

卫星导航信号差分联合信道组合捕获策略

孙克文¹ 徐华敏¹ 刘伟¹ 丁志中¹

(1 合肥工业大学计算机与信息学院,合肥市屯溪路 193 号,230009)

摘要:为了充分利用新一代复合卫星导航信号数据分量和导频分量的功率,提出了差分联合数据/导频信道组合捕获技术,包括差分比较信道组合技术和差分相干信道组合技术。通过数学分析,证明了新建差分联合数据/导频信道组合捕获技术的虚警概率和检测概率的解析表达式。为了支持理论分析,运用 Monte Carlo 仿真对提出的捕获技术进行性能分析。分析结果表明,新建捕获技术比传统捕获方法能够提供更加优良的性能,提高了卫星导航接收机在弱信号环境下的捕获灵敏度。

关键词:GNSS;弱信号捕获;高灵敏度;差分检测;信道组合

中图分类号:P228.41

新的全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)将采用新的信号调制技术,以满足日益增长的位置、导航和定位服务需要。新的卫星导航信号将采用数据/导频信道并行结构,选取更高的数据比特率,并且在导频信道中引入次级码。新调制技术的引入使得人们能够创建有效的捕获策略,以恢复数据信道和导频信道中所有的传输信号功率,设计高灵敏度卫星导航接收机。

若单独使用不含导航电文的导频信道信号分量以避免导航电文符号反转,则可将相干积分时间最多延长至整个次级码周期。但是,仅考虑单一导频信道信号,另一半数据信道信号的功率则会损失,这将对微弱信号的捕获造成严重影响。针对卫星导航信号的功率损耗问题,本文创建了联合信道组合策略,利用新一代卫星导航信号的数据/导频结构来提高 GNSS 接收机的捕获灵敏度。新建的联合信道组合策略,包括差分比较信道组合和差分相干信道组合,能够恢复数据与导频信道中所有可用的卫星信号传输功率,从而提高 GNSS 接收机的捕获性能。

1 差分比较信道组合捕获策略

GNSS 接收机捕获的模块输入为数字中频

(intermediate frequency, IF)信号,表示为^[1-2]:

$$y[n] = \{\sqrt{C}e_D[n - \tau/T_s] - \sqrt{C}e_P[n - \tau/T_s]\} \cdot \cos(2\pi F_D n + \varphi) + \eta[n] \quad (1)$$

式中, C 为 GNSS 接收机天线接收到的信号功率; τ 为卫星信号在传输过程中所经历时间延迟; T_s 为采样周期; $e_D[n]$ 为数据信道分量, $e_D[n] = d[n]c_D[n]s_b[n]$,其中, $d[n]$ 为数据信道导航电文, $c_D[n]$ 为数据信道伪随机噪声(pseudo random noise, PRN)码序列, $s_b[n]$ 为副载波; $e_P[n]$ 为导频信道分量, $e_P[n] = s[n]c_P[n]s_b[n]$, $s[n]$ 为导频信道次级码, $c_P[n]$ 为导频信道 PRN 码序列; $F_D = (f_{IF} + f_d)T_s$, f_{IF} 为 GNSS 接收机中频, f_d 为多普勒频移; φ 为初始载波相位; $\eta[n]$ 为经典的独立同分布广义平稳随机过程。

若数据信道分量与导频信道分量之间相对符号已知,则通过生成适当的本地复制码(data-pilot 或 data + pilot)组合即可恢复数据与导频信道中可用的传输信号功率^[2]。输入信号可分别与两种可能的本地码组合进行相关运算,其中,等效信道定义为:

$$c_{Loc}[n] = \begin{cases} c_{D,Loc}[n]s_{b,Loc}[n] + c_{P,Loc}[n]s_{b,Loc}[n] \\ c_{D,Loc}[n]s_{b,Loc}[n] - c_{P,Loc}[n]s_{b,Loc}[n] \end{cases} \quad (2)$$

由伽利略 PRN 码的相关特性可知:

收稿日期:2013-10-15。

项目来源:教育部留学回国人员科研启动基金资助项目。

$$E[(c_{D,Loc}[n]s_{b,Loc}[n] + c_{P,Loc}[n]s_{b,Loc}[n]) \cdot (c_{D,Loc}[n]s_{b,Loc}[n] - c_{P,Loc}[n]s_{b,Loc}[n])] \approx 0 \quad (3)$$

$$E[(c_{D,Loc}[n]s_{b,Loc}[n] \pm c_{P,Loc}[n]s_{b,Loc}[n]) \cdot (c_{D,Loc}[m]s_{b,Loc}[m] \pm c_{P,Loc}[m]s_{b,Loc}[m])] = \begin{cases} 1, & |m-n| \bmod N = 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

本地 data-pilot 和 data+pilot 组合码相互正交, 具备 PRN 码的互相关和自相关特性。为了获得更高的捕获灵敏度, 将差分相干捕获机制引入到联合比较信道组合捕获策略中, 这就结合了联合比较信道组合与差分相干检测的各自优点。差分 data-pilot 与差分 data+pilot 信道组合策略的决策变量为:

$$S_{\pm,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = |R_{\pm,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)| = |Re\{Y_{\pm,k+1}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)Y_{\pm,k}^*(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\}| \quad (5)$$

$$Y_{\pm,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = Y_{D,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \pm Y_{P,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = [Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{D,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] \pm [Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{P,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] \quad (6)$$

式中, $Y_{X,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = Y_{X,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{X,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ ($X = D, P$) 表示数据或导频信道的复相关输出, 其中, $Y_{X,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 为同相分量, $Y_{X,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 为正交分量。 $Y_{X,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 的解析表达式见文献 [2-4]。 $Y_{\pm,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 表示接收机接收信号同式 (2) 中所定义两种等效复制码分别进行相关。

数据与导频信道分量之间的相对符号在卫星导航接收机捕获阶段通常是未知的。通常将输入信号与式 (2) 所定义两种本地复制码组合分别进行差分相关, 比较 $S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 和 $S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 二者中的最大值以确定两个信道之间的相对符号。差分比较信道组合捕获机制的决策变量表示为:

$$S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \max\{S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D), S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\} \quad (7)$$

当考虑到非相干累加时, 差分比较信道组合捕获策略的决策变量表示为:

$$S_K(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \max_{k=0}^{K-1} \{S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D), S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\} \quad (8)$$

1.1 虚警概率

$S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 的累计分布函数 $F_{S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)}$ 表示为:

$$F_{S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)}(\beta) = P(S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \leq \beta) = P(S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \leq \beta, S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \leq \beta) \quad (9)$$

$S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 和 $S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 为两个独立随机变量, 这是因为 $Y_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 和 $Y_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 相互独立。证明如下:

$$E\{Y_{+,k}Y_{-,k}^*\} = E\{[Y_{D,k} + Y_{P,k}][Y_{D,k} - Y_{P,k}]^*\} = E\{|Y_{D,k}|^2 - |Y_{P,k}|^2\} - E\{Y_{D,k}Y_{P,k}^*\} + E\{Y_{P,k}Y_{D,k}^*\} = 0 \quad (10)$$

$$E\{|Y_{D,k}|^2 - |Y_{P,k}|^2\} = 0; E\{Y_{P,k}Y_{D,k}^*\} - E\{Y_{D,k}Y_{P,k}^*\} = 0, \text{因为}$$

$$E\{Y_{P,k}Y_{D,k}^*\} - E\{Y_{D,k}Y_{P,k}^*\} = E\{(Y_{P,k}^I + jY_{P,k}^Q)(Y_{D,k}^I - jY_{D,k}^Q)\} - E\{(Y_{D,k}^I + jY_{D,k}^Q)(Y_{P,k}^I - jY_{P,k}^Q)\} = j2E\{Y_{D,k}^I Y_{P,k}^Q - Y_{D,k}^Q Y_{P,k}^I\} = 0 \quad (11)$$

式中, 噪声相关项 $\eta_{D(P),k}^{I(Q)}$ 的期望值为零且数据扩频码序列与导频扩频码序列之间相互正交, 可得 $E\{Y_{D,k}^I Y_{P,k}^Q - Y_{D,k}^Q Y_{P,k}^I\} = 0$ [2]。由式 (9), 式 (12) 成立:

$$F_{S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)}(\beta) = P(S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \leq \beta, S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \leq \beta) = P(S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \leq \beta) \cdot P(S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \leq \beta) = F_{S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)}(\beta) \cdot F_{S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)}(\beta) \quad (12)$$

在零假设 H_0 条件下, 由式 (12), 当 $K=1$ 时, 差分比较信道合成的虚警概率 $P_{fa}^{CC}(\beta, 1)$ 求解如下:

$$P_{fa}^{CC}(\beta, 1) = P(S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) > \beta | H_0) = 1 - F_{S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)}(\beta) = 1 - F_{S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)}(\beta) \cdot F_{S_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)}(\beta) = 1 - [1 - P_{fa}^-(\beta, 1)] \cdot [1 - P_{fa}^+(\beta, 1)] \quad (13)$$

为了计算式 (13) 中的 $P_{fa}^{CC}(\beta, 1)$, 必须求得差分 data-pilot 信道组合和差分 data+pilot 信道组合策略的虚警概率 $P_{fa}^-(\beta, 1)$ 和 $P_{fa}^+(\beta, 1)$ 的表达式。不失一般性, 以差分 data-pilot 信道组合的虚警概率 $P_{fa}^-(\beta, 1)$ 表达式的推导为例。式 (5) 中两个独立高斯分布的随机变量乘积的实部可以表示为两个独立的 χ^2 随机变量之差, 即有:

$$Re\{Y_{-,k+1}Y_{-,k}^*\} = \left| \frac{Y_{-,k+1} + Y_{-,k}}{2} \right|^2 - \left| \frac{Y_{-,k+1} - Y_{-,k}}{2} \right|^2 = \underbrace{\left[\left(\frac{Y_{-,k+1}^I + Y_{-,k}^I}{2} \right)^2 + \left(\frac{Y_{-,k+1}^Q + Y_{-,k}^Q}{2} \right)^2 \right]}_{\chi^2(2)} - \underbrace{\left[\left(\frac{Y_{-,k+1}^I - Y_{-,k}^I}{2} \right)^2 + \left(\frac{Y_{-,k+1}^Q - Y_{-,k}^Q}{2} \right)^2 \right]}_{\chi^2(2)} \quad (14)$$

在 H_0 假设下, $\frac{Y_{-,k+1}^{I(Q)} \pm Y_{-,k}^{I(Q)}}{2}$ 服从高斯分布:

$$\frac{Y_{-,k+1}^{I(Q)} \pm Y_{-,k}^{I(Q)}}{2} \sim N(0, \frac{\sigma_w^2}{2}) \quad (15)$$

由式(14)和式(15)可知, $\left| \frac{Y_{-,k+1} + Y_{-,k}}{2} \right|^2$ 和 $\left| \frac{Y_{-,k+1} - Y_{-,k}}{2} \right|^2$ 是两个独立的中心 χ^2 随机变量, 自由度都为 2, 因此, $\text{Re}\{Y_{-,k+1}Y_{-,k}^*\}$ 可表示为两个独立随机变量之差。其中, σ_w^2 为 $\text{Re}(Y_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D))$ 和 $\text{Im}(Y_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D))$ 的方差:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\text{Re}(Y_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D))] &= \\ \text{Var}[Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) - Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] &= \\ \text{Var}[Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] + \text{Var}[Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] &= \\ -2\text{cov}[Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D), Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] &= 2\sigma_n^2 \end{aligned} \quad (16)$$

式中, σ_n^2 为捕获过程中相关器输出中噪声项的方差^[2,5-6]; 同时, $\text{cov}[Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D), Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] = 0$, 这是因为数据扩频码与导频扩频码之间相互正交。同理, $\text{Var}[\text{Im}(Y_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D))] = 2\sigma_n^2 = \sigma_w^2$ 。

$R_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \text{Re}\{Y_{-,k+1}Y_{-,k}^*\}$ 的条件概率密度函数^[7] $p_{R_{-,k}|H_0}(x)$ 可表示为:

$$p_{R_{-,k}|H_0}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_w^2} \exp\left(\frac{x}{\sigma_w^2}\right), & x < 0 \\ \frac{1}{2\sigma_w^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma_w^2}\right), & x \geq 0 \end{cases} \quad (17)$$

在 H_0 假设下, $S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = |\text{Re}\{Y_{-,k+1}Y_{-,k}^*\}|$ 的条件概率密度函数表示为:

$$\begin{aligned} f_{S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)|H_0}(x | H_0) &= \\ p_{R_{-,k}|H_0}(x) + p_{R_{-,k}|H_0}(-x) &= \\ \frac{1}{\sigma_w^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma_w^2}\right), & x \geq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)可知, 决策变量 $S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 在 H_0 假设条件下服从指数分布: $S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \sim \exp\left(\frac{1}{\sigma_w^2}\right)$, 为 Gamma 分布的特例, 即 $S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \sim \Gamma(1, \sigma_w^2)$ 。

差分 data-pilot 信道组合策略的虚警概率 $P_{fa}^-(\beta, 1)$ 的表达式为:

$$P_{fa}^-(\beta, 1) = \exp\left(-\frac{\beta}{\sigma_w^2}\right) = \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right) \quad (19)$$

同理, 差分 data+pilot 信道组合策略的虚警概率 $P_{fa}^+(\beta, 1)$ 的表达式为:

$$P_{fa}^+(\beta, 1) = \exp\left(-\frac{\beta}{\sigma_w^2}\right) = \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right) \quad (20)$$

将式(19)和式(20)分别代入式(13), 可得差分比较信道组合策略的虚警概率 $P_{fa}^{CC}(\beta, 1)$ 的表达式为:

$$P_{fa}^{CC}(\beta, 1) = 1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right)\right]^2 \quad (21)$$

1.2 检测概率

不失一般性, 以差分 data-pilot 信道组合策略检测概率 $P_d^-(\beta, 1)$ 表达式的推导为例。当有效卫星导航信号存在且与接收机本地产生信号完全对齐时, 即在备选假设 H_1 条件下, 下式成立^[2]:

$$\begin{aligned} E\{Y_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\} &= \\ E\{[Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{D,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] - \\ [Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{P,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)]\} &= \\ \begin{cases} \sqrt{C} \frac{\sin(\pi N \Delta F)}{\pi N \Delta F} R(\Delta\tau) \exp(j\Delta\varphi), & dD/dP = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{Y_{-,k+1}^{I(Q)} - Y_{-,k}^{I(Q)}}{2} &\sim N\left(0, \frac{\sigma_w^2}{2}\right) \\ \frac{Y_{-,k+1}^I + Y_{-,k}^I}{2} &\sim N\left(\sqrt{\lambda} \cos\varphi, \frac{\sigma_w^2}{2}\right) \\ \frac{Y_{-,k+1}^Q + Y_{-,k}^Q}{2} &\sim N\left(\sqrt{\lambda} \sin\varphi, \frac{\sigma_w^2}{2}\right) \end{aligned} \quad (23)$$

根据式(14)和式(23), 在 H_1 假设条件下, $\text{Re}\{Y_{-,k+1}Y_{-,k}^*\}$ 可表示为一个非中心 χ^2 随机变量和一个中心 χ^2 随机变量之差。其中, λ 为非中心参数:

$$\lambda = C \frac{\sin^2(\pi N \Delta F)}{(\pi N \Delta F)^2} R^2(\Delta\tau) \approx C \quad (24)$$

在 H_1 假设条件下, $R_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \text{Re}\{Y_{-,k+1}Y_{-,k}^*\}$ 的条件概率密度函数可表示为^[7]:

$$p_{R_{-,k}|H_1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_w^2} e^{\frac{x}{\sigma_w^2}} e^{-\frac{\lambda}{2\sigma_w^2}}, & x < 0 \\ \frac{1}{2\sigma_w^2} e^{\frac{x}{\sigma_w^2}} e^{-\frac{\lambda}{2\sigma_w^2}} Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_w^2}}, \sqrt{\frac{4x}{\sigma_w^2}}\right), & x \geq 0 \end{cases} \quad (25)$$

式中, $Q_1(a, b)$ 为一阶广义 Marcum Q 函数:

$$\begin{aligned} Q_K(a, b) &= \frac{1}{a^{K-1}} \int_b^{+\infty} x^K \exp \\ \left\{ -\frac{a^2 + x^2}{2} \right\} I_{K-1}(ax) dx & \quad (26) \end{aligned}$$

$S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = |\text{Re}\{Y_{-,k+1}Y_{-,k}^*\}|$ 的条件概率密度函数推导过程如下。

$$\begin{aligned} f_{S_{-,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)|H_1}(x | H_1) &= p_{R_{-,k}|H_1}(x) + \\ p_{R_{-,k}|H_1}(-x) &= \frac{1}{2\sigma_w^2} \exp\left(-\frac{\lambda}{2\sigma_w^2}\right) \left[\exp\left(\frac{-x}{\sigma_w^2}\right) + \right. \\ \left. \exp\left(\frac{x}{\sigma_w^2}\right) Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_w^2}}, \sqrt{\frac{4x}{\sigma_w^2}}\right) \right] & \quad (27) \end{aligned}$$

其中, $x \geq 0$ 。

当 $K=1$ 时, 通过分部积分法可得 $P_d^-(\beta, 1)$:

$$P_d^-(\beta, 1) = Q_1\left(\frac{\sqrt{2\lambda}}{\sigma_w}, \frac{2\sqrt{\beta}}{\sigma_w}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{2\beta+\lambda}{2\sigma_w^2}\right) - \frac{1}{2} \exp\left(\frac{2\beta-\lambda}{2\sigma_w^2}\right) Q_1\left(\frac{\sqrt{\lambda}}{\sigma_w}, \frac{2\sqrt{\beta}}{\sigma_w}\right) \quad (28)$$

在备选假设 H_1 条件下, 对于差分 data + pilot 信道组合策略, 式(29)成立^[7]:

$$E\{Y_{+,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\} = E\{[Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{D,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)] + [Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{P,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)]\} = \begin{cases} 0, dD/dP = 1 \\ \sqrt{C} \frac{\sin(\pi N \Delta F)}{\pi N \Delta F} R(\Delta\tau) \exp(j\Delta\varphi), \text{其他} \end{cases} \quad (29)$$

由式(22)和式(29)可知, 当有效卫星导航信号可见并且与 GNSS 接收机本地产生信号完全对齐时, 即在 H_1 备选假设下, 式(2)中的两种信道组合 data + pilot 和 data - pilot 中有且只有一种等效信道产生 H_1 结果, 另外一种组合信道将对应 H_0 状态。因此, 差分比较信道组合策略的检测概率表达式为:

$$P_d^{cc}(\beta, 1) = 1 - (1 - P_{fa}) \cdot (1 - P_d) \quad (30)$$

其中, P_{fa} 为虚警概率; P_d 为检测概率。

2 差分相干信道组合捕获策略

差分相干信道组合捕获策略为: 输入复合导航信号分别同 GNSS 接收机本地数据与导频信道复制码进行相关运算, 得到两个复相关输出量:

$$\begin{aligned} Y_{D,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) &= Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{D,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \\ Y_{P,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D) &= Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + jY_{P,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \end{aligned} \quad (31)$$

其中, $Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 和 $Y_{D,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 分别是与数据信道相对应的同相和正交支路相关器的输出量; $Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 和 $Y_{P,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 分别是与导频信道相对应的同相和正交支路相关器的输出量。

差分相干信道组合捕获的决策变量 $S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 表示为:

$$S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = |\operatorname{Re}\{Y_{D,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)Y_{P,k}^*(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\}| = |Y_{D,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D)Y_{P,k}^I(\bar{\tau}, \bar{F}_D) + Y_{D,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)Y_{P,k}^Q(\bar{\tau}, \bar{F}_D)| \quad (32)$$

式中, 差分乘积项 $Y_{D,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)Y_{P,k}^*(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 的实部 $\operatorname{Re}\{Y_{D,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)Y_{P,k}^*(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\}$ 中引入绝对值运算

符号, 主要是考虑到数据信道和导频信道的载波信号之间存在 180° 相位差, 由此消除 $S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 对导航电文和次级码符号的依赖。

类似式(14), 式(32)中的 $\operatorname{Re}\{Y_{D,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)Y_{P,k}^*(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\}$ 可表示为:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{Y_{D,k}Y_{P,k}^*\} &= \left|\frac{Y_{D,k} + Y_{P,k}}{2}\right|^2 - \left|\frac{Y_{D,k} - Y_{P,k}}{2}\right|^2 = \\ &= \left[\left(\frac{Y_{D,k}^I + Y_{P,k}^I}{2}\right)^2 + \left(\frac{Y_{D,k}^Q + Y_{P,k}^Q}{2}\right)^2\right] - \left[\left(\frac{Y_{D,k}^I - Y_{P,k}^I}{2}\right)^2 + \left(\frac{Y_{D,k}^Q - Y_{P,k}^Q}{2}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (33)$$

在 H_0 假设条件下, $\frac{Y_{D,k}^{I,Q} \pm Y_{P,k}^{I,Q}}{2}$ 服从高斯分布:

$$\frac{Y_{D,k}^{I,Q} \pm Y_{P,k}^{I,Q}}{2} \sim N\left(0, \frac{\sigma_n^2}{2}\right) \quad (34)$$

由式(33)和式(34)可知, $\left|\frac{Y_{D,k} + Y_{P,k}}{2}\right|^2$ 和 $\left|\frac{Y_{D,k} - Y_{P,k}}{2}\right|^2$ 为中心 χ^2 随机变量, 自由度为 2。因此, $\operatorname{Re}\{Y_{D,k}Y_{P,k}^*\}$ 可表示为两个独立的 χ^2 随机变量之差。

通过对 K 个积分周期中的独立随机变量 $S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 进行非相干累加, 可得一般情况下的捕获决策变量 $S_K(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$, 即

$$S_K(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \sum_{i=0}^{K-1} S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \sum_{i=0}^{K-1} |\operatorname{Re}\{Y_{D,k}(\bar{\tau}, \bar{F}_D)Y_{P,k}^*(\bar{\tau}, \bar{F}_D)\}| \quad (35)$$

2.1 虚警概率

$R_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \operatorname{Re}\{Y_{D,k}Y_{P,k}^*\}$ 在 H_0 条件下的条件概率密度函数 $p_{R_k|H_0}(x)$ 可表示为^[7]:

$$p_{R_k|H_0}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma_n^2}\right), & x < 0 \\ \frac{1}{2\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma_n^2}\right), & x \geq 0 \end{cases} \quad (36)$$

在 H_0 条件下, 差分相干信道组合策略的决策变量 $S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = |\operatorname{Re}\{Y_{D,k}Y_{P,k}^*\}|$ 的条件概率密度函数表示为:

$$\begin{aligned} f_{S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)|H_0}(x|H_0) &= p_{R_k|H_0}(x) + p_{R_k|H_0}(-x) \\ &= \frac{1}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma_n^2}\right), & x \geq 0 \end{aligned} \quad (37)$$

由式(37), 在零假设 H_0 下, 式(32)中决策变量

$S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 服从指数分布 $S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \sim \exp\left(\frac{1}{\sigma_n^2}\right)$, 为 Gamma 分布的一种特例, 即 $S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \sim \Gamma(1, \sigma_n^2)$ 。因此, 在单一相干积分周期内, 差分相干信道组合策略的虚警概率 $P_{fa}^{DC}(\beta, 1)$ 为:

$$P_{fa}^{DC}(\beta, 1) = \int_{\beta}^{+\infty} f_{S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) | H_0}(x | H_0) dx = \exp\left(-\frac{\beta}{\sigma_n^2}\right) \quad (38)$$

在非相干累加情况下, 式(35)中的 $S_K(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 为 K 个独立 Gamma 分布的随机变量之和, 下式成立:

$$S_K(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \sum_{i=0}^{K-1} S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) \sim \Gamma(K, \sigma_n^2) \quad (39)$$

因此, 在一般条件下, 差分相干信道组合策略的虚警概率 $P_{fa}^{DC}(\beta, K)$ 的解析表达式为:

$$P_{fa}^{DC}(\beta, K) = \exp\left(-\frac{\beta}{\sigma_n^2}\right) \sum_{i=0}^{K-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{\beta}{\sigma_n^2}\right)^i \quad (40)$$

2.2 检测概率

在备选假设条件下, 由式(33)可知, 随机变量 $R_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) = \text{Re}\{Y_{D,k} Y_{P,k}^*\}$ 可表示为一个非中心 χ^2 随机变量与一个中心 χ^2 随机变量之差。在 H_1 假设条件下, $R_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 的条件概率密度函数可表示为^[7]:

$$p_{R_k | H_1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_n^2} e^{\frac{x}{2\sigma_n^2}} e^{-\frac{\lambda}{2\sigma_n^2}}, & x < 0 \\ \frac{1}{2\sigma_n^2} e^{\frac{x}{2\sigma_n^2}} e^{-\frac{\lambda}{2\sigma_n^2}} Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{4x}{\sigma_n^2}}\right), & x \geq 0 \end{cases} \quad (41)$$

因此, 决策变量 $S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D)$ 的条件概率密度函数表示为:

$$f_{S_k(\bar{\tau}, \bar{F}_D) | H_1}(x | H_1) = p_{R_k | H_1}(x) + p_{R_k | H_1}(-x) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{\lambda}{2\sigma_n^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{x}{\sigma_n^2}\right) + \exp\left(\frac{x}{\sigma_n^2}\right) Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{4x}{\sigma_n^2}}\right) \right] \quad (42)$$

其中, λ 为非中心参数, 其值等于 $\frac{C}{4}$ 。

当 $K=1$ 时, 差分相干信道组合策略的检测概率 $P_d^{DC}(\beta, 1)$ 的表达式可采用分部积分法来确定, 即:

$$P_d^{DC}(\beta, 1) = Q_1\left(\frac{\sqrt{2\lambda}}{\sigma_n}, \frac{2\sqrt{\beta}}{\sigma_n}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{2\beta + \lambda}{2\sigma_n}\right) - \frac{1}{2} \exp\left(\frac{2\beta - \lambda}{2\sigma_n}\right) Q_1\left(\frac{\sqrt{\lambda}}{\sigma_n}, \frac{2\sqrt{\beta}}{\sigma_n}\right) \quad (43)$$

至于一般条件下差分相干信道组合检测概率 $P_d^{DC}(\beta, K)$ 的解析表达式, 其推导过程较为复杂, 通常采用数值分析方法近似求解。

3 性能分析

采用接收机操作特征 (receiver operating characteristic, ROC) 曲线来对本文提出的差分信道组合捕获策略的性能进行分析。针对每种差分联合信道组合捕获策略, 本文证明了相应的虚警概率和检测概率的解析表达式, 并运用 Monte Carlo 仿真进行分析, 以进一步证实理论结果。

在 Monte Carlo 仿真中, 采用 C++ 软件模拟器产生伽利略民用导航信号以进行捕获性能分析, 仿真信号参数见表 1。在仿真参数设置中, 相干积分时间为 4 ms; 对于非相干积分捕获和差分相干信道组合捕获, 非相干累加次数 K 设为 2, 对于其他捕获方法, K 设为 1, 从而确保处理同样长度的卫星导航信号。在仿真分析中, 卫星导航信号载噪比 C/N_0 分别设为 28、30 和 32 dB/Hz, 以表征不同信号环境。

表 1 伽利略民用导航信号仿真参数

Tab. 1 Galileo E1 OS Signal Simulation Parameters

参数	数值
采样率 f_s	16.367 6 MHz
中频 f_{IF}	4.130 4 MHz
扩频码长	4 092 chips
相干积分时间	4 ms

运用 ROC 曲线对不同卫星导航信号捕获方法性能进行比较分析, 如图 1 所示。由分析结果可知, 单一信道非相干积分捕获表现出较弱的性能, 因为 GNSS 接收机信号捕获过程中有一半有效的卫星传输信号功率没有得到合理利用。与其他捕获技术相比, 单一信道捕获相对执行简单, 计算量较小。对于单一信道捕获, 差分相干捕获比传统非相干积分方法性能提升显著。由分析结果可知, 差分信道组合技术比单一信道捕获性能显著提升, 其中, 差分相干信道组合捕获能够提供更加优良的捕获性能。

为了更直观地验证本文算法对于提升 GNSS 接收机捕获灵敏度的有效性, 采用信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 曲线对不同捕获算法的性能作进一步比较分析。在 SNR 分析中, 虚警概率 $P_{fa} = 5 \times 10^{-6}$, C/N_0 变化范围设为 28~36 dB/Hz, 其他参数设置同以上 ROC 分析。由图 2 分析可知, 运用差分信道组合技术能够显著提升

GNSS接收机的捕获性能,其中,差分相干信道组合技术对增强GNSS接收机捕获性能最为有效。

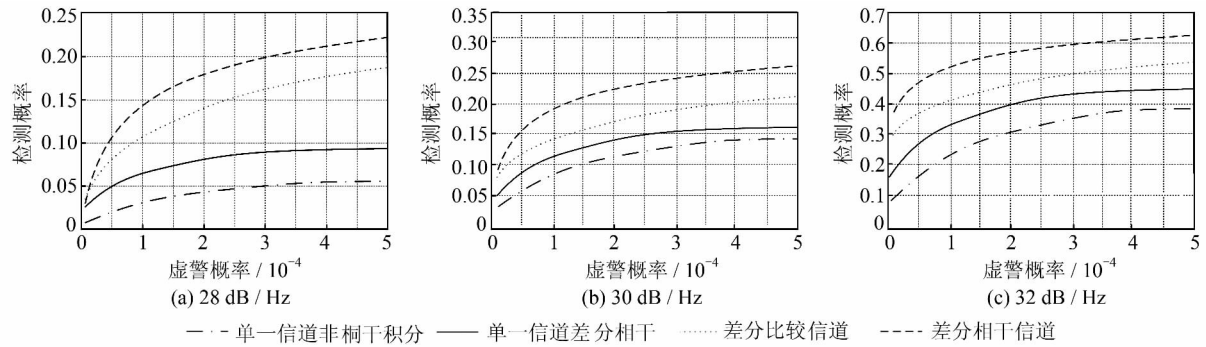


图1 不同载噪比的ROC比较

Fig. 1 ROC Comparison of Different C/N_0

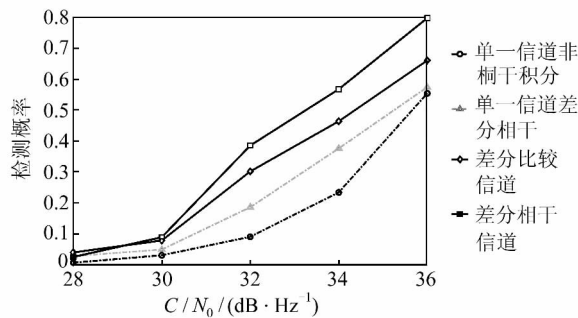


图2 不同捕获策略的信噪比曲线比较

Fig. 2 SNR Comparison of Different Acquisition Methods

4 结语

针对新一代复合卫星导航信号,本文提出了差分比较信道组合和差分相干信道组合捕获技术,建立了该系列差分联合信道组合捕获算法虚警概率和检测概率的数学模型,从统计的角度对其性能进行了分析与研究,并运用 Monte Carlo 仿真技术对建立的捕获算法在不同信号环境下进行了性能分析与比较。

与传统捕获技术相比,差分联合信道组合技术具有较为显著的性能优势,能够有效提高卫星导航接收机的捕获灵敏度。在差分信道组合捕获技术中,尤其以差分相干信道组合捕获技术所提供的性能最优,特别适用于弱信号环境下高灵敏度卫星导航接收机的信号捕获。

需要指出的是,差分联合信道组合捕获技术在提升捕获性能的同时也增加了卫星导航接收机设计的复杂性,加大了卫星导航信号捕获过程的计算复杂度。因此,在针对弱信号复杂环境下的高灵敏度 GNSS 接收机设计中,采用本文提出的差分联合信道组合算法,能提升卫星导航信号捕

获性能。

参 考 文 献

- [1] European Space Agency/European GNSS Supervisory Authority. Galileo OS SIS ICD: Galileo Open Service Signal in Space Interface Control Document (Draft 1) [R]. European Space Agency, Paris, France, 2008
- [2] Sun Kewen. Composite GNSS Signal Acquisition in Presence of Data Sign Transition[C]. 2010 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), ETH Zurich, Switzerland, 2010
- [3] Hegarty C, Tran M, Dierendonck A J V. Acquisition Algorithms for the GPS L5 Signal[C]. ION GPS/GNSS, Portland, Oregon, 2003
- [4] Bastide F, Julien O, Macabiau C, et al. Analysis of L5/E5 Acquisition, Tracking and Data Demodulation Thresholds[C]. ION GPS, Portland, Oregon, 2002
- [5] Sun Kewen, Presti L L. Bit Sign Transition Cancellation Method for GNSS Signal Acquisition[J]. The Journal of Navigation, 2012, 65(1): 73-97
- [6] Sun Kewen, Presti L L. A Differential Post Detection Technique for Two Steps GNSS Signal Acquisition Algorithm[C]. IEEE / ION PLANS, California, USA, 2010
- [7] Simon M K. Probability Distributions Involving Gaussian Random Variables: A Handbook for Engineers and Scientists [M]. New York: Springer, 2002

第一作者简介:孙克文,博士,教授,主要从事无线通信、卫星导航、雷达信号处理研究。

E-mail: kewen_sun@hfut.edu.cn

Differential Joint Channels Combination Techniques for GNSS Signal Acquisition

SUN Kewen¹ XU Huamin¹ LIU Wei¹ DING Zhizhong¹

(1 School of Computer & Information, Hefei University of Technology, 193 Tunxi Road, Hefei 230009, China)

Abstract: New composite Global Navigation Satellite System (GNSS) signals are usually characterized by the presence of data and pilot channels and the adoption of a tiered code structure. The problem of acquiring composite GNSS signals of the next generation systems (such as European Galileo, and U. S. s GPS modernization) is addressed. Several joint data / pilot channel combination strategies have been proposed to effectively deal with data and pilot channel combinations in order to make full use of the transmitted signal power available in both channels. These channel combination strategies were further updated with a differential detection scheme to improve the robustness of the acquisition process of GNSS receivers, particularly in weak signal environments. The statistical properties of differential channels combination strategies are presented in detail. The performance of the proposed techniques was evaluated using Monte Carlo simulations on simulated Galileo E1 Open Service (OS) signals. The results reveal that differential channel combination techniques provide improved performance in comparison to the state-of-the-art single channel acquisition methodology.

Key words: GNSS; weak signal acquisition; high sensitivity; differential detection; channels combination

About the first author: SUN Kewen, Ph D, professor, research interests include wireless communications, satellite navigation and radar signal processing.

E-mail: kewen.sun@hfut.edu.cn