

利用 GOCE 卫星轨道数据反演地球重力场模型

黄 强¹ 范东明¹ 游 为¹

(1 西南交通大学地球科学与环境工程学院,成都市二环路北一段 111 号,610031)

摘 要:在能量守恒法和短弧长积分法的基础上,利用 Fortran 程序语言编写了两套计算程序,分别利用两种方法计算了 62 d 的 GOCE 轨道得到 Model_ENG(能量法)和 Model_SAC1(短弧长积分法)两组模型,利用短弧长积分法计算了近 1 a 的 GOCE 轨道得到 Model_SAC2。对两种方法反演的结果,以及利用其他低轨卫星反演的结果进行了比较,结果显示,短弧长积分法的精度要高于能量守恒法,Model_SAC2 精度高于 EIGEN-champ03s 和 90 d GRACE 轨道反演的模型 Model_GRA,并且在 30 阶以前与国际上反演的 GOCE-only 模型 GO_CONS_GCF_2_TIM_R3 精度一致。

关键词:GOCE;精密科学轨道;重力场反演;能量守恒法;短弧长积分法

中图分类号:P223.0; P228.42

GOCE 卫星已于 2009-03-17 发射升空,其采集的数据包括轨道数据及重力梯度数据,轨道数据可以反演重力场模型的中长波信息,而重力梯度数据则可以反演重力场模型的中短波信息,因此,联合 GOCE 卫星两种观测数据进行重力场模型的反演有望达到 1 cm 大地水准面误差的精度^[1-3]。由于 GOCE 卫星的轨道倾角约为 93.5°,在两极形成了大约半径为 6.5°的空白区域,两极观测数据的空白对重力场模型的反演影响巨大,尤其是影响低阶位系数的精度。在空域法中通常采用已知高精度重力场模型模拟两极的观测值,这种方法在解决两极空白的同时也引入了已知地球重力场模型的信息,降低了 GOCE 卫星自身观测数据的精度^[4-5]。为了避免将已知模型的信息加入到反演结果当中,也可以利用 GOCE 卫星轨道数据先反演重力场模型,再利用反演出来的重力场模型模拟出两极空白的梯度观测数据,最后联合解算出仅含 GOCE 卫星信息的静态重力场模型,这种方法也可视为轨道数据与梯度数据的一种联合反演。本文是在这种方法背景下利用能量守恒法^[6-8]和短弧长积分法^[9]分别对 GOCE 卫星轨道数据进行反演计算,得到了 3 组重力场模型位系数:Model_ENG、Model_SAC1、Model_SAC2,将两种方法反演的结果与其他低轨重力卫

星 CHAMP、GRACE 反演的结果进行了比较分析,为联合 GOCE 卫星轨道数据与梯度数据反演 GOCE-only 模型作好了准备。

1 轨道数据预处理

欧空局免费为用户提供 GOCE 卫星的数据产品,在本文的重力反演计算中需要的是 level2 的 GOCE_SST_PSO_2 数据产品,精密科学轨道 GOCE_SST_PSO_2 包括 4 个部分:SST_PKI_2(几何轨道)、SST_PRD_2(约化动力学轨道)、SST_PRM_2(地固系到惯性系的旋转 4 参数)、SST_PCV_2(几何轨道的方差协方差矩阵)。几何轨道采用 GPS 观测数据进行解算,几乎没有已知重力场模型信息,而约化动力学轨道则含有较多的已知重力场模型信息,在进行反演计算时应采用几何轨道进行计算。需要注意的是,几何轨道数据含有粗差,而约化动力学轨道不含粗差,因此,可以利用约化动力学轨道来探测几何轨道的粗差。另外,GOCE 卫星 level2 的数据产品均采用 XML 格式进行存储,可以用 ESA 提供的数据提取软件,也可自己编写程序提取数据,本文利用 C# 编写了基于 XML 格式的精密科学轨道数据 PSO 的数据提取、数据插值和粗差探测程序,对

收稿日期:2013-05-07。

项目来源:中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(SWJTU12BR012)。

GOCE 卫星轨道数据进行了预处理。值得注意的是,一般的插值方法并不适合于 4 参数元素的插值,GOCE HPF 提供了 4 参数元素的专用线性插值方法。

2 计算方法

2.1 能量守恒法

能量守恒法构建的方程本身即为线性方程,且不需要参考重力场模型及卫星的初始状态向量,易于编程实现。但该方法需要速度向量,因此,必须对轨道数据进行数值微分计算,速度的精度直接影响到反演的结果。能量守恒法在惯性系下的公式为:

$$W = \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 - U_0 - U_t - \bar{\omega}(r_x v_y - r_y v_x) - \int_{t_0}^t \mathbf{v}(t) f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) dt - E_0 \quad (1)$$

其中, W 为扰动位,利用扰动位即可与重力场位系数建立起联系; \mathbf{r} 、 \mathbf{v} 分别是卫星的位置向量和速度向量;下标 x 、 y 表示坐标系的两个轴; t 和 t_0 代表历元时刻和起始时刻; U_0 为相对于参考椭球的正常重力位,参考椭球一般取 GRS80 椭球; U_t 表示日月引力位、固体潮、海潮、极潮的影响,具体的计算可采用 JPL 行星星历及 FES2004 海潮模型进行数值计算; $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ 表示非保守力的影响; E_0 为能量常数。

2.2 短弧长积分法

短弧长积分法也是线性方程,不需要初始重力场模型,也不需要迭代计算。短弧长积分法不需要速度向量,可以避免在数值微分计算中将误差引入计算结果。但是,短弧长积分法数值计算比能量法复杂,在弧段两端采用低阶次的插值影响积分计算的精度,且弧段的长度不宜过长。在惯性系中经过归一化消去速度向量后的方程为:

$$\mathbf{r}(\tau) = (1 - \tau)\mathbf{r}_1 + \tau\mathbf{r}_2 - T^2 \int_0^1 K(\tau, s) f(s, \mathbf{r}) ds \quad (2)$$

式中, \mathbf{r} 为卫星位置向量; τ 、 s 分别为弧段内归一化的时间变量和积分变量; \mathbf{r}_1 、 \mathbf{r}_2 分别为弧段两端的位置向量; T 为弧段的长度; $f(s, \mathbf{r})$ 为力模型,可根据扰动力建立与位系数之间的联系; $K(\tau, s)$ 为积分核函数,见:

$$K(\tau, s) = \begin{cases} s(1 - \tau), & 0 \leq s \leq \tau \\ \tau(1 - s), & \tau < s \leq 1 \end{cases} \quad (3)$$

2.3 解算方法

GOCE 卫星采用了非保守力补偿机制,可以抵消大部分的非保守力,但不能完全消除非保守力的影响,对于少量残余的非保守力,必须在计算中予以考虑。本文在能量守恒法和短弧长积分法中都考虑了非保守力的偏差因子,由于非保守力大部分已被抵消,比例因子可以不考虑,将偏差因子作为局部参数代入到方程组中,得到:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y} - \mathbf{L} \quad (4)$$

式中, \mathbf{A} 、 \mathbf{x} 分别为设计矩阵和重力位系数向量; \mathbf{B} 、 \mathbf{y} 分别为局部参数系数矩阵和局部参数向量,在能量法中局部参数包括能量常数及 3 个方向上的非保守力偏差因子,在短弧长积分法中包括弧段起始边界的改正向量及在 3 个方向上的偏差因子; \mathbf{V} 、 \mathbf{L} 为残差向量及观测向量。

在法方程形成过程中,局部参数不参与最终的解算,以一个弧段为单位采用消去回代法消掉局部参数形成弧段法方程,将所有的弧段法方程累加即可得到总的法方程。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_2 & & \mathbf{B}_2 \\ \vdots & \ddots & \\ \mathbf{A}_n & \mathbf{0} & \mathbf{B}_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{L}_n \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n (\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_i^T \mathbf{B}_i (\mathbf{B}_i^T \mathbf{B}_i)^{-1} \mathbf{B}_i^T \mathbf{A}_i) \mathbf{x} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{A}_i^T \mathbf{L}_i - \mathbf{A}_i^T \mathbf{B}_i (\mathbf{B}_i^T \mathbf{B}_i)^{-1} \mathbf{B}_i^T \mathbf{L}_i) \quad (6)$$

3 数值分析

数值分析采用两种方案:方案 1 分别用两种方法处理相同天数的 GOCE 卫星轨道数据,并比较两种方法反演模型的精度;方案 2 利用精度较好的方法反演 1 a 的 GOCE 卫星轨道数据,并与其他利用 CHAMP、GRACE、GOCE 卫星数据反演的模型进行比较。

3.1 方案 1

考虑到 GOCE 卫星全球覆盖的周期为 61 d,首先采用 2010-09-02~2010-11-02 共 62 d 的精密科学轨道数据(PKI)参与了计算。在弧段长度选择方面,从精度方面考虑,根据多次计算的实验结果可参考文献[9];能量守恒法的弧段长度主要是综合计算机内存、计算速度以及精度来考虑,最后以 1.5 h 为一个弧段。在此基础之上,

笔者编写了能量法及短弧长积分法的 Fortran 计算程序,对于计算过程中涉及到的大量耗时的矩阵相乘及求逆运算,采用 Intel MKL 函数库进行解决,缩短了程序的计算时间。最后,笔者分别利用两种反演方法计算出了两组重力位系数模型: Model_ENG(能量法 80 阶)和 Model_SAC1(短弧长积分法 90 阶)。以高精度参考模型 EIGEN-5C 作为参考模型对两组模型的精度进行评定,其位系数的绝对误差(80 阶,取 log 值)见图 1。

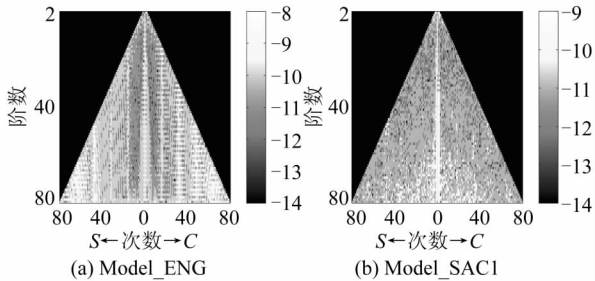


图 1 Model_ENG 和 Model_SAC1 的绝对误差

Fig. 1 Absolute Errors of Model_ENG and Model_SAC1

从图 1 中可见,Model_ENG 和 Model_SAC1 在低次的精度都偏低,但 Model_ENG 在低次的位系数好于 Model_SAC1,总体精度 Model_SAC1 要比 Model_ENG 高。由于 GOCE 卫星轨道并没有全球覆盖,在两极有空白区域,因此,低阶位系数的反演精度会受到影响。另外,能量法在计算中对速度精度要求比较高,而短弧长积分法不需要速度向量且可对弧段两端的边界进行改正,因此,在 GOCE 卫星轨道数据反演中,短弧长积分法优于能量守恒法。

3.2 方案 2

由于短弧长积分法反演精度较高,因此利用短弧长积分法计算了 2009-11-02 ~ 2010-11-02 近 1 a 的轨道数据,中间有部分数据间断,反演出了 90 阶次的模型 Model_SAC2,将该模型与国际常用的高精度模型进行阶方差比较,参与比较的模型包括:利用 33 mon CHAMP 卫星轨道数据反演的 EIGEN-champ03s,用时域法反演的包含 18 mon 数据的 GOCE-only 模型 GO_CONS_GCF_2_TIM_R3,以及短弧长积分法计算的 GRACE 卫星 90 d 轨道数据的模型 Model_GRA,短弧长积分法计算的联合 GOCE 和 GRACE 两颗卫星共 150 d 的轨道数据反演的模型 Model_GOG。阶方差及参考模型信号的计算见式(7),参考重力场模型仍为 EIGEN-5C,具体比较结果见图 2。

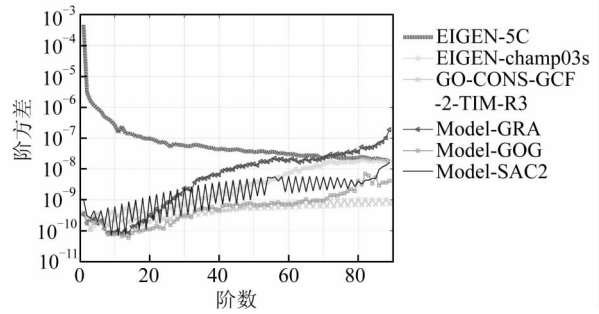


图 2 各重力场模型阶方差比较

Fig. 2 Degree Errors of 5 Gravity Field Models

$$\sigma_{ref} = \sqrt{\sum_{m=0}^n (C_{ref,mm}^2 + S_{ref,mm}^2)}$$

$$\sigma_{derror} = \sqrt{\sum_{m=0}^n ((C_{X,mm} - C_{ref,mm})^2 + (S_{X,mm} - S_{ref,mm})^2)}$$

(7)

其中,C、S 为球谐位系数; σ_{ref} 、 σ_{derror} 分别表示参考重力场模型信号和计算模型的阶方差;ref 表示参考模型;X 下标代表需要计算的模型;n、m 分别代表重力场模型的阶和次。

从图 2 中可见,由于 GOCE 卫星比 CHAMP 卫星轨道高度低,更能感知地球重力场模型的信息,反演的模型 Model_SAC2 在 60 阶以前与 EIGEN-champ03s 精度相当,60 阶以后比 EIGEN-champ03s 精度高;对于仅用 GRACE 卫星轨道数据反演的模型 Model_GRA,其在 20 阶以前高于 Model_SAC2,30 阶以后精度低于 Model_SAC2,造成这种现象的主要原因是 GOCE 卫星两极数据的缺失影响了低阶位系数的精度;GO_CONS_GCF_2_TIM_R3 模型是用时域法处理的结果,只含有 GOCE 卫星的信息,在低阶处与 Model_SAC2 具有很好的一致性,在高阶处精度高于 Model_SAC2;Model_GOG 为联合 GOCE 和 GRACE 两颗卫星轨道数据反演的模型,相比较于单颗卫星,其精度有很大的提高。从图 2 中可以看出,GRACE 卫星反演的模型在低阶处的精度比较高,而 GOCE 卫星反演的模型在高阶处要优于 GRACE 卫星和 CHAMP 卫星。因此,联合不同类型的卫星反演静态重力场模型,可以充分利用各种类型低轨卫星的优点反演出高精度的重力场模型。

4 结 语

1) 联合 GRACE 卫星轨道数据可以起到平

滑 GOCE 卫星轨道没有全球覆盖的影响,提高 GOCE 卫星轨道数据反演模型的低阶位系数的精度。

2) 本文利用 GOCE 卫星轨道数据反演的模型 Model_ENG、Model_SAC1、Model_SAC2 仅能表示重力场模型中长波信息,而 GOCE 卫星梯度数据中包含丰富的中短波信息,因此,用 GOCE 卫星轨道数据反演的模型可用于梯度数据处理中两极空白的填补,为接下来利用梯度数据求解 GOCE-only 模型打好了基础。

参 考 文 献

- [1] Pail R, Bruinsma S, Migliaccio F, et al. First GOCE Gravity Field Models Derived by Three Different Approaches[J]. Journal of Geodesy, 2011, 85:819-843
- [2] Klees R, Koop R, Visser P, et al. Efficient Gravity Field Recovery from GOCE Gravity Gradient Observations[J]. Journal of Geodesy, 2000, 74: 561-571
- [3] 徐新禹,李建成,姜卫平,等. 基于空域最小二乘法求解 GOCE 卫星重力场的模拟研究[J]. 测绘学报, 2011,40(6):697-709
- [4] Visser P N A M, van den Ijssel J, Koop R, et al. Exploring Gravity Field Determination from Orbit Perturbations of the European Gravity Mission GOCE[J]. Journal of Geodesy, 2001, 75:89-98
- [5] Pail R, Plank G. Assessment of Three Numerical Solution Strategies for Gravity Field Recovery from GOCE Satellite Gravity Gradiometry Implemented on a Parallel Platform[J]. Journal of Geodesy, 2002, 76: 462-474
- [6] 罗佳,宁津生,施闯,等. 卫星跟踪卫星重力观测方程的建立[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2008,33(6):619-622
- [7] Gerlach C, Sneeuw N, Visser P, et al. CHAMP Gravity Field Recovery Using the Energy Balance Approach[J]. Advances in Geosciences, 2003, 1: 73-80
- [8] 周旭华,吴斌,彭碧波,等. 利用 CHAMP 科学轨道数据和星载加速度计数据反演地球重力场[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2006,31(2):172-175
- [9] 游为. 应用低轨卫星数据反演地球重力场模型的理论和方法[D]. 成都:西南交通大学,2011,66-68

第一作者简介:黄强,博士生,研究方向为卫星重力测量的数据处理。

E-mail: 406599573@qq.com;stdio.y@163.com

Recovery of Earth's Gravitational Field Model Based on GOCE Satellite Orbits

HUANG Qiang¹ FAN Dongming¹ YOU Wei¹

(1 Institute of Geoscience and Environment Engineering, Southwest Jiaotong University, 111 North 1 Section, Erhuan Road, Chengdu 610031, China)

Abstract: Two Fortran programs were compiled based on energy balance approach and short arc integral approach respectively. Both Model_ENG (energy balance approach) and Model_SAC1 (short arc integral approach) were recovered based on 62 days GOCE orbits, while Model_SAC2 was recovered based on 1 a GOCE orbits. The results show that short arc integral approach has a higher precision than energy balance approach. The precision of the Model_SAC2 is higher than EIGEN-champ03s and Model_GRA, recovered based on 90 days GRACE orbits. Model_SAC2 and GOCE-only model GO_CONS_GCF_2_TIM_R3 have the same precision before 30 degrees.

Key words: GOCE; precise science orbit; gravity field recovery; energy balance approach; short arc integral approach

About the first author: HUANG Qiang, Ph. D candidate, majors in satellite gravity measurements.

E-mail: 406599573@qq.com;stdio.y@163.com