

多父体杂交演化算法求解约束优化问题

陈子仪¹ 康立山¹

(1 武汉大学计算机学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘要:提出了一种求解约束函数优化问题的新算法。设计了 3 种新的多父体杂交算子, 这 3 种算子都使用了统计信息来决定搜索方向, 使算法具有较高的收敛速度, 同时又具有互补的特性, 使得种群在演化过程中能保持较好的多样性, 不容易陷入局部最优。对常见测试函数的数值实验证实了新方法的有效性、通用性和稳健性, 其性能优于现有的一些演化算法。

关键词:算法; 优化; 算子

中图分类号:TP 301.6

与传统的非线性规划方法相比, 演化算法不需要梯度等信息, 同时它又是一个全局性搜索方法, 陷入局部最优的机会较小。因此, 近年来演化算法等基于自然法则的随机搜索算法^[1-8]在函数优化领域取得的成功引起了人们的普遍关注。其中, 文献[5]、[6]中的算法由于对经典的测试函数集能得到较好的结果, 被认为是求解约束优化问题的较为有效的算法, 常常作为其他算法比较的标准。

传统算法的主要不足在于通用性不够好, 它们往往对某一类问题有效而对另一类问题则效果不佳。另外, 有些算法的参数设置过于复杂, 从而使得算法的性能依赖于一个合适的参数集。但在很多情况下, 参数集的选择本身也是一个难题。演化算法求解约束函数优化问题的关键在于对约束条件进行适当的处理, 同时, 设计出高效通用的遗传算子。对于复杂的非线性约束优化问题, 期望使用单一的遗传算子来适应各种不同类型的问题是不现实的。基于这种考虑, 本文提出了一种求解约束函数优化问题的算法 MMEA。MMEA 设计了 3 种新的多父体杂交算子, 这些算子既具有较强的方向性, 使得算法具有较高的收敛速度, 又具有互补的特性, 使得种群在演化过程中能保持较好的多样性, 不容易陷入局部最优。对常见测试函数的数值实验证实了本文方法的性能优于原有的一些演化算法。

1 算法描述

1.1 约束函数优化问题

对于一个非线性规划问题, 一般可以将其表示如下(不失一般性, 这里只考虑最小值问题, 对于最大值问题, 可以根据对偶性原则将其转化为最小值问题):

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(x) \\ & \quad h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, l \\ & \text{subject to } g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m \\ & \quad X^l \leq x = (x_1, x_2, \dots, x_v) \leq X^u \end{aligned}$$

其中, x 表示一个 v 维的实型向量, 并且在 X^l 到 X^u 之间取值。目标函数、等式约束和不等式约束一般都是非线性函数。

问题的定义域空间记为 $D = \{x | X^l \leq x \leq X^u\}$ 。

1.2 算法流程

- 1) 初始化种群 P ;
- 2) 从 P 中随机选取 M 个点, 从反射算子、压缩算子、扩张算子中随机选择一种多父体杂交算子, 从这 M 个点中通过执行选定的多父体杂交算子生成一个新个体。如果新个体好于群体中的最差个体, 则用新个体取代最差个体。如果满足终止条件, 则转 3), 否则继续执行 2)。
- 3) 输出群体中的最优解作为优化问题的解, 算法终止。

1.3 算法说明

新算法是一种稳态淘汰算法, 每一代只淘汰最差的个体, 从而可以很好地保持种群多样性, 因此不容易陷入局部最优。本文算法使用实数编码方法, 同时设计了 3 个多父体杂交算子, 没有使用变异算子。算法的终止条件是当最好个体和最差个体的适应值相差小于约定的计算精度的时候终止演化。新算法的思想是先搜索整个定义域空间, 找到可行解区域, 然后再在可行解区域搜索, 逐步逼近全局最优。

1.3.1 约束条件的处理

演化算法在处理约束条件时比传统的优化算法更灵活, 常用的方法有惩罚函数法、障碍函数法、算子修正法、可行解搜索法等。本文采用一个简单而有效的处理约束技术:

$$p_j(x) = \begin{cases} 0, & \text{若 } g_j(x) \leq 0 \\ g_j(x), & \text{否则} \end{cases}$$

$$P(x) = \sum_{j=1}^m p_j(x)$$

$$W(X) = P(X) + \sum_{i=1}^l |h_i(X)|$$

这样就可以定义一个二元关系 b_i 如下:

$$b_i(x', x'') = \begin{cases} \text{真, 若 } W(x') < W(x'') \\ \text{假, 若 } W(x') > W(x'') \\ \text{真, 若 } (W(x') = W(x'')) \wedge (f(x') \leq f(x'')) \\ \text{假, 若 } (W(x') = W(x'')) \wedge (f(x') > f(x'')) \end{cases}$$

$b_i(x', x'')$ 为真就表示个体 x' 优于个体 x'' 。这种处理方式其实是惩罚函数法和可行解搜索法的结合, $W(X)$ 包含了对等式约束的惩罚项, b_i 函数是演化的动力, 它使得算法逐渐地在可行解区域内进行搜索。

通过这种方式, MMEA 可以以一种简单有效的方式处理不等式约束和等式约束。

1.3.2 多父体杂交算子

多父体杂交算子指的是在产生后代时, 使用两个以上的父体。在复杂函数优化领域, 相对于两父体杂交算子而言, 多父体杂交算子的适应性更广。目前, 已经有很多种基于实数编码的多父体杂交算子^[10, 11]。虽然多父体杂交算子有一些优点, 但是, 由于可行解区域的复杂性, 期望一种单一的多父体杂交算子能够解决很多不同类型的问题是不现实的。基于这种考虑, 本文使用了 3 种具有互补性质的多父体杂交算子, 如图 1。由于它们搜索的区域不同, 期望使用这样一种算子集可以以更大的概率找到问题的全局最优。

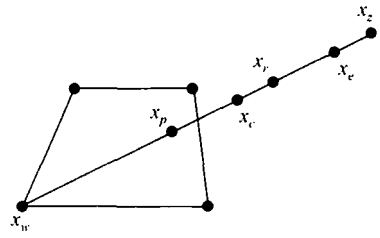


图 1 3 种多父体杂交算子

Fig. 1 Three Multi-Parent Crossover Operators

本文设计的多父体杂交算子是通过多个父体的非线性非凸组合来产生一个新的子个体, 包括反射算子、压缩算子、扩张算子。设计这些算子最初的想法来源于传统优化算法中的单纯形算法。算子产生的流程如下。

- 1) 从种群中随机选择 M 个个体 $x_j, j = 1, 2, \dots, M$;
- 2) 从这 M 个个体中找到一个最差的个体 x_w ;
- 3) 把除去 x_w 后的 $M - 1$ 个个体的质心称为 x_p :

$$x_p = \frac{\sum_{j=1}^M x_j - x_w}{M - 1}$$

- 4) 找到 x_w 相对于 x_p 的反射点 x_r :

$$x_r = 2x_p - x_w$$
 得到的新个体 x_r 的算子叫作反射算子。
- 5) 找到 x_p 相对于 x_r 的反射点 x_z :

$$x_z = 2x_r - x_p$$
- 6) 在 x_p 和 x_r 之间随机取一点, 称为 x_c , 这样得到新个体 x_c 的算子叫作压缩算子;
- 7) 在 x_z 和 x_r 之间随机取一点, 称为 x_e , 这样得到新个体 x_e 的算子叫作扩张算子;
- 8) 通过大量的数值实验表明, M 取 4 是一种较好的选择。

2 数值实验

笔者基于 MMEA 算法开发了软件, 同时对算法做了大量的数值实验。所有的测试函数来自文献[5, 6]。

2.1 典型测试函数集

1) 极小化

$$f_1(x) = (x_1 - 10)^2 + 5(x_2 - 12)^2 + x_3^4 + 3(x_4 - 11)^2 + 10x_5^6 + 7x_6^2 + x_7^4 - 4x_6x_7 - 10x_6 - 8x_7$$

约束条件为:

$$\begin{aligned}
127 - 2x_1^2 - 3x_2^4 - x_3 - 4x_4^2 - 5x_5 &\geq 0 \\
282 - 7x_1 - 3x_2 - 10x_3^2 - x_4 + x_5 &\geq 0 \\
196 - 23x_1 - x_2^2 - 6x_6^2 + 8x_7 &\geq 0 \\
-4x_1^2 - x_2^2 + 3x_1x_2 - 2x_3^2 - 5x_6 + 11x_7 &\geq 0 \\
-10 \leq x_i \leq 10, i = 1, 2, \dots, 7
\end{aligned}$$

2) 极小化

$$f_2(x) = x_1 + x_2 + x_3$$

约束条件为:

$$\begin{aligned}
1 - 0.0025(x_4 + x_6) &\geq 0, \\
1 - 0.0025(x_5 + x_7 - x_4) &\geq 0, \\
1 - 0.01(x_8 - x_5) &\geq 0, x_1x_6 - 833.33252x_4 - \\
100x_1 + 83333.333 &\geq 0 \\
x_2x_7 - 1250x_5 - x_2x_4 + 1250x_4 &\geq 0, x_3x_8 - \\
1250000 - x_3x_5 + 2500x_5 &\geq 0 \\
100 \leq x_1 \leq 10000, 1000 \leq x_i &\leq 10000, \\
i = 2, 3; 10 \leq x_i \leq 1000, i = 4, 5, \dots, 8
\end{aligned}$$

3) 极小化

$$f_3(x) = 3x_1 + 10^{-5}x_1^3 + 2x_2 + 2 \times 10^{-5}/3x_3^3$$

约束条件为:

$$\begin{aligned}
x_4 - x_3 + 0.55 &\geq 0, x_3 - x_4 + 0.55 \geq 0 \\
1000\sin(-x_3 - 0.25) + 1000\sin(-x_4 - 0.25) \\
+ 894.8 - x_1 &= 0 \\
1000\sin(x_3 - 0.25) + 1000\sin(x_3 - x_4 - 0.25) \\
+ 894.8 - x_2 &= 0 \\
1000\sin(x_4 - 0.25) + 1000\sin(x_4 - x_3 - 0.25) \\
+ 1294.8 &= 0
\end{aligned}$$

2.2 参数设置

种群大小为 50, 对每个函数独立地运行了 30 次, 多父体杂交的父体数目 M 设为 4, 计算精度为 10^{-14} .

2.3 结果分析

计算的统计结果如表 1。

表 1 本文算法和文献[5, 6]中的算法结果比较

Tab.1 Comparison of This Algorithm and Algorithms in References [5] and [6]

函数	已知最优解	算法	最好结果	平均结果	最差结果
F_1	680.630	本文	680.630	680.630	680.630
		文献[5]	680.630	680.656	680.763
		文献[6]	680.91	681.16	683.18
F_2	7049.330	本文	7049.248	7049.248	7049.248
		文献[5]	7054.316	7559.192	8835.655
		文献[6]	7147.9	8163.6	9659.3
F_3	5126.498	本文	5126.498	5130.428	5158.834
		文献[5]	5126.497	5128.881	5142.472
		文献[6]	无数据	无数据	无数据

函数都得到了很好的结果。

新算法参数设置很简单, 基本上都是固定的, 这使得算法的性能不依赖于参数的选择, 这一点对于算法的通用性非常重要。

3 结 语

本文提出了一个基于演化计算理论求解约束函数优化问题的新算法。算法首先使用一种通用的方式来处理等式约束和非等式约束, 同时, 算法使用了 3 种具有互补特性的多父体杂交算子, 这些算子既具有较强的方向性, 使得算法具有较高的收敛速度, 又具有互补的特性, 使得种群在演化过程中能保持较好的多样性, 不容易陷入局部最优。对常见测试函数的数值实验证实了新方法的有效性、通用性和稳健性, 其性能优于现有的一些演化算法。

参 考 文 献

[1] Storn R, Price K. Minimizing the Real Functions of the ICEC' 96 Contest by Differential Evolution [C]. IEEE Conf on Evolutionary Computation, Nagoya, 1997

[2] Chiou J P, Wang P S. A Hybrid Method of Differential Evolution with Application to Optimal Control Problems of a Bioprocess System [C]. IEEE Conf on Evolutionary Computation, Anchorage, 1998

[3] Lin Yunchien, Wang Fengshen, Hwang Kaoshing. A Hybrid Method of Evolutionary Algorithms for Mixed-integer Nonlinear Optimization Problems [C]. The 1999 Congress on Evolutionary Computation, Washington D C, 1999

[4] Michalewicz Z, Schoenauer M. Evolutionary Algorithms for Constrained Parameter Optimization Problems [J]. Evolutionary Computation, 1996, 4 (1): 1-32

[5] Runarsson T P, Yao Xin. Stochastic Ranking for Constrained Evolutionary Optimization [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2000, 4(3): 284-294

[6] Koziel S, Michalewicz Z. Evolutionary Algorithms, Homomorphous Mappings and Constrained Parameter Optimization [J]. Evolutionary Computation, 1999, 7(1): 19-44

[7] Deb K. An Efficient Constraint Handling Method for Genetic Algorithms [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 186: 311-338

[8] Efrén Mezura-Montes, Carlos A C. Adding a Di-

从表 1 中可以看出, MMEA 对于上述的测试

- iversity Echanism to a Simple Evolution Strategy to Solve Constrained Optimization Problems[C]. The 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC' 03), Canberra, Australia, 2003
- [9] Deb K, Agrawal R B. Simulated Binary Crossover for Continuous Search Space[J]. Complex Systems, 1995(9): 115-148
- [10] 郭涛, 康立山, 李艳. 一种求解不等式约束下函数优化问题的新算法[J]. 武汉大学学报(自然科学版), 1999(5): 253-257
- [11] Guo Tao, Kang Lishan, Li Yan. A New Evolutionary Algorithm for Function Optimization[J]. Wuhan University Journal of Natural Sciences, 1999 (5): 253-257

第一作者简介: 陈子仪, 博士生, 从事演化计算研究。

E-mail: chen ziyi@263.net

Multi-Parent Crossover Evolutionary Algorithm for Constrained Optimization

CHEN Ziyi¹ KANG Lishan¹

(1 School of Computer Science, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: A new approach (MMEA) is presented to handle constrained function optimization problems using evolutionary algorithms. It designs three novel multi-parent crossover operators which can speedup the constringency dramatically because of their strong direction. Meanwhile, the complementarity among these crossover operators can maintain population diversity, which makes MMEA more likely to find the global optimum than other evolutionary algorithms. The new approach is compared against other evolutionary optimization techniques in several benchmark functions. The results show that the new approach is a general, effective and robust method. Its performance outperforms some other techniques.

Key words: algorithm; optimization; operator

About the first author: CHEN Ziyi, Ph. D candidate, His research interests include evolutionary computation.

E-mail: chen ziyi@263.net

欢迎订阅 2006 年《武汉大学学报·信息科学版》

《武汉大学学报·信息科学版》即原《武汉测绘科技大学学报》,是以测绘为主的专业学术期刊。其办刊宗旨是:立足测绘科学前沿,面向国际测量界,通过发表具有创新性和重大研究价值的测绘理论成果,展示中国测绘研究的最高水平,引导测绘学术研究的方向。本刊为中国中文核心期刊, EI 刊源期刊。是国家优秀科技期刊,并获中国国家期刊奖,入选中国期刊方阵。

本刊主要栏目有院士论坛、学术论文、科技新闻等,内容涉及摄影测量与遥感、大地测量与物理大地测量、工程测量、地图学、图形图像学、地球动力学、地理信息系统、全球定位系统等。收录本刊论文的著名国际检索机构包括 EI、CAS、PY 等,其中 EI 收录率达 100%,其影响因子长期名列中国高校学报前列。本刊读者对象为测绘及相关专业的科研人员、教师、研究生等。

本刊为月刊,国内外公开发行,邮发代号 38-317,国外代号 M01555。A4 开本,96 面,定价 8 元/册,每月 5 日出版。漏订的读者可以与编辑部联系补订。