

软土路基沉降泊松模型的正则化牛顿迭代法

唐利民^{1, 2} 朱建军²

(1 长沙理工大学交通运输工程学院,长沙市万家丽南路 2 段 960 号,410004)
(2 中南大学地球科学与信息物理学院,长沙市麓山南路 932 号,410083)

摘要:基于正则化理论,通过添加正则因子到迭代矩阵中,建立了正则化的牛顿迭代法来求解泊松模型参数,给出了迭代公式;根据迭代矩阵性质,基于条件数计算理论和绝对值三角不等式原理,证明了存在正则因子使得迭代矩阵的条件数小于一定的数值,推导了迭代过程中正则因子的计算公式;结合邵阳-怀化高速公路软土路基六个断面的总体沉降板观测数据分析表明,正则化的牛顿迭代方法不仅使迭代过程顺利进行并获得比三段法更小的残差平方和值,且其预测沉降量较三段法更符合工程实际。

关键词:路基沉降;泊松模型;正则化;牛顿迭代法

中图分类号:P207; P25

软土路基沉降与时间关系模型的建立一般有以下几种:① 利用土的本构模型,采用 Biot 固结理论的有限元分析方法^[1];② 根据实测沉降数据拟合沉降与时间关系的预测方法,如双曲线法^[2]、Asaoka^[3]法等。朱志铎^[4]建立了软土路基全过程沉降预测的 Logistic 模型,确定了模型中各参数含义;赵明华^[5]基于线性或近似线性加载情况下路基沉降过程和 Usher 曲线,将 Usher 模型应用于路基沉降预测;李守巨等^[6-7]研究了岩石反问题的非线性最小二乘算法。泊松模型本身是非线性模型,一些文献也直接基于非线性最小二乘原理来求解泊松模型参数。邓英尔^[8]提出了基于非线性回归分析原理,采用普通牛顿迭代法来求解泊松模型参数。但是在某些软土地基沉降-时间关系观测数据中,采用普通牛顿法来求解泊松模型参数,迭代过程中迭代矩阵的病态性将会导致迭代不收敛。

改善非线性最小二乘算法中迭代矩阵的病态性,一种方法是对矩阵进行正则化,这以正则化理论为基础^[9-10];另一种就是从构建病态矩阵的基本原理和方程出发,根据具体问题来修改矩阵的结构,进而从源头上控制矩阵的病态。本文基于正则化理论,通过对普通牛顿法中的迭代矩阵添

加一个正则因子,提出了一种软土路基沉降泊松模型的正则化牛顿迭代法,并以湖南省邵阳-怀化高速公路的软土路基断面观测数据对算法进行了验证和分析。

1 泊松模型的正则化牛顿迭代法

S 型增长模型具有多种形式,常用的有 Gompertz 模型、泊松模型、Richards 模型、Weibull 模型和 Mmrgan-Mercer-Flodin 模型。其泊松模型为^[11]:

$$y(t) = \frac{L}{1 + ae^{-bt}} \quad (1)$$

S 型增长模型具有单调递增性、不过原点性、有界性以及存在反弯点等特点,能较准确地反映软土地基固结沉降的变化规律^[12]。该模型具有多种形式,泊松模型是其中常用的一种,具体可表达为^[13]:

$$y = f(x) + \Delta \quad (2a)$$

相应的误差方程为:

$$\mathbf{V} = f(\hat{x}) - y \quad (2b)$$

于是,残差平方和为:

$$\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \|\mathbf{V}\|^2 = \|f(\hat{x}) - y\|^2 =$$

收稿日期:2012-11-08。

项目来源:国家自然科学基金资助项目(40874005);湖南省教育厅资助项目(10C0354);道路结构与材料交通行业重点实验室开放研究基金资助项目(kfj100209)。

$$(f(\hat{x}) - y)^T (f(\hat{x}) - y) \quad (3)$$

定义 非线性模型式(2)中参数 x 的一个解 \hat{x} , 若满足下列关系:

$$\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \min \quad (4)$$

则称 \hat{x} 是 x 的一个非线性最小二乘解, 其中 \mathbf{V} 由式(2)确定。

根据式(4)定义知, 求非线性泊松模型式(2)的最小二乘解, 就是求参数 L, a, b 的估值 $\hat{L}, \hat{a}, \hat{b}$, 使目标函数

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^T \mathbf{V}(\hat{L}, \hat{a}, \hat{b}) &= \left(\frac{\hat{L}}{1 + \hat{a}e^{-bt}} - y(t) \right)^T \cdot \\ &\left(\frac{\hat{L}}{1 + \hat{a}e^{-bt}} - y(t) \right) = \\ &\left(\frac{\hat{L}}{1 + \hat{a}e^{-bt}} \right)^T \left(\frac{\hat{L}}{1 + \hat{a}e^{-bt}} \right) - 2 \left(\frac{\hat{L}}{1 + \hat{a}e^{-bt}} \right)^T \cdot \\ &y(t)^T y(t) = \min \end{aligned} \quad (5)$$

的非线性无约束最优化问题。

令 $\hat{x} = (\hat{L}, \hat{a}, \hat{b})$, 把式(5)改写为:

$$\begin{aligned} R(\hat{x}) &= \left(\frac{\hat{L}}{1 + \hat{a}e^{-bt}} \right)^T \left(\frac{\hat{L}}{1 + \hat{a}e^{-bt}} \right) - \\ &2 \left(\frac{\hat{L}}{1 + \hat{a}e^{-bt}} \right)^T y(t)^T y(t) = \min \end{aligned} \quad (6)$$

1.1 普通牛顿迭代法

设式(6)中 $R(\hat{x})$ 的极小值 x^* 的一个近似解为 $x^{(k)}$, 在 $x^{(k)}$ 附近将 $R(x^*)$ 展开为泰勒级数, 取至二次项得:

$$\begin{aligned} R(x^*) &= R(x^{(k)} + dx^{(k)}) = R(x^{(k)}) + g^{(k)} dx^{(k)} + \\ &\frac{1}{2} (dx^{(k)})^T \mathbf{G}_k dx^{(k)} + y(t)^T y(t) = \min \end{aligned} \quad (7)$$

式中,

$$g^{(k)} = (g_1^{(k)} \ g_2^{(k)} \ \dots \ g_n^{(k)}) = \left(\frac{\partial R}{\partial x_1} \ \frac{\partial R}{\partial x_2} \ \dots \ \frac{\partial R}{\partial x_n} \right) \quad (8)$$

$$\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 R}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 R}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 R}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 R}{\partial x_2^2} & & \frac{\partial^2 R}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial^2 R}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 R}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 R}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}_{x=x^{(k)}} = \mathbf{G}_k^T \quad (9)$$

式中, $g^{(k)}$ 是 $R(\hat{x})$ 在 $x^{(k)}$ 处的梯度方向。 \mathbf{G}_k 称为 $x^{(k)}$ 处的迭代矩阵。其迭代公式为^[13]:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + dx^{(k)} = x^{(k)} - \mathbf{G}_k^{-1} (g^{(k)})^T \quad (10)$$

普通牛顿法要求 \mathbf{G}_k 非奇异。在实际问题解算中, \mathbf{G}_k 接近奇异或严重病态时, 其求逆不稳定, 式(10)的迭代格式不能运用。

1.2 正则化牛顿迭代法

矩阵的病态性可以通过正则方法来改善。单位矩阵 \mathbf{I} 乘以正则因子 $\alpha^{(k)}$ 后为 $\alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 。迭代矩阵加上 $\alpha^{(k)} \mathbf{I}$, 即变为 $\mathbf{G}_k + \alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 。适当选取 $\alpha^{(k)}$, 就可以保证 $\mathbf{G}_k + \alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 求逆运算的稳定性, 从而促使迭代过程顺利进行。正则化的牛顿迭代公式为:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + dx^{(k)} = x^{(k)} - (\mathbf{G}_k + \alpha^{(k)} \mathbf{I})^{-1} (g^{(k)})^T \quad (11)$$

矩阵条件数是衡量矩阵病态的一个重要指标, $\alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 的加入, 使得 \mathbf{G}_k 的条件数得到了一定程度上的降低。由迭代矩阵的性质, 设 \mathbf{G}_k 的条件数为 $\frac{|\lambda_{\max}^k|}{|\lambda_{\min}^k|}$, 则 $\mathbf{G}_k + \alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 的条件数为 $\frac{|\lambda_{\max}^k + \alpha^{(k)}|}{|\lambda_{\min}^k + \alpha^{(k)}|}$ 。

推论 存在正则因子 $\alpha^{(k)} > 0$, 使得 $\mathbf{G}_k + \alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 的条件数小于等于某个数值 C 。

证 令 $\frac{|\lambda_{\max}^k + \alpha^{(k)}|}{|\lambda_{\min}^k + \alpha^{(k)}|} \leq C$, 则有:

$$|\lambda_{\max}^k + \alpha^{(k)}| \leq C |\lambda_{\min}^k + \alpha^{(k)}| \leq C |\lambda_{\min}^k| + C \alpha^{(k)} \quad (12)$$

1) 若 $\lambda_{\max}^k \geq 0$, $|\lambda_{\max}^k + \alpha^{(k)}| \leq |\lambda_{\max}^k| + |\alpha^{(k)}|$, 依式(12)有:

$$|\lambda_{\max}^k| + |\alpha^{(k)}| \leq C |\lambda_{\min}^k| + C \alpha^{(k)} \Rightarrow \quad (13)$$

$$|\lambda_{\max}^k| - C |\lambda_{\min}^k| \leq C \alpha^{(k)} - \alpha^{(k)}$$

从而有:

$$\alpha^{(k)} \geq \frac{|\lambda_{\max}^k| - C |\lambda_{\min}^k|}{C - 1} \quad (14)$$

即存在 $\alpha^{(k)} \geq \frac{|\lambda_{\max}^k| - C |\lambda_{\min}^k|}{C - 1}$, 使得 $\mathbf{G}_k + \alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 的条件数小于等于 C 。

2) 若 $\lambda_{\max}^k < 0$, $|\lambda_{\max}^k + \alpha^{(k)}| \geq |\lambda_{\max}^k| - |\alpha^{(k)}|$, 依式(12)有:

$$|\lambda_{\max}^k| - |\alpha^{(k)}| \leq C |\lambda_{\min}^k| + C \alpha^{(k)} \Rightarrow \quad (15)$$

$$|\lambda_{\max}^k| - C |\lambda_{\min}^k| \leq C \alpha^{(k)} + \alpha^{(k)}$$

从而, 有:

$$\alpha^{(k)} \geq \frac{|\lambda_{\max}^k| - C |\lambda_{\min}^k|}{C + 1} \quad (16)$$

即存在 $\alpha^{(k)} \geq \frac{|\lambda_{\max}^k| - C |\lambda_{\min}^k|}{C + 1}$, 使得 $\mathbf{G}_k + \alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 的条件数小于等于 C 。

2 一种新的正则因子选取策略

正则因子的选取分为先验和后验两类策略。广为采用的后验策略是偏差原理和广义偏差原理。现在已提出了在误差水平未知情况下的各种后验准则, 如 Tikhonov 的拟最优准则; Hansen

的 L 曲线准则和 Engl 的误差极小化准则等^[14]。

考虑正则化牛顿迭代公式(11)的特殊性,其目的是使得式(6)成立,对此,本文提出确定正则因子 $\alpha^{(k)}$ 的方法如下。

1) 如果 G_k 非奇异或呈良态,迭代过程收敛,则取 $\alpha^{(k)} = 0$;

2) 当 G_k 接近奇异或严重病态时,假定一个 C 值,当式(14)的等号成立时,利用 $\alpha^{(k)} = \frac{|\lambda_{\max}^k| - C|\lambda_{\min}^k|}{C-1}$ 计算出初始 $\alpha^{(0)}$ 值,开始迭代;

3) 若 $R(x^{(k)})$ 的值随迭代次数而增大时,则停止迭代,返回修改假定的 C 值;根据统计经验,当 $C > 1\ 000$ 时,矩阵为严重病态。 C 值的假定应在一定范围内。

4) 继续步骤 2)、步骤 3),若 $R(x^{(k)})$ 值随迭代次数而减少时,考察最后一次和倒数第二次的迭代值,如果两者相差无几,即当 $R(x^{(k)})$ 达到计算要求,如 $R(x^{(k-1)}) - R(x^{(k)}) \leq 0.000\ 1$ 时,则停止迭代。

此时所得到的泊松模型的参数 $\hat{L}^{(k)}$ 、 $\hat{a}^{(k)}$ 、 $\hat{b}^{(k)}$ 为较优参数。为方便对比,可描绘出每次迭代结束时的泊松曲线,画出泊松曲线及软土路基断面沉降观测数值,选取迭代后曲线拟合程度最好的 $R(x^{(k)})$ 值来计算泊松模型的参数。

3 工程实例

邵阳-怀化高速公路主线全长约 155.84 km,是典型的山岭重丘区高速公路,沿线分布有软土路基 10 多段。其中 6 处断面各 12 期总体沉降板实测值见表 1。

表 1 6 处断面总体沉降板实测值

Tab.1 Measured Values of Six Section General Settlement Plate

1	2	3	4	5	6
3.55	3.65	3.58	2.98	4.09	3.41
6.65	6.84	6.71	5.59	7.66	6.85
11.81	12.16	11.92	9.93	13.61	12.15
17.73	18.20	17.92	14.88	20.40	18.28
20.44	21.05	20.64	17.21	23.56	21.03
24.75	25.49	24.98	20.82	28.53	25.47
29.90	30.78	30.15	25.10	34.41	30.65
31.98	32.93	32.22	26.91	36.88	32.92
33.61	34.61	33.93	28.28	38.74	34.59
35.33	36.58	35.87	29.91	41.94	36.36
35.51	36.70	35.96	29.95	41.05	36.55
35.58	36.75	36.03	30.02	41.13	36.72

用三段法确定泊松模型的初始迭代参数

$\hat{L}^{(0)}$ 、 $\hat{a}^{(0)}$ 、 $\hat{b}^{(0)}$ 及 $R(x^{(0)})$ 值,见表 2。此时, $R(x^{(0)})$ 并不是残差平方和的最小值,需要进行迭代计算,以获得更小的 $R(x^{(k)})$ 值。按照普通牛顿迭代法 6 次后所得 $R(x^{(k)})$ 值见表 3。

表 2 $\hat{L}^{(0)}$ 、 $\hat{a}^{(0)}$ 、 $\hat{b}^{(0)}$ 及 $R(x^{(0)})$ 值
Tab.2 Values of $\hat{L}^{(0)}$ 、 $\hat{a}^{(0)}$ 、 $\hat{b}^{(0)}$ and $R(x^{(0)})$

	1	2	3	4	5	6
$\hat{L}^{(0)}$	36.309	37.528	36.798	30.659	41.998	37.341
$\hat{a}^{(0)}$	14.899	14.947	14.911	14.949	14.921	15.815
$\hat{b}^{(0)}$	0.589	0.587	0.587	0.587	0.587	0.599
$R(x^{(0)})$	10.856	11.647	11.421	7.803	14.563	13.501

表 3 普通牛顿法迭代 6 次后 $R(x^{(k)})$ 值

Tab.3 Values of $R(x^{(k)})$ of General Newton Iterative Method After Six Iterative Procedures

	1	2	3	4	5	6
$R(x^{(1)})$	38 392	17 072	88 831	10 766	44 149	496
$R(x^{(2)})$	36 115	14 015	101 795	8 873	39 849	37 652
$R(x^{(3)})$	27 759	11 620	90 261	7 467	30 379	1 606
$R(x^{(4)})$	19 752	10 216	63 723	6 670	22 119	1 606
$R(x^{(5)})$	14 391	9 519	40 162	6 282	16 816	1 606
$R(x^{(6)})$	11 355	9 196	25 519	6 103	13 912	1 606

试验中,断面 2 迭代 40 次后,得到 $R(x^{(40)}) = 8\ 897.250\ 6$,当试图迭代 50 次时,由于迭代矩阵的严重病态,计算机程序报错而无法计算出 $R(x^{(50)})$ 的值。断面 6 从第三次迭代开始,其 $R(x^{(k)})$ 就一直为 1 606,迭代 500 次后仍旧为 1 606,而试图迭代 5 000 次时,计算机程序报告迭代矩阵严重病态而终止计算。

普通牛顿迭代法无法迭代到比 $R(x^{(0)})$ 更小的 $R(x^{(k)})$ 值。究其原因,是迭代过程中迭代矩阵的严重病态导致了计算机计算数值的严重偏差。

现采用正则化牛顿迭代法,6 个断面的泊松模型参数值及 C 、 $R(x^{(k)})$ 和迭代次数 k 列于表 4。其迭代终止条件设为:

$$R(x^{(k-1)}) - R(x^{(k)}) \leq 0.000\ 1$$

表 4 泊松模型参数值及 $R(x^{(k)})$ 、 C 值

Tab.4 Values of Poisson Model Parameters and $R(x^{(k)})$ 、 C

	1	2	3	4	5	6
$\hat{L}^{(k)}$	36.218	37.423	36.702	30.579	41.895	37.265
$\hat{a}^{(k)}$	12.444	12.544	12.341	12.468	12.437	12.690
$\hat{b}^{(k)}$	0.572	0.571	0.568	0.570	0.569	0.575
$R(x^{(k)})$	6.883	7.321	7.321	4.905	9.222	7.853
C	500	600	800	300	200	100
k	214	207	139	309	495	921

正则因子不仅降低了迭代矩阵的条件数,使得迭代顺利进行,而且能获得较三段法更小的 $R(x^{(k)})$ 值。6 个断面的迭代过程中(图 1),普通牛顿迭代法中迭代矩阵条件数均非常大。

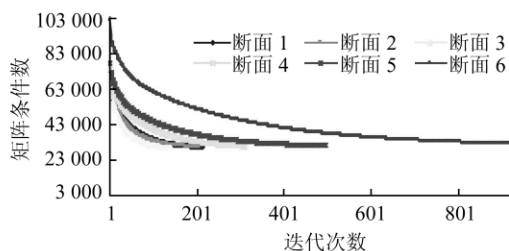


图1 普通牛顿迭代法中迭代矩阵条件数

Fig. 1 Condition Number of Iterative Matrix Using General Newton Iterative Method

从图1中知道,6个断面在迭代过程中,迭代矩阵条件数均大于30 000,为严重病态。图2给出了正则化牛顿迭代法中 $R(x^{(k)})$ 随迭代次数减少的曲线图。

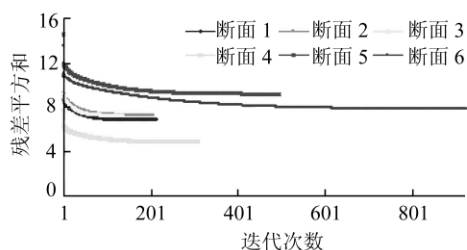
图2 $R(x^{(k)})$ 值Fig. 2 Values of $R(x^{(k)})$

图2表明,正则化牛顿迭代法可以使迭代过程顺利进行并获得比三段法更小的 $R(x^{(k)})$ 值。

图3为原始观测数据、三段法拟合曲线及正则化牛顿拟合曲线图。

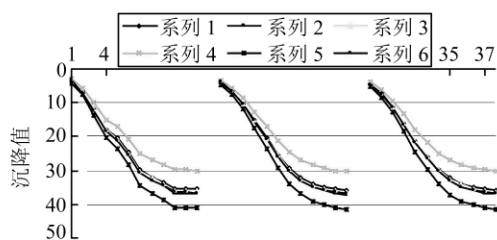


图3 原始观测数据、三段法拟合曲线及正则化牛顿法拟合曲线

Fig. 3 Original Observations, Fitting Curves of Three-Segment Method and Regularized Newton Iterative Method

表5给出了三段法确定的泊松模型后四期预测沉降量;表6给出了正则化牛顿迭代算法确定的泊松模型后四期预测沉降量。

对比表5和表6,在最后一期中三段法的预测值较正则化牛顿法的预测值要大(6个断面分别大0.9、1.1、1.0、0.8、1.1、0.8 mm),且三段法的后二期预测沉降量就接近于正则牛顿法的后四期预测沉降量了(6个断面接近值为0、0.1、

表5 三段法泊松模型预测后四期沉降量/cm

Tab. 5 Predicted Settlement After Four Stages of Poisson Model Using Three-segment Method

1	2	3	4	5	6
36.06	37.26	36.53	30.44	41.70	37.10
36.17	37.38	36.65	30.54	41.83	37.21
36.23	37.44	36.72	30.59	41.90	37.27
36.26	37.48	36.75	30.62	41.95	37.30

表6 正则化牛顿迭代法泊松模型预测后四期沉降量/cm

Tab. 6 Predicted Settlement After Four Stages of Poisson Model Using Regularized Newton Iterative Method

1	2	3	4	5	6
35.95	37.14	36.42	30.35	41.58	37.00
36.07	37.26	36.54	30.45	41.71	37.11
36.13	37.33	36.61	30.50	41.79	37.18
36.17	37.37	36.65	30.54	41.84	37.22

0、0、-0.1、-0.1 mm)。由于路基沉降在后期基本趋于稳定且速率变缓,对比实际后四期的总体沉降板观测值,正则化牛顿法预测的沉降量与断面后期实际观测的沉降量较符合。

4 结 语

1) 基于正则化理论,通过对普通牛顿迭代法中的迭代矩阵添加一项 $\alpha^{(k)} \mathbf{I}$,降低了矩阵的条件数,改善了迭代过程中矩阵的病态或奇异性。

2) 依据迭代矩阵的条件数性质,基于绝对值的三角不等式,证明了存在正则因子使得 $G_k + \alpha^{(k)} \mathbf{I}$ 的条件数小于等于某个数值,给出了求解正则因子 $\alpha^{(k)}$ 的计算公式。

3) 结合高速公路软土路基总体沉降板的观测数据进行了分析,验证了算法在求解泊松模型参数的适用性。

根据笔者试算的诸多例子发现,本文算法对初始值 $\hat{L}^{(0)}$ 、 $\hat{a}^{(0)}$ 、 $\hat{b}^{(0)}$ 的依赖性比普通牛顿法要弱,且 C 值很大程度上决定了达到计算要求所需的迭代次数,而且同一个断面由于 C 值不同,最终得到的 $R(x^{(k)})$ 也不同。如何确定最佳 C 值和迭代终止判别条件以得到最小的 $R(x^{(k)})$,是需要进一步研究的内容。

参 考 文 献

- [1] 杨涛,殷宗泽. 复合地基沉降的复合本构有限元分析[J]. 岩土力学, 1998, 19(2): 19-25
- [2] 赵明华. 土力学与基础工程[M]. 武汉: 武汉工业大学出版社, 2002

- [3] Asaoka A. Observational Procedure of Settlement Prediction[J]. *Soils and Foundations*, 1978, 18(4): 30-34
- [4] 朱志铎,周礼红. 软土路基全过程沉降预测的 Logistic 模型应用研究[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(6): 965-969
- [5] 赵明华,龙照,邹新军. 路基沉降预测的 Usher 模型应用研究[J]. *岩土力学*, 2008, 29(11): 2 973-2 981
- [6] 李守巨,刘迎曦. 岩石和混凝土材料参数识别的修正高斯-牛顿算法[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(1): 93-96
- [7] Tang Limin. A Regularization Homotopy Iterative Method for Ill-posed Nonlinear Least Squares Problem and Its Application[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2011(90/93): 3 268-3 273
- [8] 邓英尔,谢和平. 全过程沉降预测的新模型与方法[J]. *岩土力学*, 2005, 26(1): 1-4
- [9] [苏]吉洪诺夫 A H, 阿尔先宁 B Я. 不适定问题的解法[M]. 王秉忱译. 北京:地质出版社, 1979: 142-174
- [10] 唐利民. 地基沉降预测模型的正则化算法[J]. *岩土力学*, 2010, 31(12): 3 945-3 948
- [11] 齐欢. 数学模型方法[M]. 武汉:华中理工大学出版社, 1996
- [12] 宰金珉,梅国雄. 全过程的沉降量预测方法研究[J]. *岩土力学*, 2000, 21(4): 322-325
- [13] 王新洲. 非线性模型参数估计理论与应用[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2002: 1-132
- [14] 肖庭延,于慎根,王彦飞. 反问题的数值解法[M]. 北京:科学出版社, 2003: 58-63
- [15] 王坚,刘超,高井祥,等. 构筑物变形短期预警与完备性监测法研究[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2011, 36(6): 660-663
- [16] 张正禄,王小敏,邓勇,等. 模糊神经网络在变形分析与预报中的应用研究[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2010, 35(1): 6-8

第一作者简介:唐利民,博士,讲师。现从事测量数据处理、公路及桥梁隧道的变形监测及反演分析方面的研究。

E-mail: tlmitt@163.com

Regularized Newton Iterative Algorithm for Poisson Model of Soft Clay Embankment Settlement

TANG Limin^{1, 2} ZHU Jianjun²

(1 School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science & Technology, 960 South Wanjiali Road, Changsha 410004, China)

(2 School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, 932 South Lushan Road, Changsha 410083, China)

Abstract: According to general Newton iterative method for solving Poisson model parameters of soft clay embankment settlement would failure because the iterative matrix is ill-conditioned or close to singular, based on regularization theory, by adding a regular factor to iterative matrix, a regularized Newton iterative method was proposed for solving Poisson model parameters. The iterative formula was also given. Based on condition number calculation formula and absolute value triangle inequality principle, according to the properties of the iterative matrix, a regular factor which can make the iterative matrix's condition number less than a given value was proved. Calculation formula of regular factor in iterative procedure was also derived. Settlement data of six section subgrade in Shaoyang-Huaihua expressway were analysis using Poisson prediction model. The study show that the regularized Newton iterative method not only can get the residual sum of squares value small than general three-segment method and make the iterative process convergence, but also the predicted settlement accorded with measured values better.

Key words: subgrade settlement; Poisson model; regularization; Newton iterative method

About the first author: TANG Limin, Ph.D, lecturer, majors in measurement data processing and deformation monitoring.
E-mail: tlmitt@163.com