

# 无先验信息的改进目标函数单历元 模糊度正确率分析

张 良<sup>1</sup> 吕汉峰<sup>1</sup> 吴 杰<sup>1</sup>

1 国防科技大学航天科学与工程学院, 湖南 长沙, 410073

**摘 要:**基于 C/A 码和双频载波相位信息建立双差伪距和宽巷相位观测模型,以浮点变换方法生成模糊度备选空间,将改进的目标函数“ $L_1$  相位残差平方和与  $L_2$  相位残差平方和之和”替换传统的目标函数“浮点解与真解残差二次型”作为模糊度搜索的准则。18 h 实测静态数据的计算结果表明,在模糊度求解的正确率、可靠性和可用性方面,改进的目标函数优于传统的目标函数。

**关键词:**目标函数;短基线;单历元;模糊度;正确率

中图法分类号:P228.41 文献标志码:A

利用 GPS 载波相位信息进行飞机精密进近着陆、空间飞行器交会对接等应用,其关键技术是整周模糊度能在几个历元甚至一个历元准确、可靠地进行动态求解。由于单历元求解整周模糊度算法可跳过周跳探测与修复这一技术难题,目前,以 LAMBDA<sup>[1]</sup>方法为基础,利用先验信息如基线长度等进行单历元模糊度求解的算法已经被广泛研究<sup>[2-5]</sup>。这些算法的模糊度求解的正确率都比较高,主要是由于利用先验信息筛选了模糊度备选解或压缩了模糊度搜索空间,减少了纳伪事件的发生。

在静对动或动对动相对定位过程中,由于没有先验信息可以利用,只能以观测信息的残差平方和作为模糊度搜索的准则。单历元观测信息种类有多种,所以目标函数选取也有多种,但是在无先验信息的情况下,利用宽巷载波相位信息建立观测方程进行模糊度求解,在模糊度搜索时,基本上都是将浮点解与真解残差的二次型作为目标函数。这种传统的目标函数等价于伪距残差平方和与宽巷载波相位残差平方和之和<sup>[6,7]</sup>,该目标函数极小值容易受到伪距噪声的影响而出现纳伪现象。针对这些问题,本文提出了一种改进的目标函数,这种改进的目标函数利用了所有单频纯载波相位信息残差的平方和,可以降低单历元模糊

度求解的纳伪概率。在此基础上,本文还统计并比较了多种目标函数的单历元模糊度求解的正确率,着重分析了传统的目标函数与改进的目标函数对单历元模糊度求解正确率的影响。

## 1 GPS 单历元相对定位算法的数学模型

### 1.1 C/A 码与宽巷双差观测模型

由于宽巷模糊度具有波长长以及浮点解的协方差阵谱相对较小的特性,使得模糊度搜索效率较高<sup>[8-10]</sup>。采用宽巷相位双差观测值和 C/A 码双差观测值建立观测模型,在短基线条件下( $<10$  km),可以认为电离层延迟误差、对流层延迟误差和星历误差消除或削弱得很充分。观测方程简化如下:

$$\begin{bmatrix} L_{C/A} \\ L_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 \\ \mathbf{B} / \lambda_w & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_c \\ \epsilon_w \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{B}$  为伪距双差观测方程的设计矩阵; $\mathbf{I}$  为单位阵; $\mathbf{X}$  为基线矢量增量(m); $\mathbf{N}$  为双差模糊度(周); $\lambda_w$  为宽巷观测值的波长; $L_{C/A}$  为双差观测值与计算值的差值(m); $L_w$  为宽巷双差观测值与计算值的差值(周); $\epsilon_c$ 、 $\epsilon_w$  分别为伪距、宽巷相位双差观测值的噪声;与双差观测值对应的权阵  $\mathbf{P}$

收稿日期:2012-11-15

项目来源:国防科学技术大学优秀研究生创新资助项目(B140103);国家自然科学基金资助项目(61104200)。

第一作者:张良,博士。主要从事 GNSS/SINS 组合导航方法与数据处理研究。E-mail: zhangliang\_nudt@sina.cn

通讯作者:吴杰,博士,教授,博士生导师。E-mail: wujie\_nudt@sina.com

$= \text{diag}(P_C, P_W)$ 。

求解方程组(1),可获得宽巷模糊度浮点解  $\hat{N}$  及协方差阵  $Q_N$ 。在单历元模糊度求解条件下,要获得较好的模糊度浮点解,选择适当的随机模型显得尤为重要<sup>[2,11]</sup>,本文选取以高度角为权的随机模型。

### 1.2 宽巷模糊度搜索及固定

根据文献[12]所述的基于 Choleskey 分解浮点变换去相关方法可获得模糊度搜索模型为:

$$\hat{N}' = L(\hat{N} - N) \quad (2)$$

式中, $\hat{N}$  为宽巷模糊度浮点解; $N$  为宽巷模糊度真值; $L$  为浮点解协方差阵  $Q_N$  进行 Choleskey 分解的逆阵,即  $Q_N = GG^T, L = G^{-1}$ ;  $\hat{N}'$  记为变换后的模糊度浮点解。

假设各载波相位观测值独立且服从正态分布,则  $\hat{N}'$  的期望和协方差阵为:

$$\begin{cases} E(\hat{N}') = E(\hat{N} - N) = 0 \\ Q(\hat{N}') = LQ_NL^T = LG(LG)^T = I \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)知, $\hat{N}'$  服从标准的正态分布(0, I),则式(4)依概率 99.97%成立:

$$\begin{cases} -3 \leq \hat{N}' \leq 3 \\ -3 \leq L(\hat{N} - N) \leq 3 \end{cases} \quad (4)$$

根据式(4),可确定每一维模糊度的搜索范围。

模糊度搜索时,必须选择恰当的目标函数。单历元观测信息有  $L_1$  载波相位、 $L_2$  载波相位和 C/A 码等,可选择的目标函数有:

$$(\hat{N} - N)^T Q_N^{-1} (\hat{N} - N) = \min \quad (5)$$

$$V_C^T P_C V_C + V_W^T P_W V_W = \min \quad (6)$$

$$V_W^T P_W V_W = \min \quad (7)$$

$$V_{L_1}^T P_{L_1} V_{L_1} = \min \quad (8)$$

$$V_{L_2}^T P_{L_2} V_{L_2} = \min \quad (9)$$

$$V_{L_1}^T P_{L_1} V_{L_1} + V_{L_2}^T P_{L_2} V_{L_2} = \min \quad (10)$$

式(5)和式(6)等价,表示伪距双差观测值残差平方和与宽巷相位双差观测值残差平方和之和;式(7)表示宽巷相位双差观测值残差平方和;式(8)和式(9)分别表示  $L_1$ 、 $L_2$  相位双差观测值残差平方和;式(10)表示  $L_1$  相位双差观测值残差平方和与  $L_2$  相位双差观测值残差平方和之和。为了后文表述方便,式(5)和式(6)简记为传统“浮-真二次型”,式(7)简记为“纯宽”,式(8)简记为“纯  $L_1$ ”,式(9)简记为“纯  $L_2$ ”,式(10)简记为改进“ $L_1 + L_2$ ”。

为了避免将每组模糊度备选解代入观测方程计算残差平方和,可以根据观测值向量到残差向量的投影矩阵计算上述目标函数值,从而减少计算时间。

在模糊度搜索之后,为了确认模糊度是否可以固定,通常采用 Ratio 或 OVT(over the time)等检验方法。

### 1.3 单频模糊度求解

根据文献[13],宽巷观测值的噪声小于  $L_1$ 、 $L_2$  波长的 5%,而宽巷模糊度与单频模糊度存在与几何距离相关的波长比例数学关系约束,当宽巷模糊度确定时,可采用式(11)计算单频模糊度:

$$N_L = \text{Round}(L_\phi - \frac{\lambda_w}{\lambda_L}(L_W - N_W)) \quad (11)$$

式中, $L_\phi$  为  $L_1$  或  $L_2$  单频双差观测值; $L_W$  为宽巷双差观测值; $\lambda_w$  为宽巷波长; $\lambda_L$  为  $L_1$  或  $L_2$  的波长; $N_W$  为固定的宽巷模糊度; $N_L$  为  $L_1$  或  $L_2$  单频双差模糊度。

## 2 算例分析

为了分析前面所述的目标函数对单历元模糊度求解正确率的影响,用两台 Novatel-OEM2 接收机构成长约 4.6 m 的基线进行实验观测,观测时间为 2010 年 4 月 28 日 3:00 ~ 24:00,采样频率为 1 Hz,截止高度角为 13°。本文的正确率指标是根据定位结果中的正确次数除以结果次数得到的。

对无 Ratio 检验情况下不同目标函数的模糊度求解的正确率进行统计。无 Ratio 检验表示每次搜索到的模糊度都固定,不进行任何正确性检验。在条件相同的情况下(历元个数为 65 092 个,卫星颗数为 5~10 颗,结果次数为 65 092 次),采用不同的目标函数,模糊度求解的正确率不同,正确率大小关系分别为改进“ $L_1 + L_2$ ”(99.91%)>“纯  $L_1$ ”(99.70%)>传统“浮-真二次型”(99.53%)>“纯  $L_2$ ”(99.45%)>“纯宽”(96.22%)。

根据本文的算法可知,在每次进行模糊度搜索时,模糊度的备选解组合对于不同目标函数都是相同的,都是以宽巷浮点解的方差阵确定备选解空间。改进“ $L_1 + L_2$ ”的正确率最高,是由于改进后的目标函数的可靠性增强,纳伪概率小于其他目标函数。相比于传统“浮-真二次型”,改进“ $L_1 + L_2$ ”只包含原始的高精度载波相位信息,而“浮-真二次型”等价于伪距残差平方和与宽巷相位残差平方和之和,包含两类不等精度信息,伪距噪声比载波相位噪声大几个量级,且宽巷载波相位比单频载波相位噪声大,虽然权阵可以降低不等精度信息噪声的影响,但是对于实测数据,权阵

参数不好选取,纳伪风险依然存在。算例表明,传统“浮-真二次型”的纳伪概率大于改进“ $L_1 + L_2$ ”。

“纯宽”的正确率最低,主要是由于只使用纯宽作为目标函数,相对于原始双频载波信息,信息量减半,宽巷载波相位噪声相对较大,容易出现错误的模糊度组合计算的目标函数值比真值计算的还要小的现象,纳伪概率变大,因此这种目标函数的可靠性降低。

“纯 $L_1$ ”的正确率大于“纯 $L_2$ ”的,这是由于在同样载噪比条件下, $L_1$ 载波相位测量的精度比 $L_2$ 要高,纳伪风险降低。传统“浮-真二次型”的正确率处在它们之间,可见增加目标函数的信息量可以弥补宽巷载波相位噪声相对较大的缺点。

由上述分析可知,若要模糊度纳伪事件成为

小概率事件,目标函数使用的信息精度越高越好,且高精度信息量越多越好。

为了进一步分析各目标函数在不同卫星颗数情况下求解模糊度的正确率,表1分别统计了某一时段共同观测卫星只有5~6颗和其他时段7~10颗情况下不同目标函数求解模糊度的正确率。

由表1知,在共同观测卫星颗数较少的情况下,改进“ $L_1 + L_2$ ”作为目标函数,优势显著,相对于传统目标函数,正确率提高了约6个百分点。而在卫星颗数较多的情况下,传统目标函数与改进目标函数无差别,说明不同目标函数求解模糊度的纳伪概率在卫星颗数较少的情况下差异显著,即当目标函数使用的信息量少时,纳伪现象表现得尤其严重。

表1 5~10颗卫星数不同目标函数求解模糊度的正确率

Tab. 1 Success Rate on Different Objections With 5-10 Satellites

目标函数	卫星颗数/颗	历元个数/个	正确率%	卫星颗数/颗	历元个数/个	正确率%
“纯宽”			57.02			99.45
传统“浮-真二次型”			92.21			100
“纯 $L_1$ ”	5~6	3 646	95.23	7~10	62 256	99.99
“纯 $L_2$ ”			91.22			100
改进“ $L_1 + L_2$ ”			98.57			100

在航天交会对接、飞机空中加油等应用背景条件下,要求模糊度具有高可靠性。表2统计了模糊度100%正确所需要的OVT检验个数。由表2知,若要模糊度求解的正确率为100%,采用改进“ $L_1 + L_2$ ”,OVT检验需9个历元,而传统“浮-真二次型”需24个历元。

表2 模糊度求解正确率100%所需要的OVT检验个数

Tab. 2 OVT Numbers of 100% Success Rate

目标函数	卫星颗数/颗	历元个数/个	OVT个数/个
“纯宽”			75
传统“浮-真二次型”			24
“纯 $L_1$ ”	5~10	65 092	9
“纯 $L_2$ ”			16
改进“ $L_1 + L_2$ ”			9

一般情况下,为了确认模糊度是否可以固定,常采用Ratio检验。为了保证模糊度的可靠性,若Ratio取值太大,虽然纳伪概率减小,但是弃真概率会增加,使得高精度定位结果的可用性降低;若Ratio取值太小,高精度定位结果的可用性可以得到保证,但是纳伪风险增加,定位结果可能不可靠。表3统计了在Ratio>2.0的情况下基线解算结果次数及模糊度求解的正确率。

由表3知,在Ratio>2.0条件下,采用改进“ $L_1 + L_2$ ”,剔除次数最少,正确率最高。可见该

表3 Ratio>2.0定位结果次数及模糊度求解正确率

Tab. 3 Success Rate and Numbers of Results with Ratio Over 2.0

目标函数	历元个数	结果次数	剔除次数	正确率%
“纯宽”		62 490	2 602	97.93
传统“浮-真二次型”		63 613	1 479	99.94
“纯 $L_1$ ”	65 092	64 923	169	99.81
“纯 $L_2$ ”		64 771	331	99.69
改进“ $L_1 + L_2$ ”		65 016	76	99.97

目标函数在这几类目标函数中的可用性和可靠性都是最高的。虽然传统“浮-真二次型”的正确率可达99.94%,但是剔除次数却达到了1 479次,意味着约0.5 h没有基线解算结果,可用性急剧降低。同时结合无Ratio检验条件下传统“浮-真二次型”的正确率可达99.53%,可以计算出被剔除的1 479次中有1 206次定位结果是正确的,大量的正确定位结果被剔除,定位结果的可用性大大降低。

综上所述,采用改进“ $L_1 + L_2$ ”作为目标函数,可以提高单历元模糊度求解的正确率、可靠性及可用性。

### 3 结语

1)在无先验信息和短基线条件下,基于C/A

码和宽巷双差观测值建立的观测模型,在模糊度求解正确率、可靠性和可用性方面,改进的目标函数优于传统目标函数。如果在 Ratio 累积法<sup>[14]</sup>动态快速确定模糊度中采用该目标函数,则可以减少模糊度固定所需的历元个数。

2)在无先验信息和短基线条件下,只利用 C/A码和双频载波相位信息,采用本文建立的观测模型及改进的目标函数后,可以提高单历元模糊度求解的正确率。结合 OVT 算法,进一步完善研究,可望应用于高可靠动态精密相对定位中。

3)本文的算例分析表明,在多频多系统共存的局面下,相位组合观测值有着更多的选择<sup>[15]</sup>,宽波或超宽波可能是被优先选择的对象作为观测值,但是目标函数若不使用原始的高精度载波信息,将存在很大的纳伪风险。

### 参 考 文 献

- [1] Teunissen P J G. The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation [J]. *Journal of Geodesy*, 1995, 70(1/2): 65-82
- [2] Li Zhenghang, Liu Wanke, Lou Yidong, et al. Heading Determination Algorithm Dual-Frequency GPS with Single Epoch Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2007, 32(9):754-756(李征航, 刘万科, 楼益栋, 等. 基于双频 GPS 数据的单历元定向算法研究[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2007, 32(9): 754-756)
- [3] Tang Weiming, Sun Hongxing, Liu Jingnan. Ambiguity Resolution of Single Epoch Frequency Data with Baseline Length Constraint Using LAMBDA Algorithm[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2005 30(5):444-446(唐卫明, 孙红星, 刘经南. 附有基线长度约束的单频数据单历元 LAMBDA 方法整周模糊度确定[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2005, 30(5): 444-446)
- [4] Liu Wanke. Research on Algorithm and Program Realization of Rapid GPS Static Positioning and Heading With Distance Constraint [D]. Wuhan: Wuhan University, 2004(刘万科. 附有距离约束的 GPS 快速静态定位定向算法研究及程序实现[D]. 武汉: 武汉大学, 2004)
- [5] Buist P J. The Baseline Constrained LAMBDA Method for Single Epoch, Single Frequency Attitude Determination Applications [C]. ION GNSS 20th International Technical Meeting of the Satellite Division, Fort Worth, TX, 2007
- [6] Teunissen P J G. Least-Squares Estimation of the Integer GPS Ambiguities[C]. Invited Lecture, Sect IV, Theory and Methodology, IAG General Meeting, Beijing, China, 1993
- [7] Yu Guorong. Research on Kinematic GPS Positioning Relative to a Moving Reference [D]. Wuhan: Wuhan University, 2003(喻国荣. 基于移动参考站的 GPS 动态相对定位算法研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2003)
- [8] Teunissen P, De Jonge P, De Jonge P P. On the Spectrum of the GPS DD Ambiguities [C]. ION GPS, Salt Lake City, USA, 1994
- [9] Wang Zeming, Liu Jingbin. Model of Inter-Frequency Combinations of Galileo GNSS [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2003, 28(6):723-727(王泽明, 柳景斌. Galileo 卫星定位系统相位组合观测值的模型研究[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2003, 28(6): 723-727)
- [10] Han Shaowei, Rizos C. Improving the Computational Efficiency of the Ambiguity Function Algorithm [J]. *Journal of Geodesy*, 1996, 70: 330-341
- [11] Corbett S J, Cross P A. GPS Single Epoch Ambiguity Resolution [J]. *Survey Review*, 1995, 257(33): 149-160
- [12] Meng Lingpo, Wu Jie. Research on Ambiguity Dynamic Resolution Using Dual Frequency Single-epoch Data[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2010, 32(1): 35-39(孟岭坡, 吴杰. 双频去相关单历元动态解算整周模糊度研究[J]. *国防科技大学学报*, 2010, 32(1): 35-39)
- [13] Chen Xiaoming. Research on the Theory and Practice of High Precision GPS Kinematic Positioning [D]. Wuhan: Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1997(陈小明. 高精度 GPS 动态定位的理论和实践[D]. 武汉: 武汉测绘科技大学, 1997)
- [14] Tang Weiming, Sun Hongxing, Chen Jiang. Method of Ratio Accumulation of GNSS and Fast Double-Differenced Ambiguity Resolution[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2008, 28(5):69-72(唐卫明, 孙红星, 陈江. Ratio 值累积法动态快速确定 GNSS 双差模糊度[J]. *大地测量与地球动力学*, 2008, 28(5): 69-72)
- [15] Li Zhenghang, Zhang Xiaohong. New Techniques and Precise Data Processing Methods of Satellite Navigation and Positioning [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2009(李征航, 张小红. 卫星导航定位新技术及高精度数据处理方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2009)

## Single Epoch Ambiguity Resolution Success Rates Under Modified Objective Function Without Prior Baseline Information

ZHANG Liang<sup>1</sup> LV Hanfeng<sup>1</sup> WU Jie<sup>1</sup>

<sup>1</sup> College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China

**Abstract:** In this paper, the traditional objective function, the quadratic of difference of float ambiguity and integer ambiguity, is replaced by a modified function called sum of  $L_1$  and  $L_2$  pure carrier phase residua squares when searching for a correct integer ambiguity. The integer ambiguities search space is obtained by a floating transformation and building observation model with DD (double difference) C/A code range and wide lane carrier phase. The calculation results from 18-hour static GPS data indicate that the modified is better than the traditional objective function for reliability and usability with a higher success rate.

**Key words:** objection function; short baseline; single epoch; ambiguity; success rate

**First author:** ZHANG Liang, PhD, specializes in the methods and data processing of GNSS/SINS integrated navigation. E-mail: zhangliang\_nudt@sina.cn

**Corresponding author:** WU Jie, PhD, professor. E-mail: wujie\_nudt@sina.com

**Foundation support:** The National University of Defense Technology Innovation Foundation for Postgraduates, No. B140103; the National Natural Science Foundation of China, No. 61104200.

(上接第 1183 页)

## Adaptive Collocation Based on Anisotropic Covariance Function

ZHANG Juqing<sup>1,2</sup> HAO Rong<sup>1</sup> ZHANG Qin<sup>1,2</sup> NIE Jianliang<sup>3</sup>

<sup>1</sup> School of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China

<sup>2</sup> Open Research Laboratory of Geotechnical Engineering, Land and Resources Ministry, Xi'an 710054, China

<sup>3</sup> Surveying and Mapping Geographic Information Bureau of Shaanxi Province, Xi'an 710054, China

**Abstract:** Covariance function fitting for stochastic signal is a key problem for collocation. In the process of covariance function estimation, we often assume stochastic signals with the characteristic of isotropic, but anisotropic is more generally. Combined the expressions of error component in different directions, a method of covariance function fitting based on anisotropic is given. Further, adaptive collocation, which constructed by variance component estimations can adjust the contribution to model parameters by observation errors and stochastic signals and weaken the affect leading by their uncertainty, is proposed and applied in missing InSAR data fitting. A practical example shows that collocation can well supply the missing data, and adaptive collocation based on anisotropic covariance function can give higher accuracy in missing data fitting.

**Key words:** anisotropic; covariance function; collocation; adaptive; missing data

**First author:** ZHANG Juqing, associate professor. She is engaged in the teaching and studying on quality control of spatial data. E-mail: Zhangjq@chd.edu.cn

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41274004, 41274005, 41372375; the National 863 Program of China, No. 2012AA21301; the Project of Land and Resources Ministry, No. 1212011220186; the Special Fund for Basic Scientific Research of Central Colleges, No. 2013G3264003.