

# 顾及抗差方差分量的地基 GPS 层析水汽 空间分布算法研究

张双成<sup>1</sup> 张鹏飞<sup>1</sup> 张勤<sup>1</sup> 叶世榕<sup>2</sup>

(1 长安大学地质工程与测绘学院,西安市雁塔路 126 号,710054)

(2 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,武汉市珞喻路 129 号,430079)

**摘要:**针对附加约束条件的地基 GPS 层析水汽算法中存在的异类观测值定权问题,以及低高度角 GPS 信号受底层大气折射影响误差偏大等问题,对顾及抗差方差分量的地基 GPS 层析水汽算法进行了定量的研究分析。实验结果证实,该算法用于地基 GPS 层析水汽中调整异类观测值权重和抵制粗差具有有效性和可靠性。

**关键词:**地基 GPS;抗差方差分量估计;层析水汽;湿折射率

**中图法分类号:**P228.41

随着地基 GPS 遥感水汽空间分布研究的不断深入,国内外学者针对附加约束条件的层析水汽算法进行了广泛的研究。2001 年 Flores 等采用附加约束条件的层析算法反演水汽的时空变化<sup>[1]</sup>;2006 年 Nilsson 等直接采用 GPS 双差观测值进行水汽层析研究<sup>[2]</sup>。在国内,2004 年宋淑丽等较早对附加约束条件的层析算法进行了系统研究与实验验证<sup>[3]</sup>,获取了上海地区水汽的空间三维分布;2006 年毕研盟等对层析水汽算法进行了更详细的研究<sup>[4]</sup>;2006 年曹云昌等首次对附加约束条件和 Kalman 滤波相结合的层析方法进行了研究<sup>[5]</sup>;2010 年于胜杰等对各种约束条件对 GPS 水汽层析解算的影响做了分析<sup>[6]</sup>;2011 年王维等采用三种代数重构算法层析了上海地区上空的三维水汽分布<sup>[7]</sup>。

上述研究极大地推动了地基 GPS 层析水汽空间分布技术的快速发展,也使得地基 GPS 层析水汽技术开始业务运行。附加约束条件的层析水汽算法数学模型相对比较简单,得到了极大的推广与应用。为了合理分配该算法异类观测值的权,可采用方差分量估计算法;同时,为了使更多的 GPS 观测值穿越层析水汽网格,应尽可能地降

低 GPS 信号高度,但低高度角 GPS 信号受地面大气折射影响相当严重,进而扩大了观测值误差,因此,可采用抗差估计算法。本文结合宋淑丽等的初步研究结果<sup>[4,8]</sup>,进一步对顾及抗差方差分量的层析水汽算法进行了定量研究。

## 1 附加约束条件的地基 GPS 层析水汽算法

地基 GPS 层析水汽一般采用格网模型,在一定的观测弧段内,通过获取大量的 GPS 斜路径湿延迟观测值可使观测方程个数大于未知数个数,但不能保证层析水汽格网模型中所有的网格都有 GPS 斜路径湿延迟观测值穿越,从而导致层析水汽观测方程病态,无法直接求解<sup>[9]</sup>。解决这个问题最常用的方法是利用水汽的空间相关性增加一定的约束条件,一般可分为水平约束和垂直约束,但是这些约束条件都是通过基本数学和物理规律得到的,与实际的水汽空间并不完全吻合,所以在利用最小二乘计算时,通常将其作为虚拟观测值处理。下面简要给出附加约束条件的层析水汽算法中的三类观测方程:

收稿日期:2012-12-15。

项目来源:国家自然科学基金资助项目(41104019,40902081,41074008);中国气象局武汉暴雨研究开放基金资助项目(IHR2009K02)。

1) GPS 斜路径湿延迟观测方程。设 GPS 斜路径湿延迟观测值 Swd 是沿 GPS 信号方向上湿折射率的积分,将 Swd 积分离散化,即得:

$$Swd = \sum (L_{ijk} \cdot x_{ijk}) \quad (1)$$

其中,  $x_{ijk}$  为第  $i$  行  $j$  列  $k$  层网格的湿折射率参数;  $L_{ijk}$  为射线穿过该网格的长度。

2) 水平约束方程。针对大气中水汽的整体性和空间分布存在的连续性,一般利用相邻网格之间的位置关系建立水平网格湿折射率的数学关系。文献[1]提出了利用水平网格与相邻网格的基本关系式:

$$0 = \omega_1 \cdot x_1 + \dots + \omega_{j-1} \cdot x_{j-1} - x_j + \omega_{j+1} \cdot x_{j+1} + \dots \quad (2)$$

其中,  $x_j$  为网格  $j$  的湿折射率;  $\omega_j$  为网格  $j$  的湿折射率的系数。文献[4]提出了利用高斯加权函数的方法确定湿折射参数的系数,即:

$$\omega_i = \begin{cases} 0, & i \text{ 和 } j \text{ 不同层} \\ e^{-\frac{d_{ii,j}^2}{2\sigma^2}} / \sum e^{-\frac{d_{ii,j}^2}{2\sigma^2}}, & i \text{ 和 } j \text{ 同层} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $d_{i,j}$  为网格  $i, j$  之间的距离;  $ii$  为与  $j$  同一层的其他网格。  $\sigma$  为平滑因子,通常取网格水平长度的 1.5 倍。

3) 垂直约束方程。在垂直方向上,依据湿折射率参数随对流层高度增加而指数递减的变化规律,采用指数相关性构建参数间的函数关系:

$$x(z) = x_s \cdot e^{-\frac{z}{H}} \quad (4)$$

其中,  $x_s$  为地表面的湿折射率;  $z$  为大气高度;  $H$  为水汽标高,通常取 1~2 km。

根据式(4),可以建立相邻两层的函数关系:

$$\left[ e^{\frac{h_i-h_j}{H}} - 1 \right] \begin{bmatrix} x_i \\ x_j \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

其中,  $h_i, h_j$  分别为相邻两层的高度;  $x_i, x_j$  分别为相邻两层的湿折射率。

## 2 顾及抗差方差分量估计的层析水汽空间分布算法

综上所述,由斜路径湿延迟 Swd、水平与垂直虚拟观测值组合在一起即可构成层析水汽观测方程,即:

$$\begin{bmatrix} Swd \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_S \\ \mathbf{H}_h \\ \mathbf{H}_v \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_S \\ \mathbf{e}_h \\ \mathbf{e}_v \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,  $Swd$ 、 $\mathbf{0}$ 、 $\mathbf{0}$  分别为 GPS 斜路径湿延迟观

测、水平约束和垂直约束值的虚拟观测值;  $\mathbf{H}_S$ 、 $\mathbf{H}_h$ 、 $\mathbf{H}_v$  为相应的系数阵;  $\mathbf{e}_S$ 、 $\mathbf{e}_h$ 、 $\mathbf{e}_v$  为对应的误差阵。

对于上述解算模型而言,各类观测值应分配合理的权,以保证平差参数的可靠性和合理性。为了合理分配异类观测值权阵和有效减弱低高度角 GPS 观测值对参数估计的影响,拟采用三步法的抗差方差分量算法进行参数估计。

1) 根据式(6)组成误差方程式(7)或(8),利用初始的权阵  $P$  计算格网湿折射率  $X$  的初值  $X^0$ ,以此求得残差  $V$  以及单位权方差  $\sigma_0^2$ ,并计算残差  $V$  的协因数阵  $Q_{VV}$ 。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_S \\ \mathbf{V}_h \\ \mathbf{V}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_S \\ \mathbf{H}_h \\ \mathbf{H}_v \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} - \begin{bmatrix} Swd \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

即:

$$\mathbf{V} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{l} \quad (8)$$

在抗差估计之前,通常需要对残差  $V$  进行标准化。因为对于不同的观测分布,残差  $V$  的可取值范围是不相同的,同时,对于不同类型的观测值混合平差也必须将各类残差分别进行标准化。残差标准化通常采用下式:

$$v_i = V_i / [\sigma_0 \sqrt{Q_{VV}(i)}] \quad (9)$$

为了减弱低高度角 GPS 观测值对参数估计的影响,我们选用 IGG III 方案进行抗差估计。IGG III 方案对应的  $\varphi$  函数采用三段法,即正常区段采用最小二乘估计,可利用区段降低观测值的权,拒绝区段通过给观测值的权赋零值来淘汰粗差[10]。

2) 利用选定的  $\varphi$  函数对标准化后的残差  $v_i$  进行处理得等价残差  $\bar{v}_i$ ,按照式(10)即可计算三类分类方差的抗差值  $\hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2, \hat{\sigma}_3^2$ ,并按照式(11)计算三类观测值的验后等价权,从而实现方差分量估计和抗差处理。

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{\bar{v}_i^T \bar{P}_i \bar{v}_i}{n_i - \text{tr}(\bar{N}^{-1} \bar{N}_i)} \quad (10)$$

式中,  $\bar{N} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{H}_i^T \bar{P}_i \mathbf{H}_i$ ;  $\bar{N}_i = \mathbf{H}_i^T \bar{P}_i \mathbf{H}_i$

$$\bar{P}_i = P \cdot \frac{\bar{v}_i}{v_i} \quad (11)$$

3) 利用验后等价权,反复进行前两步,迭代至前后两次计算的参数估值  $\bar{P}_i$  和分类方差的抗差估值  $\hat{\sigma}_i^2$  之比小于给定阈值为止,或者通过必要的检验认为比值等于 1 为止。

### 3 顾及抗差方差分量的层析水汽案例分析

为了定量分析上述算法的有效性,本文采用香港地基 GPS 监测网 2011 年 9 月 1 日的观测资料进行分析。首先参考 MM5 的网格划分规则,将地基 GPS 监测网平面沿经纬度方向以  $0.065^\circ \times 0.065^\circ$  进行网格划分(如封三彩图 1 所示),垂直方向分辨率取 1 km,即获得  $4 \times 7 \times 10$  的层析水汽网格模型;然后采用 GAMIT 软件包高精度地获取穿越层析网格模型顶层的 GPS 斜路径湿延迟观测量<sup>[11-12]</sup>;最后采用顾及抗差方差分量的层析算法进行参数解算,层析时间窗口分辨率为 30 min。

为节省篇幅,本文仅给出当天 16:00~16:30 的水汽层析结果。封三彩图 2 与封三彩图 3 分别为未采用抗差方差分量估计(robust variance components estimation, R-VCE)和采用 R-VCE 方法层析的湿折射度轮廓线结果,图中横轴均表示层析水汽网格模型沿垂直方向的对流层高度,纵轴均表示所划分的每个小网格模型(共 280 个)中心处沿垂直方向的湿折射度变化;封三彩图 4 与封三彩图 5 是将上述两种方法得到的每层网格模型中心点处的湿折射度进行内插得到的湿折射度空间分布,色带的单位是 mm/km。

结合上述算法及各图层析结果可得以下结论。

1) 由封三彩图 2 和封三彩图 4 的层析结果可以看出,采用等权无抗差方差分量估计的层析算法虽然可以获取区域水汽湿折射率的空间三维分布及其变化趋势,但随着对流层高度升高会出现较多粗差,究其原因主要是底层大气对折射率的影响和参数估计算法的缺陷;

2) 对比封三彩图 2 和封三彩图 3 可知,顾及 R-VCE 的层析算法不仅可以合理地分配各类观测值的权比,而且能高效抑制观测值误差对参数估值的影响,更准确地反映湿折射率的空间分布规律;

3) 依据香港 GPS 监测站的高程分布,结合封三彩图 3 和封三彩图 5 可知,地基 GPS 水汽监测站高差的较大变化对层析结果也会产生很大的影响。顾及 R-VCE 的算法得到的结果同时也验证了这个规律:在距离地面较近的分层,由于地面高程相对较高,水汽所处空间相对较小,引起的密度会相对增大,相应的湿折射度也相应增大;

4) 由封三彩图 3 和封三彩图 5 可知,尽管顾

及 R-VCE 的算法获得的层析结果符合水汽的整体分布规律,但也有少数网格水汽值存在异常,如封三彩图 5 第一层的浅蓝色部分,可能是由于在构建层析水汽网格模型时舍弃了从区域网格模型侧面穿出的观测值而造成的边界效应和 GPS 监测站高程差异较大等因素造成的,需要进行更深入研究。

### 4 结 语

综上所述,将地基 GPS 监测网的斜路径湿延迟量作为输入,顾及抗差方差分量的层析算法可以在较大程度上提高参数估计精度和可靠性。运用本文方法尽管初步获得了香港地区上空水汽的层析结果,但依然有很多问题需要深入研究,如精度评定、GPS 站点高程差异、层析水汽网格模型以及边界效应等。如何采用数值天气预报资料进行 GPS 层析水汽精度评定和融合其他高精度传感器水汽监测资料提高 GPS 层析水汽精度,是当前应当开展的研究工作,其研究结果将进一步完善现有的层析水汽理论。

伴随着我国第二代北斗卫星导航系统 COMPASS 建设步伐的不断加快,美国 GPS 现代化,欧洲 Galileo 系统建设和俄罗斯 GLONASS 的完全恢复,更多的信号资源将使地基 GNSS 层析水汽空间分布技术研究进入新的阶段,层析水汽理论也将进一步发展,为准确获得高时空分辨率的水汽分布提供有力保障。

致谢:感谢美国 MIT 授权使用 GAMIT/GLOBK 软件,感谢香港地政总署测绘处提供的香港 CORS 网监测数据!

### 参 考 文 献

- [1] Flores A, de Arellano J V G, Gradinarsky L P, et al. A Tomography of the Lower Troposphere Using a Small Dense Network of GPS Receivers[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(2): 439-447
- [2] Nilsson T, Gradinarsky L. Water Vapor Tomography Using GPS Phase Observations: Simulation Results[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44(10): 2 927-2 941
- [3] 宋淑丽. 地基 GPS 网对水汽三维分布的监测及其在气象学中的应用[D]. 上海:中国科学院上海天文台, 2004
- [4] 毕研盟. 应用全球定位系统(GPS)遥感大气水汽的研究[D]. 北京:北京大学, 2006

- [5] 曹云昌,陈永奇,李炳华. GPS 测定大气绝对湿度廓线方法研究[J]. 仪器仪表学报,2006,27(6):1 132-1 135
- [6] 于胜杰,柳林涛,梁星辉. 约束条件对 GPS 水汽层析解算的影响分析[J]. 测绘学报,2010,39(5):491-496
- [7] 王维,王解先. 基于代数重构技术的对流层水汽层析[J]. 计算机应用,2011,31(11):3 149-3 156
- [8] 周江文,黄幼才,杨元喜,等. 抗差最小二乘法[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1995
- [9] 刘敏,郭鹏,叶其新,等. 上海地区地基 GPS 水汽三维层析技术和初步应用[J]. 天文学报,2010,51(3):299-308
- [10] 张双成. GPS 导航解算中函数模型的研究及其应用[D]. 西安:长安大学,2005
- [11] 张双成,刘经南,叶世榕,等. 顾及双差残差反演 GPS 信号方向的斜路径水汽含量[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2009,34(1):100-104
- [12] 张双成,叶世榕,万蓉,等. 基于 Kalman 滤波的断层扫描初步层析水汽湿折射率分布[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2008,33(8):796-800

第一作者简介:张双成,博士,研究方向为高精度 GNSS 数据处理及 GPS 气象学。

E-mail:shuangcheng369@vip.163.com

## Ground-based GPS Tomography Spatial Water Vapor Distribution with Robust Variance Components Estimation

ZHANG Shuangcheng<sup>1</sup> ZHANG Pengfei<sup>1</sup> ZHANG Qin<sup>1</sup> YE Shirong<sup>2</sup>

(1 College of Geology Engineering, Chang'an University, 126 Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(2 GNSS Engineering Research Center, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** With the rapid development of GNSS, especially for COMPASS and regional CORS station, how to use these abundant GNSS signals to tomography spatial water vapor becomes one of research focuses. It is necessary to use additional constrained condition for tomography spatial water vapor. In order to get reasonable weight for different observations and reduce atmosphere effect for lower elevation GPS signals, the tomography algorithm with robust variance components estimation(R-VCE) is detailed researched and analyzed in this paper. The results indicate that the algorithm with R-VCE is reliable for Ground-based GPS tomography water vapor.

**Key words:** Ground-based GPS meteorology; robust variance components estimate; tomography water vapor; wet refractivity

**About the first author:** ZHANG Shuangcheng, Ph. D, majors in precise GNSS data processing and GPSmet.

E-mail: shuangcheng369@vip.163.com

### 欢迎订阅 2013 年《武汉大学学报·信息科学版》

《武汉大学学报·信息科学版》即原《武汉测绘科技大学学报》,是以发表测绘科研成果为主的专业学术期刊。其办刊宗旨是:立足测绘科学前沿,面向国际测量界,通过发表具有创新性和重大研究价值的测绘理论成果,展示中国测绘研究的最高水平,引导测绘学术研究方向。本刊为中国中文核心期刊, EI 核心刊源期刊。是国家优秀科技期刊和中国高校精品科技期刊,并获中国国家期刊奖,入选中国期刊方阵。

本刊主要栏目有院士论坛、学术论文、科技新闻等,内容涉及摄影测量与遥感、大地测量与物理大地测量、工程测量、地图学、图形图像学、地球动力学、地理信息系统、全球定位系统等。收录本刊论文的著名国际检索机构包括 EI、CAS、PJK 等,其中 EI 收录率达 100%,其影响因子长期名列中国高校学报前列。本刊读者对象为测绘及相关专业的科研人员、教师、研究生等。

本刊为月刊, A4 开本, 128 页, 定价 10 元/册, 每月 5 日出版。国内外公开发行, 邮发代号 38-317, 国外代号 MO1555。漏订的读者可以与编辑部联系补订。

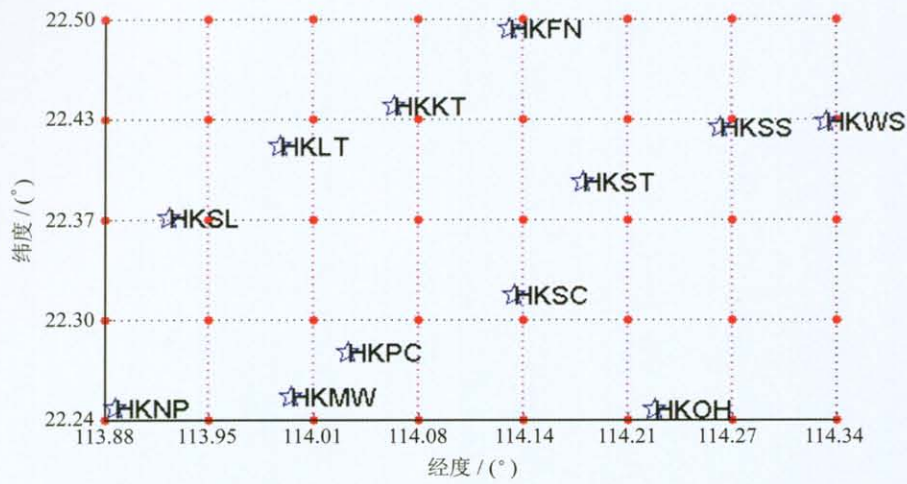


图 1 香港地基 GPS 层析水汽格网模型平面分布  
Fig. 1 Plan View of Hong Kong Tomography Model

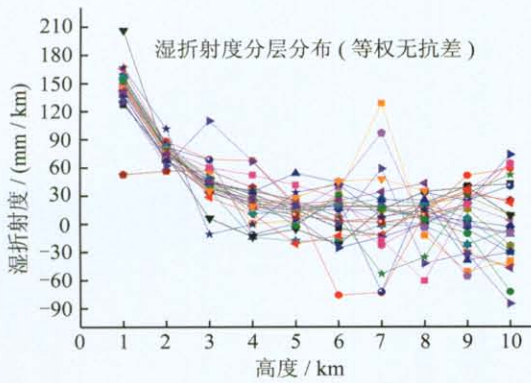


图 2 未顾及 R-VCE 层析的湿折射度分布  
Fig. 2 Distribution of Wet Refractivity Without R-VCE

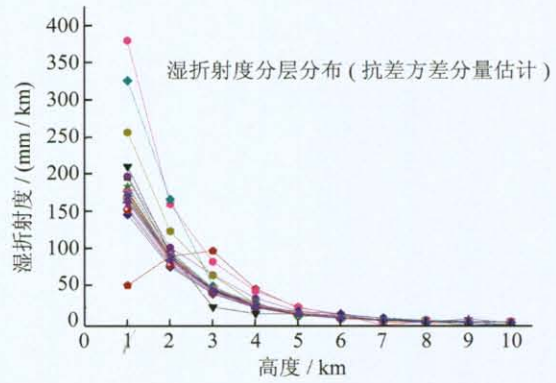


图 3 顾及 R-VCE 层析的湿折射度分布  
Fig. 3 Distribution of Wet Refractivity with R-VCE

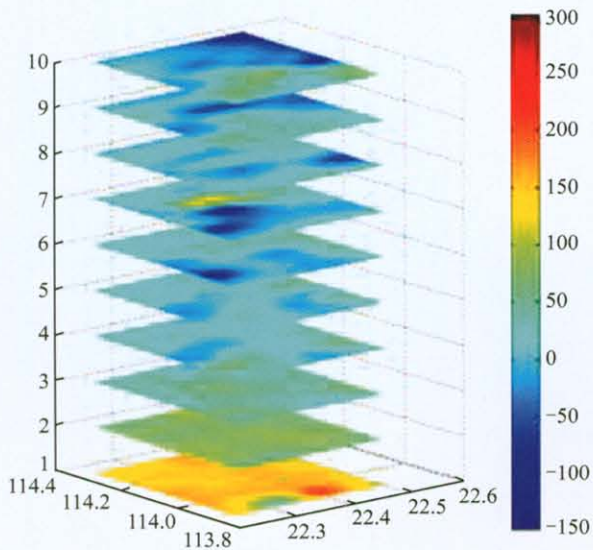


图 4 未顾及 R-VCE 层析的湿折射度三维分布  
Fig. 4 3D View of Wet Refractivity Without R-VCE

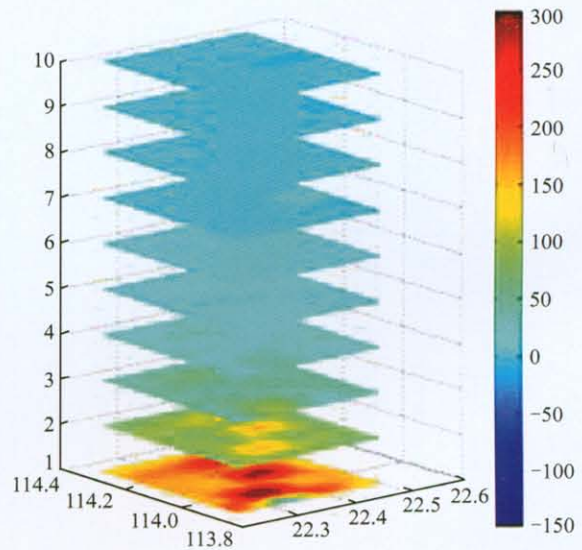


图 5 顾及 R-VCE 层析的湿折射度三维分布  
Fig. 5 3D View of Wet Refractivity with R-VCE