

匹配点分布密度约束下的基础矩阵估计

甄 艳^{1,2} 刘学军^{1,2} 王美珍^{1,2}

(1 南京师范大学地理科学学院,南京市文苑路 1 号,210023)

(2 南京师范大学虚拟地理环境教育部重点实验室,南京市文苑路 1 号,210023)

摘要:提出一种匹配点分布密度约束下的基础矩阵估计方法。该方法以传统 RANSAC 方法为基本框架,结合匹配点分布密度约束来选择内点集,并采用 M-Estimators 方法重新计算基础矩阵。通过模拟数据和真实图像实验表明,本文方法可有效提高基础矩阵的计算精度。

关键词:计算机视觉;基础矩阵;鲁棒估计;对极几何;内点集

中图法分类号:P237.3

从两个不同视点处获得的同一场景的两幅图像间存在一定的约束关系,即对极几何关系^[1-3]。利用图像间对应点进行基础矩阵估计,首先需要获得两幅图像的匹配点。然而,在特征点提取与匹配时,不可避免地会受到噪声和错误匹配的影响,从而影响基础矩阵的估算精度。Zhang 提出了基于分块技术的随机抽样思想^[4],首先将图像均匀分块,然后从不同的分块中选取样本数据,避免样本选择过于集中;Seo 等提出了两种衡量匹配点是否均匀分布的评价标准,并进一步证实了匹配点均匀分布可有效地提高基础矩阵的估计精度^[5]。

本文基于 RANSAC(random sample consensus)方法的随机抽样思想,考虑匹配点分布对基础矩阵估计的影响,提出了一种匹配点分布密度约束下的基础矩阵估计方法。以传统 RANSAC 方法为基本框架,经多次抽样后,选择包含内点数量较多的几个集合构成候选内点集,结合匹配点分布密度约束来选择内点集。为进一步提高解算精度,针对选择的内点集,采用 M-Estimators 方法估计基础矩阵。

1 对极几何关系与基础矩阵

基础矩阵是对极几何关系的代数表示,它是

一个秩 2 的 3×3 矩阵,即

$$m'^T F m = 0 \quad (1)$$

其中, F 表示基础矩阵, m 和 m' 表示一对匹配点,其坐标分别为 $m = (x, y, 1)^T$, $m' = (x', y', 1)^T$ 。则(1)式可以改写为:

$$U_n f = 0 \quad (2)$$

$$U_n =$$

$$\begin{bmatrix} x'_1 x_1 & x'_1 y_1 & x'_1 & y'_1 x_1 & y'_1 y_1 & y'_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x'_n x_n & x'_n y_n & x'_n & y'_n x_n & y'_n y_n & y'_n & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix}$$

$$f = (f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{21}, f_{22}, f_{23}, f_{31}, f_{32}, f_{33})^T$$

基础矩阵的求解建立在方程(2)的基础上。 F 有 9 个元素,在相差一个比例因子的情况下,应该有 8 个独立变量,但同时还需满足秩 2 约束。因此,在 F 的 9 个元素中只有 7 个独立变量。

目前,利用图像间对应点估算基础矩阵的方法主要可以分为 3 类:线性方法、迭代方法和鲁棒方法^[6]。线性方法主要有 7 点法^[4,7] 和 8 点法^[8-10] 等。这类方法容易实现且计算速度快、复杂度低,但对于噪声非常敏感,求解精度依赖于匹配点的质量。线性方法的求解结果通常作为非线性方法的初始值参与进一步计算。迭代方法可以分为 3 类:基于最小化点到极线几何距离的方法、基于梯度的方法和秩 2 矩阵的参数化优化方法^[11]。迭代方法精度比线性方法高,但计算时间

收稿日期:2013-06-05。

项目来源:江苏省高校自然科学基金重大基础研究资助项目(10KJA420025);江苏省高校优势学科建设工程资助项目;国家科技支撑计划资助项目(2012BAH35B02);福建省自然科学基金青年创新基金资助项目(2011J05104)。

长,并且不能处理错误匹配点。当匹配点集合中出现错误匹配时,线性方法和迭代方法不再适用。因此,人们针对错误匹配提出了鲁棒估算方法,如最小中值法——LMedS (least-median-of-square)、随机抽样一致性法——RANSAC 以及 M 估计算法——M-Estimators^[6]等。这类方法对噪声和错误匹配有较强的鲁棒性,但每种方法都有其自身的局限性。例如,M-Estimators 方法对初始值依赖较大,而初始值一般由最小二乘法获得,受错误数据影响较大;LMedS 方法对外点的鲁棒性较好,但当匹配点集合中错误数据接近 50% 时,该方法的误差很大;RANSAC 方法是一个典型的鲁棒参数估计方法,在某些情况下,容易陷入局部最小。另外,胡明星、李宏言和 Tang Chengyuan^[12-14]等人将遗传算法引入到基础矩阵估计方法中,可在一定程度上提高求解精度,但遗传算法计算复杂,使得整体算法的复杂度较高。

2 匹配点分布密度及内点集选取

2.1 匹配点分布密度

特征点的分布情况对基础矩阵的估计有重要影响。选择均匀分布的匹配点,可以有效提高基础矩阵的估计精度^[4-5]。

本文根据(3)式计算匹配点的分布密度^[5]。首先根据特征点数量将图像进行分块,再计算每个分块中包含的特征点数量与整幅图像上全部特征点数量的标准偏差。该标准偏差值可以用来衡量特征点是否均匀分布,其值越小,说明匹配点分布越均匀:

$$W_s = W/\text{int}(\sqrt{N}), H_s = H/\text{int}(\sqrt{N}) \quad (3)$$

其中, W_s 和 H_s 表示分块的宽和高,而 W 和 H 则表示图像的宽和高, N 是匹配点数量。在上述分块的基础上,根据式(4)计算特征点的分布密度:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} (P_{si} - \frac{N}{N_s})^2} \quad (4)$$

其中, N_s 表示分块数量, N 表示匹配点数量, P_{si} 表示每个分块中包含的匹配点数量。

如图 1 所示,左右两幅图像中包含的特征点数量相同,采用式(4)计算两幅图像的特征点分布密度,左图得到的结果为 0.624,右图得到的结果是 0.817。由于分布密度值越小,分布越均匀,因此,从计算结果来看,左图分布较均匀。从图中也可以看出,左图中的点基本均匀分布在整幅图像上,而右图中的点基本都集中在图像的左边部分,

由此也进一步验证了计算结果的正确性。

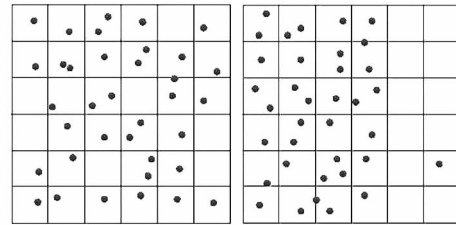


图 1 特征点分布情况

Fig. 1 Distribution of Feature Points

2.2 内点集选取策略

传统的 RANSAC 算法选择包含内点数量最多的集合作为内点集来计算基础矩阵,而实际上,通过这种选取策略获得的结果并不一定就是最优的。本文提出了一种新的内点集选取策略,其基本原理如下:以传统 RANSAC 方法为基本框架,基于随机抽样的思想抽取多个样本,计算基础矩阵的初始值并判断匹配点集合中的点是否为内点,统计内点数量。将内点数量按从大到小排序,排序后的结果用集合 $A = [b_1, b_2, \dots, b_k]$ 表示。 b_1 表示包含内点数量最多的集合中含有 b_1 对匹配点,选择满足条件 $b_1 - b_j \leq 10\% b_1 (1 \leq j < k)$ 的内点集构成候选内点集。分别计算候选内点集中每个集合的匹配点分布密度以及点到极线的平均距离。计算得到的匹配点分布密度用集合 $B = [d_{b_1}, d_{b_2}, \dots, d_{b_j}] (1 \leq j < k)$ 表示, d_{b_j} 表示包含内点数量为 b_j 的集合对应的匹配点分布密度, d_{b_1} 则表示包含内点数量最多的集合对应的匹配点分布密度。在满足匹配点的分布密度优于包含内点数量多的集合对应的分布密度的约束条件下,即需要满足 $d_{b_m} \leq d_{b_1} (m \leq j)$ 这一约束条件,选择点到极线距离最小的集合为内点集来估计基础矩阵。

为验证这一结论,采用程序生成同一场景不同视角的两幅图像的 100 对匹配点,如图 2 所示。

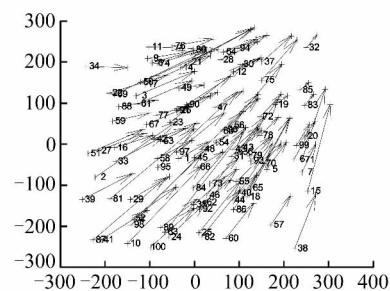


图 2 模拟数据

Fig. 2 Simulated Data

为验证在不同噪声和错误数据率情况下结论的正确性,在模拟数据中分别添加均值为 0、不同方差

的高斯噪声以及不同比例的错误数据,用 (a, b) 表示,其中 a 表示均值为 0、方差为 a 的高斯噪声, b 表示错误数据率,实验结果如表 1 所示。

表 1 不同噪声及错误数据率下内点集的确定

Tab. 1 Inlier Set Selection Under Different Noise Levels and Different Percentages of Mismatched

(a, b)	算法					
	RANSAC			本文方法		
	平均距离	点密度	内点数量	平均距离	点密度	内点数量
(0.0, 0%)	0.000	0.927	100	0.000	0.927	100
(0.5, 0%)	0.535	0.903	99	0.517	0.889	83
(0.5, 30%)	0.660	1.062	71	0.545	1.027	70
(0.5, 55%)	1.549	1.050	49	1.549	1.050	49
(1.5, 0%)	1.139	1.214	77	1.070	0.935	64
(1.5, 30%)	1.337	1.178	63	1.337	1.178	63
(1.5, 55%)	2.603	1.106	48	1.913	1.030	44
(2.0, 0%)	1.762	1.177	69	1.592	1.090	64
(2.0, 30%)	2.830	1.172	55	2.355	1.134	50
(2.0, 55%)	3.787	1.070	46	3.290	0.983	45

从表 1 可以看出,当匹配点集中不包含任何噪声及错误数据时,通过多次抽样可得到同样的结果,即集中所有点都为内点。在其他包含不同噪声和错误数据率的 9 组数据中可以看出,由于抽样的随机性,仅有 2 组数据结果表明,包含内点数目最多的集合计算得到的结果较优;而其余 7 组数据表明,在多次抽样后,考虑匹配点的分布状况,选择分布均匀的内点集,其包含的内点数量不一定是最多的,但通过该集合计算得到的结果优于传统 RANSAC 方法。

3 基础矩阵估计

3.1 算法基本原理

针对传统 RANSAC 算法获得的基础矩阵并不一定是最优解这一问题,本文提出了一种匹配点分布密度约束下的基础矩阵估计方法。其基本原理是:以传统 RANSAC 方法为基本框架,采用本文提出的内点集选取策略获得内点集后,针对选择的内点集,为进一步提高基础矩阵的估计精度,采用 M-Estimators 方法估计基础矩阵,从而保证获得的结果是较优的。

3.2 算法设计

本文首先采用 Hartley 的归一化方法对原始匹配点进行规范化处理,根据(5)式计算抽样次数,在处理后的集合中进行 K 次随机抽样,每次选择 8 个样本,利用改进的 8 点算法计算基础矩阵的初始值:

$$K = \frac{\log(1 - P)}{\log[1 - (1 - \epsilon)^v]} \quad (5)$$

其中, P 表示 K 次抽样过程中至少有一个样本是好样本的概率, ϵ 表示匹配点集合中错误匹配的比率, v 表示每次抽取的样本数。

在获得内点集的基础上,采用 M-Estimators 方法进行求解。其基本思想是通过设定权值,对包含不同强度误差的数据区别对待,以减小每个异常数据对求解结果的影响。将该方法作用于内点集上,可进一步提高解算结果的精度。

算法流程如图 3 所示。

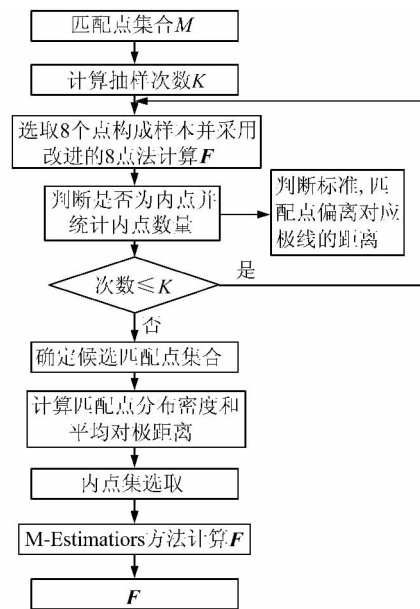


图 3 算法流程图

Fig. 3 Flow Chart of the Algorithm

4 实验结果与分析

4.1 实验设计

为验证本文算法的有效性和鲁棒性,分别对模拟数据和真实图像数据进行了实验。

模拟数据:为生成 100 对匹配点数据,设两个摄像机的投影矩阵分别为 $P = K[I/0]$ 和 $P' = K'[R/t]$,其中 R 和 t 表示旋转矩阵和平移向量。为方便起见,采用相同的内参信息。采用上述两个投影矩阵对生成的 100 个空间点进行投影便可获得对应的匹配点数据。模拟实验从两方面进行:① 为模拟真实图像特征提取与匹配的效果,在模拟数据中添加 10% 的错误数据,在此基础上,分别添加均值为 0、不同方差的高斯噪声;② 为验证算法的鲁棒性,在模拟数据中添加均值为 0、方差为 1.0 的高斯噪声。在此基础上,按照给定比率将其中部分匹配点进行调整,形成错误匹配。

真实图像实验数据:使用文献[6]中的两组真实图像数据,如图4和图5所示,将本文方法与M-Estimators、LMedS和RANSAC 3种方法进行比较。



图4 真实图像1

Fig. 4 Real Images and Feature Points

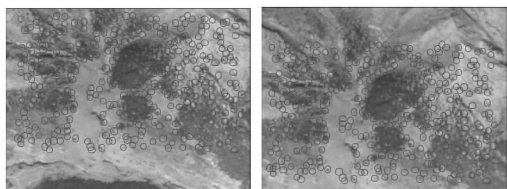


图5 真实图像2

Fig. 5 Real Images and Feature Points

算法评价标准:基础矩阵的算法评价标准在整个估算过程中有重要作用,本文采用点到对应极线的平均距离作为算法的评价标准:

$$d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\sqrt{(\mathbf{F}m_i)_1^2 + (\mathbf{F}m_i)_2^2}} + \frac{1}{\sqrt{(\mathbf{F}^T m_i')_1^2 + (\mathbf{F}^T m_i')_2^2}} \right)$$

4.2 结果分析

4.2.1 模拟数据实验结果

模拟数据实验结果如表2和图6所示,表2表示不同错误数据率下的实验结果,图6则表示不同噪声情况下的实验结果。

表2 不同错误数据率下的实验结果/像素

Tab. 2 Average Epipolar Distance Under Different Error Data Rate(pixel)

错误率	M-Estimators	LMedS	RANSAC	本文方法
0%	0.681	1.003	1.003	0.595
10%	0.737	2.318	11.286	0.472
20%	0.970	1.725	19.145	0.631
30%	1.020	2.304	21.044	0.557
40%	4.175	2.639	27.204	0.518
45%	7.304	4.212	33.715	0.389
50%	8.344	7.637	32.300	0.567
55%	8.595	11.817	31.087	0.437
60%	13.737	17.919	38.497	0.644
70%	19.032	33.710	41.832	1.487

4.2.2 真实图像实验结果

真实图像数据实验结果如表3所示。

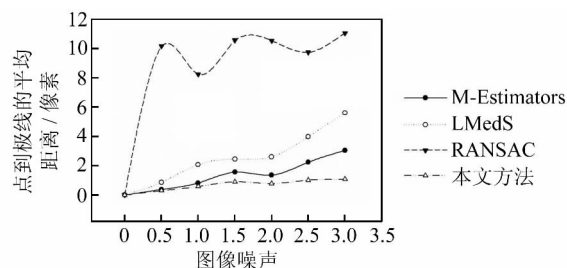


图6 不同噪声情况下的平均对极距离

Fig. 6 Average Epipolar Distance Under Different Noise Level

表3 真实图像数据实验结果/像素

Tab. 3 Results of the Real Images(pixel)

	M-Estimators	LMedS	RANSAC	本文方法
真实图像1	0.279	0.319	0.440	0.204
真实图像2	0.161	0.149	0.149	0.124

无论是模拟数据还是真实图像数据,与其他3种方法相比,本文方法得到的计算结果较好。针对不同错误数据率和不同强度的高斯噪声,本文方法具有较好的鲁棒性。从图6可以看出,当匹配点集合中包含不同强度的高斯噪声时,本文方法精度最高,其次是M-Estimators方法,LMedS方法的结果略优于RANSAC方法。从表2看,随着外点率的增加,本文算法一直都能保持较高精度,具有较好的鲁棒性。当错误数据率超过30%时,M-Estimators方法的精度下降较大。LMedS方法是以最小平方中值来确定内点集的,因此,从理论上讲,错误数据不超过50%时,都能得到相对较好的结果。从表2来看,在错误数据率超过45%时,其结果的精度下降较快,这也证实了这一结论的正确性。从表3真实图像的实验结果来看,本文方法仍然表现出较好的性能。

综合分析,采用本文算法获得的计算结果较好,究其原因,主要有以下3点:①传统RANSAC方法选择包含内点数量最多的集合作为内点集,而通过实验发现,这种选择策略并不能保证结果总是最优的。从实验结果来看,仅有少数情况下这种选择方法可以得到较好的结果。②由于匹配点的分布情况对基础矩阵的求解有重要影响,选择均匀分布的匹配点,可以有效改善求解的精度。本文方法结合匹配点分布情况来选择较优的内点集,从而在内点的选择上,保证了精度的进一步提高。③从现有研究来看,无论采用何种优化算法,都不可能完全去除数据中的噪声与外点数据。本文通过①、②两步,尽可能选择较好的数据来估计基础矩阵。在获得内点集的基础上,采用M-Estimators方法来估计基础矩阵。这

主要是由于 M-Estimators 对噪声有较好的抑制作用,可以降低大噪声点的影响,通过不断的迭代优化,最终提高解算结果的精度。

参 考 文 献

- [1] 郑顺义,张祖勋,翟瑞芳. 基于非量测相机的复杂物体三维重建[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008,33(5):446-449
- [2] 吴军,徐刚,董增来,等. 引入灭点约束的 TSAI 两步法相机标定改进研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2012,37(1):17-21
- [3] 孙凤梅,胡占义. 摄像机简化模型对三维重构的影响——分析与实验[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2005,17(10): 2 257-2 262
- [4] Zhang Z. Determining the Epipolar Geometry and Its Uncertainty: A Review[J]. International Journal of Computer Vision,1998,27(2): 161-195
- [5] Seo J K, Hong H K. Two Quantitative Measures of Inlier Distributions for Precise Fundamental Matrix Estimation[J]. Pattern Recognition Letters 2004, 25:733-741
- [6] Xavier A, Joaquim S. Over Allview Regarding Fundamental Matrix Estimation[J]. Image and Vision-Computing,2003,21(2): 205-220
- [7] 钟慧湘,庞云龙,冯月萍. 估计基础矩阵的一个新方法[J]. 仪器仪表学报,2005,25(4):411-413
- [8] Longuet-Higgins H C. A Computer Algorithm for Reconstructing a Scene from Two Projections[J]. Nature,1981,293: 133-135
- [9] Hartley R I. Indefence of the 8-point Algorithm [C]. The International Conference on Computer Vision,Boston, 1995
- [10] Wu F C, Hu Z Y,Duan F Q. 8-point Algorithm Revisited: Factorized 8-point Algorithm[C]. IEEE Int Conf on Computer Vision,2005
- [11] Luong Q T,Faugeras O D. The Fundamental Matrix: Theory,Algorithms and Stability Analysis[J]. International Journal of Computer Vision, 1996, 1(17):43-76
- [12] 胡明星,袁保宗,唐晓芳. 基于混合遗传算法的对极几何估计[J]. 电子学报,2003,31(10): 1 481-1 485
- [13] 李宏言,盛利元,闻姜,等. 基于改进遗传算法的基础矩阵估计方法[J]. 计算机工程与应用,2006,42(34):57-59
- [14] Tang C Y, Wu Y. Fundamental Matrix Estimation Using Evolutionary Algorithm with Multi-objective Functions[J]. Information Science and Engineering, 2008,24:785-800
- [15] Huber P J. Robust Statistics[M]. New York:Wiley, 1981
- [16] Mosteller E, Turkey J. Data and Analysis and Regression[M]. Reading MA: Addison-Wesley, 1977

第一作者简介:甄艳,博士生,主要研究方向为视频 GIS、三维重建等。
E-mail:zhenyan0824@163.com

Fundamental Matrix Estimation Based on Inlier Distributions Constraint

ZHEN Yan^{1,2} LIU Xuejun^{1,2} WANG Meizhen^{1,2}

(1 School of Geography Science, Nanjing Normal University, 1 Wenyuan Road, Nanjing 210023, China)

(2 Key Laboratory of Virtual Geographic Environment, Ministry of Education, Nanjing Normal University, 1 Wenyuan Road, Nanjing 210023, China)

Abstract: This paper presents a novel approach to estimate the fundamental matrix. The proposed method takes the traditional RANSAC method as the basic framework and selects the optimum inlier set combined with the inliers distribution and the average distance of the points to the epipolar lines. Then the M-Estimators method is used to compute the fundamental matrix. Experiment on a large number of simulated and real image data show that our algorithm can achieve a more precise estimation of the fundamental matrix.

Key words: computer vision; fundamental matrix; robust estimation; epipolar geometry; inlier set

About the first author: ZHEN Yan, Ph. D candidate, majors in video GIS, 3D reconstruction.

E-mail: zhenyan0824@163.com