

# 高斯混合模型云变换算法及其在图像分割中的应用

许 凯<sup>1</sup> 秦 昆<sup>2</sup> 刘修国<sup>1</sup> 李登朝<sup>1</sup>

(1 中国地质大学(武汉)信息工程学院,武汉市鲁磨路 388 号,430074)

(2 武汉大学遥感信息工程学院,武汉市珞喻路 129 号,430079)

**摘 要:**针对启发式云变换只能对一维特征进行变换的缺陷,提出一种基于高斯混合模型的改进云变换方法。通过 EM 算法和高斯分布的拟合误差求解云模型的数字特征,抽取图像底层概念,从而实现图像分割。通过图像分割实验验证了该算法的有效性。

**关键词:**云变换;高斯混合模型;云模型;图像分割

中图分类号:P237.3

图像分割是图像处理与分析的关键步骤之一<sup>[1]</sup>,常常伴随有随机性和模糊性<sup>[2]</sup>。传统的图像分割方法往往仅考虑模糊性或仅考虑随机性,没有充分表达和分析图像分割过程中的不确定性。云模型是李德毅等提出的定性、定量的不确定性转换模型<sup>[3]</sup>,能有效处理图像分割过程中概念表达和分析存在的不确定性问题<sup>[4]</sup>。秦昆等提出了基于泛概念树的图像分割方法,利用泛概念层次结构,有效地表达和分析了影像分割过程中的层次结构和不确定性<sup>[5-6]</sup>。巫兆聪等提出了一种顾及几何特征的云模型遥感影像分割方法,以云模型实现图斑对象的表达,并由云综合运算实现了不同粒度空间下的区域合并<sup>[7]</sup>。李万臣等提出一种基于云模型和区域生长的图像分割方法,克服了区域生长法种子点和生长准则选取不当而产生过分割和欠分割的不足<sup>[8]</sup>。

传统的启发式云变换方法从图像的一维直方图中抽取底层概念<sup>[9]</sup>,缺乏处理高维数据的能力,因此在面对彩色图像或者多光谱遥感图像分割时只能对图像的各个波段分别进行云变换,或者转换成灰度图像再进行底层概念抽取,影响了分割算法的精度和效率。高斯混合模型与启发式云变换有一个共同的数学基础,即任意一种概率分布都可以分解成若干个正态分布之和,它们都是从数据的频率分布中提取出概念的方法<sup>[10]</sup>。因此,

本文提出了一种基于高斯混合模型云变换方法,利用高斯混合模型将图像分解成若干个高斯分布的叠加,通过 EM 算法求得高斯分量的参数,获得云模型的期望  $Ex$  和熵  $En$ ,并通过计算高斯混合模型的拟合误差求解云模型的超熵  $He$ ,抽取图像的底层概念,从而实现图像分割。

## 1 云变换算法

给定数据  $X$  的频率分布函数  $f(x)$ ,云变换自动将数据分解成若干个正态云模型  $C_i(Ex_i, En_i, He_i)$  的叠加<sup>[10]</sup>:

$$f(x) \rightarrow \sum_{i=1}^n a_i * C(Ex_i, En_i, He_i) \quad (1)$$

其中, $n$  为变换后生成云模型的个数; $a_i$  为正态云模型的幅度系数。

云变换算法的理论基础是高频出现的数值对定性概念的贡献大于低频出现的数值对概念的贡献。频率分布中局部极大值点就是概念的中心,即云模型的数学期望,通过迭代查找数据频率分布曲线的局部极大值点,可实现数据分解过程。这样,通过云变换对数据概率密度分布的分解得到了若干个正态云模型,实现了底层概念抽取。底层概念由正态云模型的参数表示,概念和概念之间的划分不是绝对的,具有一定的交叠,同一个

收稿日期:2013-05-30。

项目来源:中国博士后科学基金资助项目(20110491230);中国地质大学教育部地理信息系统软件及其应用工程研究中心开放课题资助项目(201111105);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(CUG120833)。

数据有可能属于多个概念。

## 2 基于高斯混合模型的云变换算法

高斯混合模型假设数据中的概念由高斯分布或若干个高斯分布的叠加组成,通过对数据进行建模,用若干个高斯分布的线性组合来描述数据的频率分布<sup>[11]</sup>。

$$P(o|\lambda) = \sum_{m=1}^M \omega_m N(o; \mu_m, \Sigma_m) \quad (2)$$

其中,  $o$  为观测值的特征矢量,  $M$  为高斯分布个数,  $\mu$  为特征均值矢量;  $\Sigma$  为协方差矩阵。若协方差矩阵使用满矩阵形式,则计算量较大,因此一般使用对角阵代替:

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_d^2)$$

$\omega$  为权值,且  $\sum_{m=1}^M \omega_m = 1$ ,  $N$  为高斯分布函数:

$$N(o; \mu; \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^d |\Sigma|}} e^{-\frac{1}{2}(\sigma-\mu)^T \Sigma^{-1}(\sigma-\mu)} \quad (3)$$

通常使用 EM 算法求解高斯混合模型的参数。由于数据本身的错漏和引入了额外的参数进行似然函数的优化,使得 EM 算法是一种从“不完全数据”中求解模型分布参数的极大似然估计的方法,只能保证收敛到局部极值。通过 EM 算法求得高斯混合模型的参数  $\mu$ 、 $\sigma$  和  $\omega$ ,令

$$Ex_i = u_i, En_i = \sigma_i \quad (4)$$

由于高斯分布  $N_i$  中 99.7% 的样本分布在  $[\mu_i - 3\delta_i, \mu_i + 3\delta_i]$  内,对于云模型的云滴,满足:

$$DX^2 = En^2 + He^2 \quad (5)$$

且

$$En_i^2 = \int_{\mu_i-3\delta_i}^{\mu_i+3\delta_i} N_i(x; \mu_i, \delta_i) (x - Ex_i)^2 dx \quad (6)$$

$$DX_i^2 = \int_{\mu_i-3\delta_i}^{\mu_i+3\delta_i} \text{his}(x) (x - Ex_i)^2 dx -$$

$$\sum_{n=1, n \neq i}^M \int_{\mu_n-3\delta_n}^{\mu_n+3\delta_n} N_n(x; \mu_n, \delta_n) (x - Ex_i)^2 dx \quad (7)$$

则:

$$Hex_i = \sqrt{\left| \int_{\mu_{xi}-3\delta_{xi}}^{\mu_{xi}+3\delta_{xi}} (\text{his}_X(x) - \sum_{m=1}^M N(x; \mu_{xm}, \delta_{xm})) (x - Ex_i)^2 dx \right|} \quad (14)$$

$$Hey_i = \sqrt{\left| \int_{\mu_{yi}-3\delta_{yi}}^{\mu_{yi}+3\delta_{yi}} (\text{his}_Y(y) - \sum_{m=1}^M N(y; \mu_{ym}, \delta_{ym})) (y - Ey_i)^2 dy \right|} \quad (15)$$

## 3 实验及分析

### 3.1 实验 1

本文构建了一组具有一维特征的模拟数据,针对数据的一维特征使用高斯混合模型进行云变

$$He_i^2 = \int_{\mu_i-3\delta_i}^{\mu_i+3\delta_i} \text{his}(x) (x - Ex_i)^2 dx - \left( \int_{\mu_i-3\delta_i}^{\mu_i+3\delta_i} N_i(x; \mu_i, \delta_i) (x - Ex_i)^2 dx + \sum_{n=1, n \neq i}^M \int_{\mu_n-3\delta_n}^{\mu_n+3\delta_n} N_n(x; \mu_n, \delta_n) (x - Ex_i)^2 dx \right) \quad (8)$$

若图像一维特征的频率分布为  $\text{his}(x)$ , 则:

$$He_i = \sqrt{\left| \int_{\mu_i-3\delta_i}^{\mu_i+3\delta_i} (\text{his}(x) - \sum_{m=1}^M N_m(x; \mu_m, \delta_m)) (x - Ex)^2 dx \right|} \quad (9)$$

其中,  $i=1, 2, \dots, M$ ,  $M$  为高斯分量个数。

基于高斯混合模型的云变换方法,借助 EM 算法可以快速计算出云模型的 3 个参数。与启发式云变换相比,其优势在于:不仅能对图像的一维特征进行云变换,还可以对图像的高维特征进行云变换。

若二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为  $\text{his}(x, y)$ , 且  $X$  和  $Y$  独立,  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度函数为:

$$\text{his}_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{his}(x, y) dy \quad (10)$$

$$\text{his}_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{his}(x, y) dx$$

类似于二维特征的高斯混合模型,通过 EM 算法可以求解出二维特征的高斯混合模型的参数,则:

$$Ex_i = u_{x_i}, Ey_i = u_{y_i}, En_{x_i} = \sigma_{x_i}, En_{y_i} = \sigma_{y_i} \quad (11)$$

因为  $X$  和  $Y$  独立,则:

$$En_{x_i}^2 = \int_{\mu_{xi}-3\delta_{xi}}^{\mu_{xi}+3\delta_{xi}} N(x; \mu_{xi}, \delta_{xi}) (x - Ex_i)^2 dx \quad (12)$$

$$En_{y_i}^2 = \int_{\mu_{yi}-3\delta_{yi}}^{\mu_{yi}+3\delta_{yi}} N(y; \mu_{yi}, \delta_{yi}) (y - Ey_i)^2 dy \quad (13)$$

所以,

换,如图 1 所示。图 1(a) 中,数据的直方图由虚线表示。可以看到,数据具有两个明显的峰,因此将高斯混合模型的高斯分布个数设为 2,通过 EM 算法求得两个高斯分布如图 1(a) 中实线所示,由本文算法变换得到两个正态云模型,如图 1(b) 所示。

由图 1 和式(9)可以看到,云模型超熵  $He$  的

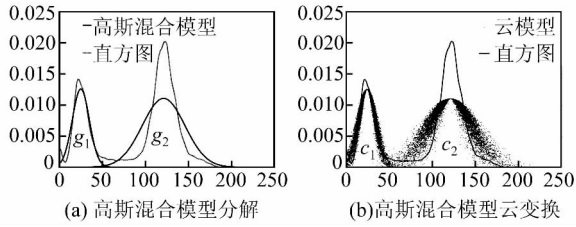


图 1 基于高斯混合模型的云变换

Fig. 1 Cloud Transformation Based on GMM

大小取决于高斯混合模型的拟合数据精度。拟合误差越大,则云模型的超熵  $H_e$  的值也越大。图 1 (b)中,云模型  $c_1$  的超熵要小于  $c_2$ ,是因为图 1(a)中高斯分布  $g_1$  拟合直方图左边的峰更准确,高斯分布  $g_2$  拟合直方图右边的峰值误差较大,因此  $c_1$  的超熵要小于  $c_2$ 。

同时,图 1 和式(9)还揭示了超熵  $H_e$  的一个

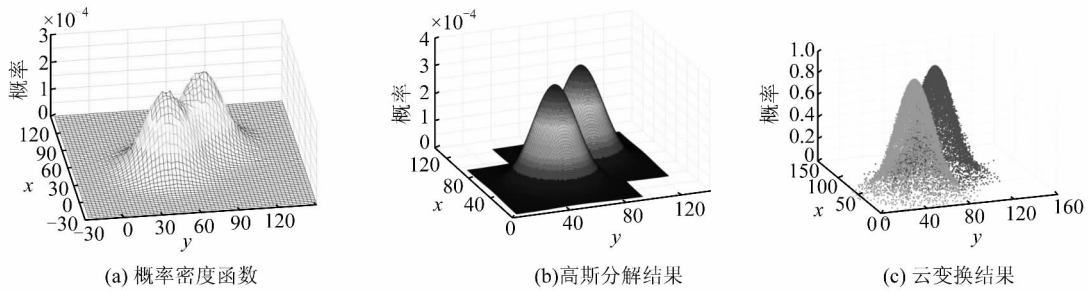


图 2 基于二维高斯混合模型的云变换

Fig. 2 Cloud Transformation Based on Two Dimension GMM

通过二维高斯混合模型分解将数据的二维特征分解成若干个二维高斯分布的线性组合,再将高斯分布的参数转换成二维云模型的数字特征,实现二维云变换。基于本文的云变换算法很容易扩展到三维,甚至更高维,较好地解决了传统云变换不能从高维图像数据中抽取底层概念的缺陷。

### 3.2 实验 2

为了验证本文算法的有效性,选择灰度图像和多光谱遥感图像进行分割实验,并与 FCM 和高斯混合模型算法进行对比,如图 3 所示。

为了定量地评价分割结果,本文选择误分率作为分割结果的评价指标<sup>[12]</sup>:

$$ME = 1 - \frac{|F_{R1} \cap S_{R1}| + \dots + |F_{Ri} \cap S_{Ri}| + \dots + |F_{Rn} \cap S_{Rn}|}{|F_{R1}| + \dots + |F_{Ri}| + \dots + |F_{Rn}|} \quad (16)$$

式中,ME 表示图像误分率,  $|F_{Ri} \cap S_{Ri}|$  表示第  $i$  个目标中被分割正确的像素个数,误分率评价的参考图像如图 4 所示。

本文算法与 FCM 和高斯混合模型图像分割

重要性质:若样本近似服从正态分布,则可以使用正态云模型来表达这个模式,正态云模型的超熵是样本的概率密度分布偏离正态分布的度量,超熵的大小反映了使用正态云模型表达样本模式的准确程度。若样本的概率密度分布偏离正态分布程度较大,则超熵大;若样本的概率密度分布偏离正态分布程度较小,则超熵小。超熵不仅反映了云滴内部的离散程度,体现出云模型微观上的不确定性,同时还反映了使用云模型表达概念的准确程度,体现出云模型宏观上的不确定性。

本文构建了一组具有二维特征的模拟数据,数据的概率密度分布如图 2(a)所示;针对数据的二维特征使用高斯混合模型分解,通过 EM 算法求得二维随机变量的高斯概率密度分布如图 2(b)所示;通过高斯概率密度的参数求得二维云模型的数字特征,如图 2(c)所示。

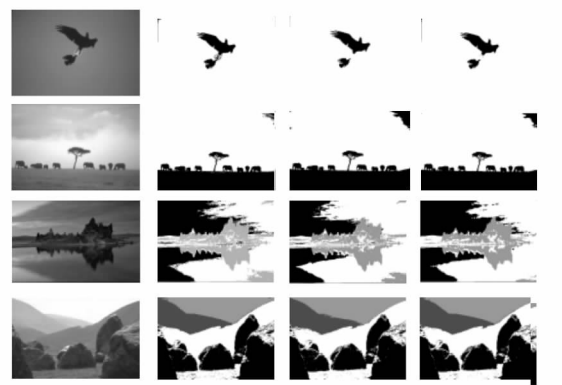


图 3 灰度图像分割结果

Fig. 3 Gray Image Segmentation Results



图 4 误分率计算参考图

Fig. 4 Ground Truth of Gray Image Segmentation

结果的误分率如表 1 所示。

表 1 灰度图像误分率/%  
Tab. 1 ME of Gray Image(%)

图像	本文方法	FCM	高斯混合模型
1	0.62	0.86	0.72
2	0.98	1.71	1.52
3	29.35	32.09	36.60
4	7.90	8.85	8.21

### 3.3 实验 3

针对武汉地区 TM 遥感影像的多光谱数据进行分割,如图 5(a)所示,依据目视判读在图像中分别选择水体、植被、居民地、裸地 4 种典型地物,将本文提出的算法和传统云变换方法、高斯混合模型方法及 FCM 方法进行对比实验。传统云变换算法需要先将多光谱图像转换成灰度图像后再进行云变换,本文提出的算法和 FCM、高斯混合模型可以直接对原始遥感图像进行云变换,结果如图 5(b)~5(e)所示。

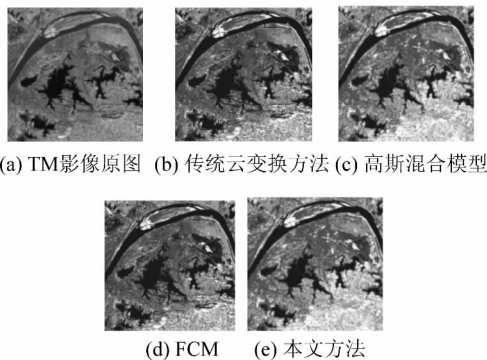


图 5 遥感图像分割结果

Fig. 5 Remote Sensing Image Segmentation Results

### 3.4 结果分析

由 3 组实验可以看到,本文提出的云变换方法可以有效地实现多维数据的云变换,实现多光谱遥感图像的分割,避免了传统云变换不能处理多维图像数据的缺陷。实验 2 表明,本文提出的图像分割算法能明显分割出图像中的目标,具有较高的分割精度,证明了算法的有效性。

本文提出的方法和高斯混合模型、传统云变换算法相比,具有以下优势:

1) 基于高斯混合模型的云变换方法使用超熵评价高斯混合模型分解的拟合精度,超熵越大表明高斯分解的拟合误差越大。当超熵大于阈值时,可以增加高斯分量个数以提高拟合精度。

2) 基于高斯混合模型的云变换以超熵作为图像中的目标偏离高斯分布程度的度量,表达高斯混合模型分解的精度。样本数据属于某个模式的隶

属度不是一个精确的值而是一个随机数。将样本数据由一阶不确定性分析扩展为二阶不确定性分析(一个样本数据对应一个隶属度和一个概率值),一方面使用云模型能够更容易地表达图像中的目标,另一方面云模型更全面地表达了目标的不确定性。

3) 传统的启发式云变换方法从图像的一维直方图中抽取底层概念,缺乏处理高维数据的能力。基于高斯混合模型的云变换利用 EM 算法和高斯混合模型的拟合误差求解云模型的参数,使得云变换算法具有了处理高维数据的能力。

## 4 结 语

本文的方法揭示了超熵  $He$  的一个重要性质,即正态云模型的超熵是样本的概率密度分布偏离正态分布的度量,超熵的大小反映了使用正态云模型表达样本模式的准确程度。若样本的概率密度分布偏离正态分布程度较大,则超熵大;若样本的概率密度分布偏离正态分布程度较小,则超熵小。若样本近似服从正态分布,则可以使用正态云模型来表达;若样本偏离正态分布的程度大,则正态云模型的超熵变大,正态云模型出现雾化现象。

## 参 考 文 献

- [1] 章毓晋. 图像分割[M]. 北京:科学出版社, 2001
- [2] Martin A, Laanaya H, Bos A A. Evaluation for Uncertain Image Classification and Segmentation[J]. Pattern Recognition, 2006, (39): 1 987-1 995
- [3] 李德毅, 孟海军, 史雪梅. 隶属云和隶属云发生器[J]. 计算机研究与发展, 1995, 32(6): 15-20
- [4] Li D Y, Liu C Y, Gan W Y. A New Cognitive Model: Cloud Model[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2009, 24(3): 357-375
- [5] 秦昆, 李德毅, 许凯. 基于云模型的图像分割方法研究[J]. 测绘信息与工程, 2006, 31(5): 3-5
- [6] 秦昆. 不确定性图像分割的新方法[D]. 武汉: 武汉大学, 2007
- [7] 巫兆聪, 覃茂运, 张潇. 一种顾及几何特征的云模型遥感影像分割方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(9): 939-942
- [8] 李万臣, 郭逢丽, 刘海亮. 基于云模型的高光谱遥感图像的分类研究[J]. 仪器仪表用户, 2011, 18(1): 48-50
- [9] 李德毅, 杜鹃. 不确定性人工智能[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005
- [10] 秦昆, 王佩. 基于云变换的曲线拟合新方法[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(23): 38-56

(下转第 1183 页)

## An Improved Method for DEM Construction in Intertidal Zones

LI Ning<sup>1,2</sup> TIAN Zhen<sup>1,2</sup> ZHANG Lihua<sup>1,2</sup> PENG Rencan<sup>1,2</sup>

(1 Department of Hydrography and Cartography, Dalian Naval Academy, 667 Jiefang Road, Dalian 116018, China)

(2 Key Laboratory of Hydrographic Surveying and Mapping of PLA, Dalian Naval Academy, 667 Jiefang Road, Dalian 116018, China)

**Abstract:** Aiming at the characteristic of multi-data and evident anisotropy of DEM Construction in intertidal zones (IZDEM), a new method based on combining optimal trend surface and Kriging interpolation is proposed. First, an optimal trend surface is obtained using an optimal equivalent weight to control the influence of precision difference between different source data to the quality of IZDEM. Then, corresponding residuals surface is constructed by kriging interpolation to recapture finer details lost from smoothing. IZDEM is constructed by combining optimal trend surface and residuals surface. Experimental results demonstrate that the proposed method has improved the quality of IZDEM.

**Key words:** intertidal zone DEM; trend surface optimization; Kriging; multi-data; anisotropy

---

**About the first author:** LI Ning, Ph. D candidate, majors in digital charting and oceanic GIS.

E-mail: lining1986121@163.com

---

(上接第 1166 页)

[11] Gupta L, Sortrakul T. A Gaussian-mixture-based Image Segmentation Algorithm[J]. Pattern Recognition, 1998, 31(3):315-325

uation[J]. Journal of Electronic Imaging, 2004, 13(1):146-165

[12] Sezgin M, Sankur B. Survey Over Image Thresholding Techniques and Quantitative Performance Eval-

第一作者简介:许凯,讲师,博士后,研究方向为遥感图像处理。  
E-mail: xukai\_cug@163.com

## Cloud Transformation Method Based on Gaussian Mixed Model and Its Application to Image Segmentation

XU Kai<sup>1</sup> QIN Kun<sup>2</sup> LIU Xiuguo<sup>1</sup> LI Dengchao<sup>1</sup>

(1 Faculty of Information Engineering, China University of Geosciences, 388 Lumo Road, Wuhan 430074, China)

(2 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** This paper proposes a new cloud transformation method in order to improve the traditional cloud transformation which cannot deal with multidimensional data. EM algorithm and fitting error of Gaussian mixed model are used to extract cloud concepts which are expressed by the digital characteristics. Image segmentation is realized by the improved method. The image segmentation experiments are used to compare the proposed method with traditional methods. The comparison experiments validate the proposed method.

**Key words:** cloud transformation; Gaussian mixed model; cloud model; image segmentation

---

**About the first author:** XU Kai, lecturer, postdoctor, majors in remote sensing image processing.

E-mail: xukai\_cug@163.com