):1113-1119(陈石,张健. 重力位场谱分析方法研究综述[J]. 地球物理学进展,2006,21(4):1113-1119)
- [16] Ke Xiaoping,Wang Yong,Xu Houze.Moho Depths Inversion of Qingha-Tibet Plateau with Variable Density Model[J].*Geomatics and Information Science of Wuhan University*.2006,31(4):289-293 (柯小平, 王勇, 徐厚泽. 用变密度模型反演青藏高原的莫霍面深度[J]. 武汉大学学报 信息科学版. 2006, 31(4): 289-293).
- [17] Qiu Zhiyun. The Forward Problem of Gravity and Magnetic Anomalies due to Vertical Cuboid in Frequency Domain[D]. Xi'an:Chang'an University.2007(邱之云. 频率域直立六面体重、磁异常正演问题[D]. 西安: 长安大学, 2007)
- [18] Wu Leyuan, Tian Gang. High-precision Fourier forward modeling of potential fields[J]. *Geophysics*. 2014, 79(5): G59-G68.
- [19] Wu Leyuan, Chen Longwei. Fourier forward modeling of vector and tensor gravity fields due to prismatic bodies with variable density contrast[J]. *Geophysics*. 2016, 81(1): G13-G26.
- [20] Wang Wenjie. Study on Method and Technique of Frequency Domain Forward Modeling of Gravity and Magnetic Anomaly[D]. Beijing:China University of Geosciences (Beijing).2018(王文杰. 重磁 异常正演频率域方法技术研究[D]. 北京: 中国地质大学 (北京) , 2018).

- [21] Priezzhev I, Pfutzner H, Richmond. Method for 3-D gravity forward modeling and inversion in the wavenumber domain[P]. US 8,700,372 B2.
- [22] Cui Y, Guo L. A wavenumber-domain iterative approach for 3D imaging of magnetic anomalies and gradients with depth constraints[J]. *Journal of Geophysics and Engineering*. 2019, 16(6): 1032-1047.
- [23] Cui Y, Guo L. A Wavenumber-Domain Iterative Approach for Rapid 3-D Imaging of Gravity Anomalies and Gradients[J]. *IEEE Access*. 2019, 7:1 34179-34188.
- [24] Fang Lixin. A Study of Seismic Facies and Oil Accumulation in the Shahejie-Dongying Fomations in the Western Part of the Wuqing Sag[D]. Qingdao:China University of Petroleum (EastChina) .2010(范立新. 武清凹陷西部沙河街组—东营组地震相与成藏条件分 析[D]. 青岛: 中国石油大学, 2010).
- [25] Jin Qiang,Wu A J,Jin Fengming et al.Estimatiion of source rocks by seismic attributes in the Damengzhuang sag,Wuqing depression. *Petroleum Geology and Recovery Efficiency*,2013, 19(4):34-37(金强, 武爱俊, 金风鸣, 等. 武清凹陷大孟庄洼槽烃源岩地震属性预测与评价 [J]. 油气地质与采收率. 2012, 19(4): 34-37.

## Research and Application of Gravity Anomaly Spectrum

### Analysis Method

HE Huiyou<sup>1,2</sup> FANG Jian<sup>1</sup>

1 State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics, Innovation Academy for Precision Measurement

Science and Technology, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China

2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract:** **Objectives:** Spectral analysis is to analyze and study various spectra of potential anomalies with wave-number as the independent variable, to solve the problems of anomaly conversion, filtering and forward and inverse analysis in practical work. The spectral characteristics of the potential include the spatial distribution, lithology and tectonic characteristics of the subsurface stratum, which helps the interpretation and analysis of geophysical data and provides information for further understanding of the study area. The amplitude spectrum of the potential anomaly spectrum is directly related to the burial depth, width of the subsurface geological body; the phase spectrum reflects the information of the horizontal position and dip angle of the subsurface geological body. However, in previous studies, most of the researchers' work had been focused on making use of the characteristics of fast calculation of the bitfield data in the frequency domain, doing a lot of forward work as well as applying the relationship between the spectrum and the parameters of the geologic body for inversion, but the analysis of the spectral characteristics of different geologic bodies and the specific effects of the geologic body parameters on the spectrum have been less studied. On the other hand, there are few studies on the joint inversion using different spectra in the frequency domain inversion. **Methods:** In order to better carry out the study of gravity anomaly in the frequency domain, using the characteristics of simple, solvable and easy to program and fast computation of the expression for the positive inversion of gravity anomaly in the frequency domain, in this paper, the spectral

curves of various models are calculated, and the characteristics of the spectral curves, and details the effects of model parameter changes on the spectral curves are analyzed too; it also includes how to interpret the amplitude spectral inversion and phase spectral inversion, and proposes a joint inversion method in the frequency domain to accurately invert the geometric parameters of the models. **Results:** The gravitational anomaly spectrum of a horizontal cylinder, which is of the periodic fluctuation type with monotonically decreasing amplitude spectrum and its phase spectrum is a straight line with a negative slope; the gravity anomaly spectrum of the tilted thin plate is periodically fluctuating, with monotonically decreasing amplitude spectrum and fluctuating phase spectrum; the gravity anomaly spectrum of the tilted thick plate is periodically fluctuating with fluctuating amplitude spectrum and fluctuating and progressive phase spectrum. By analyzing the influence of different parameter changes of the thick plate on the model spectrum, the trend of the subsurface geological body is judged according to the spectrum changes. The amplitude spectrum can determine the burial depth of the model, and the change of its first zero value point position is determined in the horizontal direction of the model, and the phase spectrum is directly related to the model parameters. The joint inversion in frequency domain proposed in this paper is an effective method to combine the advantages of amplitude spectrum inversion and phase spectrum inversion to accurately calculate the geometric parameters of the model. The method was applied to the inversion of the target stratigraphy in the Wuqing Sag, and the precise depth and width of the target substratum in the two measured sections were obtained, providing a basis for further seismic studies in the area.

**Key words:** gravity anomaly; spectral analysis; frequency domain forward and inverse; amplitude spectrum inversion

**First author:** HE Huiyou, doctoral student, specializes in the forward and inversion of gravity, hehuiyou@apm.ac.cn

**Corresponding author:** FANG Jian, researcher and doctoral supervisor, specializes in gravity field inversion and application , jfang@whigg.ac.cn,

**Foundation support:** National Key Research and Development Project (2016YFC0601101); the National Natural Science Foundation of China (41874091, 41874096); Strategic Pioneer Science and Technology Special Project of Chinese Academy of Sciences (XDB18010304). Independent project of State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics(S21L6401)