

多种有色噪声自适应滤波算法的比较

崔先强¹ 杨元喜¹ 高为广²

(1 西安测绘研究所, 西安市雁塔路中段 1 号, 710054)

(2 信息工程大学测绘学院, 郑州市陇海中路 66 号, 450052)

摘要: 将控制有色噪声影响的自适应滤波算法分为函数模型补偿滤波和随机模型补偿滤波两类。在介绍各种自适应滤波理论和模型的基础上, 重点分析了各种自适应滤波算法的优缺点, 并用实际算例进行了验证。

关键词: 有色噪声; 影响函数; Kalman 滤波; 自适应估计; 动态 GPS

中图分类号: P228.41; P207

在动态 GPS 导航定位中, 常用的数据处理算法是 Kalman 滤波, 它是建立在高斯白噪声基础上的。但在动态 GPS 测量实践中, 观测误差和动力学模型误差往往不属于高斯白噪声序列, 而是具有一定时空相关或异常特性的有色噪声。

有色噪声的存在, 严重影响着动态 Kalman 滤波的精度和可靠性。为此, 多种控制有色噪声影响的自适应滤波算法被相继提出, 归纳起来可以分为函数模型补偿滤波和随机模型补偿滤波两类。函数模型补偿滤波主要包括状态向量增广滤波^[1,2]、影响函数修正滤波^[3]和函数模型拟合滤波^[4,5]; 随机模型补偿滤波包括协方差矩阵自适应估计滤波^[5-11]、抗差 M-M 滤波^[12-14]和自适应抗差滤波^[15,16]。实践表明, 上述滤波算法都能较好地控制有色噪声对 Kalman 滤波结果的影响, 尤其是自适应抗差滤波算法。

这里首先给出标准 Kalman 滤波算法和在函数模型补偿滤波中所使用的有色噪声函数模型。

在动态 GPS 导航定位中, Kalman 滤波常用离散化模型来描述, 其线性形式为:

$$L_k = A_k X_k + e_k \quad (1)$$

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + W_k \quad (2)$$

式中, L_k 为观测向量; A_k 为观测设计矩阵; X_k 、 X_{k-1} 为状态向量; $\Phi_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵; e_k 为观测噪声, 其协方差矩阵为 R_k ; W_k 为状态噪声, 其协方差矩阵为 Q_k 。若 e_k 、 W_k 为统计特性已知的

零均值高斯白噪声, 则有:

$$\bar{X}_k = \left(A_k^T P_k A_k + P_{\bar{X}_k} \right)^{-1} \left(A_k^T P_k L_k + P_{\bar{X}_k} \bar{X}_k \right) \quad (3)$$

$$\Sigma_{\bar{X}_k} = \left(A_k^T P_k A_k + P_{\bar{X}_k} \right)^{-1} \quad (4)$$

式中,

$$\bar{X}_k = \Phi_{k,k-1} \bar{X}_{k-1} \quad (5)$$

$$P_{\bar{X}_k} = \left(\Phi_{k,k-1} \Sigma_{\bar{X}_{k-1}} \Phi_{k,k-1}^T + Q_k \right)^{-1} \quad (6)$$

$$P_k = R_k^{-1} \quad (7)$$

但是, 当 e_k 和 W_k 并不是统计特性已知的零均值高斯白噪声时, 标准 Kalman 滤波算法很难获得可靠的状态参数估值。因此, 有必要研究基于有色噪声的 Kalman 滤波算法。设有色观测噪声和有色状态噪声的函数模型均为一阶 AR 模型, 且可表示为:

$$e_k = \phi_{k,k-1} e_{k-1} + \eta_k \quad (8)$$

$$W_k = H_{k,k-1} W_{k-1} + \xi_k \quad (9)$$

式中, e_k 、 e_{k-1} 为有色观测噪声; W_k 、 W_{k-1} 为有色状态噪声; $\phi_{k,k-1}$ 、 $H_{k,k-1}$ 分别为有色观测噪声和有色状态噪声的模型系数矩阵; η_k 、 ξ_k 为统计特性已知的零均值高斯白噪声序列。

1 函数模型补偿滤波

Kalman 滤波是线性估计, 观测值间的相关特性将会在观测残差中得到体现, 同样, 状态预报

值间的相关特性也会在状态残差中得到充分体现。因此,可以将观测残差和状态残差序列分别作为有色观测噪声和有色状态噪声的观测样本,建立相应的有色噪声函数模型,并在动态 Kalman 滤波过程中自适应地对有色噪声进行补偿,控制其对状态参数估值的影响。

1.1 状态向量增广滤波

状态向量增广滤波是在一定的时间间隔内,视有色噪声为常量或遵循特定的规律,并将其作为状态参数的一部分,在滤波过程中与状态参数一起进行估计,从而吸收有色噪声对状态参数估值的影响。由式(1)、式(2)和式(9)可得扩充状态向量后的观测方程和状态方程分别为:

$$L_k = [A_k \quad 0] \begin{bmatrix} X_k \\ W_k \end{bmatrix} + e_k \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} X_k \\ W_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{k,k-1} & I \\ 0 & H_{k,k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k-1} \\ W_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \xi_k \quad (11)$$

式中, $H_{k,k-1}$ 为有色状态噪声的模型系数矩阵估值。由方程(10)、(11)可以看出,扩充的状态向量并没有考虑有色观测噪声的影响^[1]。

显然,状态向量增广滤波侧重于对函数模型的改进,只适合处理观测噪声为白噪声且状态噪声为有色噪声的情形,而且引入有色状态参数和计算有色状态噪声的模型系数都将增加滤波解算的负担,不利于动态 GPS 实时导航解算。

1.2 影响函数修正滤波

影响函数修正滤波就是利用有色噪声的影响函数值来修正状态参数估值^[3]。这里给出有色噪声对状态参数估值的影响表达式:

$$IF(X, e_k, w_k) = (A_k^T P_k A_k + P_{X_k})^{-1} \cdot A_k^T P_k \Phi_{k,k-1} e_{k-1} + (A_k^T P_k A_k + P_{X_k})^{-1} \cdot P_{X_k} H_{k,k-1} w_{k-1} \quad (12)$$

式中, $\Phi_{k,k-1}$ 为有色观测噪声的模型系数估值。式(12)中,等号右边的第一项表示有色观测噪声的影响,第二项表示有色状态噪声的影响。如使用观测残差 V_{k-1} 和状态残差 $V_{X_{k-1}}$ 分别代替有色观测噪声 e_{k-1} 和有色状态噪声 W_{k-1} ,则可得有色噪声影响函数值的估计式:

$$IF(X, e_k, w_k) = (A_k^T P_k A_k + P_{X_k})^{-1} \cdot (A_k^T P_k \Phi_{k,k-1} V_{k-1} + P_{X_k} H_{k,k-1} V_{X_{k-1}}) \quad (13)$$

显然,由式(13)即可计算出有色噪声的综合影响函数值,并用以修正状态参数估值。

1.3 函数模型拟合滤波

函数模型拟合滤波是建立有色观测噪声和有色状态噪声的函数模型,预报滤波解算历元的有色观测噪声和有色状态噪声,并分别对观测值和

状态预报值进行修正,再使用修正后的观测值和状态预报值进行滤波解算,从而达到控制有色噪声影响的目的。

设有色观测噪声和有色状态噪声的预报值为:

$$e_k = \Phi_{k,k-1} V_{k-1} \quad (14)$$

$$\bar{W}_k = H_{k,k-1} V_{X_{k-1}} \quad (15)$$

式中, e_k 、 \bar{W}_k 分别为有色观测噪声和有色状态噪声的预报值。使用式(14)、式(15)分别修正式(1)、式(2)可得满足标准 Kalman 滤波条件的观测方程和状态方程:

$$L_k + e_k = A_k X_k + \eta_k \quad (16)$$

$$X_k = (\Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \bar{W}_k) + \xi_k \quad (17)$$

通过分析可以发现,当有色噪声存在且其模型选择合理时,可以通过有色噪声的拟合预报来改善观测模型和动力学模型,从而使状态参数估值也得到改进。实际计算中需注意的是,函数模型拟合滤波并不能使观测粗差和动态异常得到平滑,因此在数据处理前剔除粗差和在数据处理时使用具有较强抗干扰能力的参数估计算法也是非常必要的。

2 随机模型补偿滤波

使用观测残差序列和状态残差序列能够对 Kalman 滤波进行函数模型补偿。同样,也可以使用观测残差序列和状态残差序列对有色噪声的随机模型进行调节,从而控制有色噪声对状态参数估值的影响。

2.1 协方差矩阵自适应估计法

协方差矩阵自适应估计法是直接将观测残差和状态残差序列作为有色噪声的样本值来估计有色观测噪声和有色状态噪声的协方差矩阵,从而使有色噪声对状态参数估值的影响得到控制。目前,常用的是移动开窗 Sage 滤波,即总是使用最新的 m 个历元的残差序列来估计有色噪声的协方差矩阵,具体的计算表达式如下:

$$R_k = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} V_{k-j} V_{k-j}^T + A_k \Sigma_{X_k} A_k^T \quad (18)$$

$$Q_k = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} V_{X_{k-j}} V_{X_{k-j}}^T - \Phi_{k,k-1} \Sigma_{X_{k-1}} \Phi_{k,k-1}^T + \Sigma_{X_k} \quad (19)$$

式中, Σ_{X_k} 、 $\Sigma_{X_{k-1}}$ 为状态参数估值的协方差矩阵。

显然,由式(18)和式(19)计算出的有色噪声协方差矩阵都是对历史精度信息的平均,这种计算结果很难表征滤波解算历元的观测信息的离散程度,因此很难做到真正的自适应。而且存储 m

个历元的残差信息和最新一个历元的状态参数估值的协方差矩阵, 都会增加滤波算法的负担。实际应用中还发现, 当载体状态出现大的扰动时, 有色噪声的协方差矩阵自适应估计效果不好, 而且随着时间的延续, 滤波可能发散。因此, 在本文算例中给估计出的有色状态噪声协方差矩阵加了一个很小的正定常量矩阵, 以降低状态扰动信息对滤波结果的贡献(称其为改进的 Sage 滤波)。

2.2 抗差 M-M 滤波

基于 M 估计的抗差滤波算法可以分为 3 类: M-LS 滤波、LS-M 滤波和 M-M 滤波, 且这 3 种滤波均可以基于等价权原理表示成通常的滤波解式^[12,13], 其中 M-M 滤波可写为:

$$\mathbf{X}_k = (\mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{A}_k + \bar{\mathbf{P}}_{\mathbf{x}_k})^{-1} (\mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{L}_k + \bar{\mathbf{P}}_{\mathbf{x}_k} \bar{\mathbf{X}}_k) \quad (20)$$

式中, $\bar{\mathbf{P}}_k$ 为观测向量的等价权矩阵; $\bar{\mathbf{P}}_{\mathbf{x}_k}$ 为状态预测向量的等价权矩阵。显然, 抗差 M-M 滤波是将有色噪声作为模型信息异常, 通过降低其模型信息的权矩阵, 控制其对状态参数估值的影响。

2.3 自适应抗差滤波

自适应抗差滤波是将有色观测噪声作为异常误差, 有色状态噪声作为动态扰动, 通过观测值等价权和自适应因子来同时控制有色观测噪声和有色状态噪声对系统状态参数估值的影响^[15,16]。

通过分析可以发现, 自适应抗差滤波不需分析有色噪声的变化特性, 而是从算法上对有色噪声进

行整体控制, 具有很强的自适应性, 不失为一种较好的有色噪声控制算法。但是, 当观测信息太少或不可靠时, 将无法获得可靠的单历元抗差解, 从而使基于单历元抗差解求得的自适应因子出现偏差, 最终可能使自适应抗差滤波在个别历元出现异常。

3 计算与比较

本文对一组采集于 1996 年 9 月 20 日的机载动态 GPS 观测数据进行了处理。有两台 Trimble 4000SSE 型接收机, 一台固定于参考站, 另一台安置于飞机上。飞机的初始位置离固定站约 1 km。经过 10 min 的初始化后, 飞机起飞, 整个飞行时间约为 90 min。

为便于对各种自适应滤波算法进行比较, 本文用高精度的载波相位和多普勒的组合结果作为参考值, 使用 C/A 码双差观测值进行滤波解算, 并将其结果与参考值作差进行比较。位置、速度和码的方差分别取为 0.2 m²、0.001 m²s⁻² 和 1 m², 而速度的谱密度取为 0.01 m²s⁻³, 状态模型方差-协方差阵与文献[15]相同。

各种滤波方案的计算结果见图 1 和表 1。需说明的是, 图中描述的是位置误差 ΔP , 计算公式为 $\Delta P = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2 + (\Delta Z)^2}$, 其中 ΔX 、 ΔY 和 ΔZ 为计算结果与参考值的坐标差。

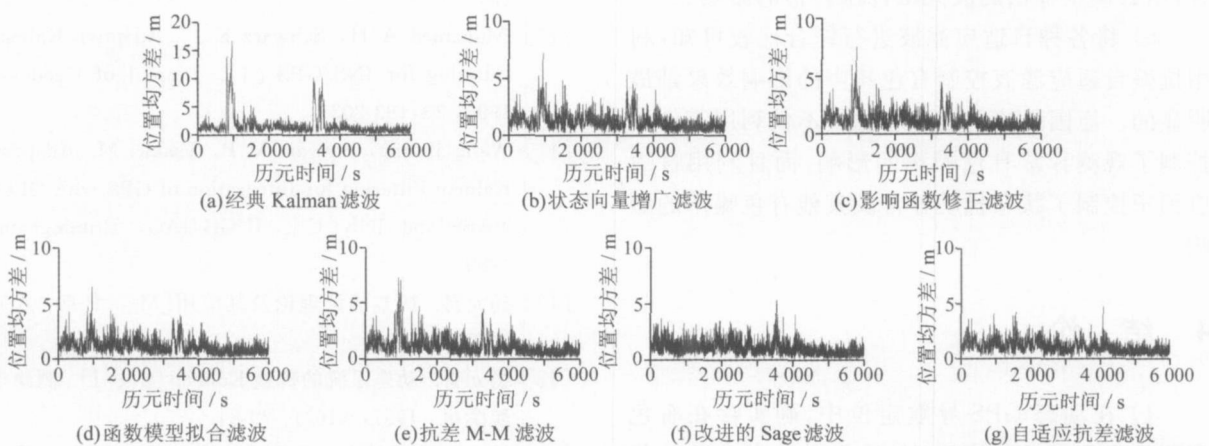


图 1 各种滤波方案的计算结果

Fig. 1 Results of Different Filter Arithmetics

表 1 各种滤波均方根误差(RMS)比较/m

Tab. 1 RMS Error Comparison of Adaptive Filter Arithmetics/m

	经典 Kalman 滤波	状态向量 增广滤波	影响函数 修正滤波	函数模型拟 合滤波	抗差 M-M 滤波	改进的 Sage 滤波	自适应 抗差滤波
RMS (X)	1.242	0.729	0.713	0.694	0.682	0.687	0.629
RMS (Y)	1.507	0.727	0.689	0.639	0.578	0.528	0.571
RMS (Z)	1.574	1.045	1.044	0.960	1.073	0.922	0.886
RMS (P)	2.508	1.467	1.440	1.346	1.397	1.265	1.227

由计算结果可以得出以下结论。

1) 对有色噪声进行控制的各种自适应滤波的精度均明显地优于标准 Kalman 滤波, 尤其是在两处大的状态扰动处, 这表明两处大的状态扰动主要是由有色噪声引起的, 同时也表明各种自适应滤波算法都能较好地控制有色噪声的影响。

2) 在函数模型补偿自适应滤波中, 状态向量增广法没有考虑有色观测噪声的影响, 其效果较差; 影响函数修正滤波虽同时考虑了有色观测噪声和有色状态噪声的影响, 但使用影响函数计算出的有色观测噪声和有色状态噪声影响值之间存在抵偿性, 这会减弱有色噪声修正的效果, 因而其结果要次于函数模型拟合滤波。

3) 在随机模型补偿自适应滤波中, 抗差 M-M 滤波无法控制异常以外的有色噪声的影响, 因而其精度要稍低于改进的 Sage 滤波和自适应抗差滤波; 改进的 Sage 自适应滤波虽能同时由历史信息的简单平均来估计有色噪声的协方差矩阵, 但它无法控制异常的影响, 因而其结果要劣于抗差自适应滤波。

4) 将函数模型补偿滤波与随机模型补偿滤波的计算结果相比较可以发现, 函数模型补偿滤波在整体上要劣于随机模型补偿滤波。原因是, 函数模型补偿法需要将残差作为样本值来估计有色噪声的模型系数, 其精度和可靠性很难保证; 而且, 函数模型补偿滤波无法控制异常的影响。

5) 将各种自适应滤波进行综合比较可知, 利用抗差自适应滤波控制有色噪声的影响效果是最明显的。原因是抗差自适应滤波不仅利用等价权控制了观测异常有色噪声的影响, 而且利用自适应因子控制了状态扰动异常及其他有色噪声的影响。

4 结 论

1) 在动态 GPS 导航定位中, 确实存在有色观测噪声和有色状态噪声, 且其对状态参数估值的影响不容忽视。

2) 使用一阶 AR 模型作为有色噪声的函数模型是比较合理的, 函数模型补偿法的计算结果从实践上证明了这一点。

3) 各种自适应滤波算法在控制有色噪声时侧重点不同, 这使得滤波的精度和可靠性亦不相同。因此, 应依据用户需求和有色噪声的具体特性选择适当的自适应滤波算法来控制有色噪声的影响。

4) 当无法获知有色噪声的准确变化特性时, 应尽可能地使用自适应抗差滤波来同时控制异常及其他有色噪声的影响。

参 考 文 献

- [1] 张金槐, 蔡洪. 飞行器试验统计学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995
- [2] 杨元喜. 多种抗差滤波模型的理论基础及比较[G]. // 陈俊勇. 大地测量论文集(祝贺陈永龄院士90寿辰). 北京: 测绘出版社, 1999
- [3] 杨元喜, 崔先强. 动态定位有色噪声影响函数——以一阶 AR 模型为例[J]. 测绘学报, 2003, 32(1): 6-10
- [4] 崔先强, 樊月波. 有色噪声模型参数改进算法[J]. 测绘学院学报, 2002, 19(3): 174-177, 181
- [5] 崔先强. 动态导航有色噪声的影响与控制[D]. 郑州: 信息工程大学, 2002
- [6] 崔先强. 噪声协方差矩阵加权估计的 Sage 自适应滤波[J]. 测绘科学, 2002, 27(2): 26-30
- [7] 徐天河, 杨元喜. 改进的 Sage 自适应滤波方法[J]. 测绘科学, 2000, 25(3): 22-24
- [8] Yang Yuanxi, Xu Tianhe. An Adaptive Kalman Filter Based on Sage Window Weights and Variance Components [J]. The Journal of Navigation, 2003, 56: 231-240
- [9] 胡国荣, 欧吉坤. 改进的高动态 GPS 定位自适应卡尔曼滤波方法[J]. 测绘学报, 1999, 28(4): 290-294
- [10] Mohamed A H, Schwarz K P. Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS [J]. Journal of Geodesy, 1999, 73: 193-203
- [11] Wang Jinling, Stewart M P, Tsakiri M. Adaptive Kalman Filtering for Integration of GPS with GLO-NASS and INS [C]. IUGG/IAG, Birmingham, 1999
- [12] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京: 八一出版社, 1993
- [13] 杨元喜. 动态系统的抗差 Kalman 滤波[J]. 测绘学院学报, 1997, 14(2): 79-84
- [14] 周江文, 黄幼才, 杨元喜, 等. 抗差最小二乘法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997
- [15] Yang Yuanxi, He Haibo, Xu Guochang. Adaptively Robust Filtering for Kinematic Geodetic Positioning [J]. Journal of Geodesy, 2001, 75: 109-116
- [16] 杨元喜, 何海波, 徐天河. 论动态自适应滤波[J]. 测绘学报, 2001, 30(4): 293-298

第一作者简介: 崔先强, 工程师, 硕士, 现主要从事 GPS 数据处理及其应用研究。

E-mail: cuixianqiang@263.net

Comparison of Adaptive Filter Arithmetics in Controlling Influence of Colored Noises

CUI Xianqiang¹ YANG Yuanxi² GAO Weiguang²

(1 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(2 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: The state vector augmenting filter, influence function correcting filter and functional model fitting filter are all discussed as the frame of functional model compensation filter. And the covariance matrix adaptive estimate filter, robust M-M filter and adaptively robust filter are discussed in the content of stochastic model compensating filter. Based on the theories and models of filters, the advantages and disadvantages of each filter are analyzed, and an example is given.

Key words: colored noises; influence function; Kalman filter; adaptive estimation; kinematic GPS

About the first author: CUI Xianqiang, engineer, master, majors in GPS data processing and application.

E mail: cuixianqiang@263.net

(上接第 686 页)

Quantitative Retrieval of Suspended Solid Concentration in Lake Taihu Based on BP Neural Net

LÜ Heng¹ LI Xinguo^{1,2} CAO Kai¹

(1 Nanjing Institute of Geography and Limnology, CAS, 73 East Beijing Road, Nanjing 210008, China)

(2 Graduate School of Chinese Academy of Sciences, 19A Yuquan Road, Beijing 100049, China)

(3 Department of City and Resource Science, Nanjing University, 22 Hankou Road, Nanjing 210093, China)

Abstract: A two-layer BP neural net model is constructed with four input nodes of TM1, 2, 3, 4 band reflectances, and one output node of suspended solid concentration(SSC) to retrieve SSC of Lake Taihu. The results demonstrated that BP neural net is very fit to quantitatively retrieve water quality of case II water with complex optic characteristic, and has much higher accuracy than the common linear model. A test was made and the results suggest that 13 had relative error (RE) RE of less than 30%, accounting for 81.25% of the total samples.

Key words: BP neural net; suspended solid concentration; Lake Taihu; quantitative retrieval

About the first author: LÜ Heng, Ph. D, assistant professor, majors in remote sensing of environment and GIS applications.

E mail: HengLu@niglas.ac.cn