

# 利用 CHAMP 科学轨道数据和星载 加速度计数据反演地球重力场

周旭华<sup>1</sup> 吴 斌<sup>1</sup> 彭碧波<sup>1</sup> 许厚泽<sup>1</sup>

(1 中国科学院测量与地球物理研究所, 武汉市徐东路 340 号, 430077)

**摘 要:** 基于卫星动力学理论, 采用德国地球科学中心 GFZ 提供的 CHAMP 精密轨道数据和星载加速度计数据, 反演了 36 阶地球重力场模型 CDS01S。用不同模型之间的位系数差比较模型 CDS01S、EIGEN3P、EIGEN1S 及 EGM96, 表明 CDS01S 模型的位系数最接近于 EIGEN3P; 比较上述几种模型的位系数精度, 表明 CDS01S 模型的位系数精度高于 EGM96; 用 CDS01S 和 GGM01C 的前 30 阶位系数分别计算全球  $2^\circ \times 2^\circ$  网格的大地水准面起伏, 两者之间的标准偏差为 4.7 cm。

**关键词:** CHAMP 卫星; 轨道和加速度数据; 地球重力场; 大地水准面

中图法分类号: P223

自 1957 年人造地球卫星升空以来, 卫星重力研究就受到大地测量界广泛关注。早期的地球重力场模型研制主要是利用地面卫星跟踪资料获取地球重力场的长波部分, 利用地面重力观测和卫星测高资料等获取地球重力场的中、短波长部分。近年来, 随着空间技术的发展, 实施专用的重力卫星技术已成为可能。2000 年 7 月德国 GFZ (Geo Forschungs Zentrum) 发射的高低卫星跟踪观测技术卫星 CHAMP (challenging mini satellite payload), 迈出了卫星重力测量的重要一步。2002 年 3 月美国与欧洲联合发射的低低卫星跟踪观测技术卫星 GRACE (gravity recovery and climate experiment), 充分展现了卫星重力测量技术的优越性。CHAMP 和 GRACE 重力卫星主要是用于高精度地球重力场的中、长波测量以及长波的时变测量。

CHAMP 是一颗利用高低跟踪技术确定地球重力场的重力卫星。目前, 国际上利用 CHAMP 资料反演的地球重力场模型很多, 如德国 GFZ 利用卫星动力学方法反演的地球重力场模型 EIGEN-1S<sup>[1]</sup>、EIGEN-2<sup>[2]</sup> 和 EIGEN3P<sup>[3]</sup> 等。如果用大地水准面和重力异常误差描述

EIGEN-2 模型的精度, 则在 500 km 尺度上, 分别小于 10 cm 和 0.5 mGal。GFZ 的动力学法恢复地球重力场, 从理论上讲, 计算过程严密, 计算数据量大, 复杂化程度高, 需要有高质量的计算机硬件条件支持。

利用能量法反演 CHAMP 地球重力场近年来也得到了许多学者的关注, 原因是, 从理论上讲, 能量法不受先验的地球重力场模型约束, 涉及动力学模型少, 能直接提供一个仅与卫星数据有关的地球重力场模型。目前利用能量法得到 CHAMP 地球重力场模型的学者很多, 如 Gerlach<sup>[4]</sup>、Visser<sup>[5]</sup>、徐天河<sup>[6]</sup> 等。与以前的地球重力场模型相比, 无论是用动力学法还是用能量法得到的 CHAMP 地球重力场模型, 都不同程度地改善了长波部分的精度。

我国对军事测绘及地震监测等多方面迫切要求, 发射我国自主的卫星重力系统是发展所需, 目前的中心问题是要完成卫星重力系统的预研工作, 包括预期目标及实施的可行性。为此, 本文针对 CHAMP 高低跟踪观测模式, 编制软件, 处理数据资料, 反演地球重力场。

收稿日期: 2005-11-09。

项目来源: 国家自然科学基金资助项目(40234039); 中国科学院科技创新工程重点资助项目(KJ CX 2-SW-T1, KJ CX 3-SW-132); 国家 863 计划资助项目(2002AA639280)。

# 1 计算原理

假定  $U$  为卫星位置上的引力位, 则其球谐函数表达式为:

$$U = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a_e}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin\theta) \right] \quad (1)$$

其中,  $GM$  为地球引力常数;  $r$  为空间点至地心的距离;  $\theta, \lambda$  分别为空间点的地心纬度和经度;  $a_e$  为地球赤道半径;  $P_{nm}$  为  $n$  阶  $m$  次勒让多项式;  $C_{nm}, S_{nm}$  为  $n$  阶  $m$  次地球引力位系数。

人造地球卫星在惯性系中的加速度为:

$$\ddot{r} = E^T \nabla U + a \quad (2)$$

其中,  $a$  为除地球引力外的其他作用力产生的摄动加速度;  $\nabla$  表示地球引力位的梯度;  $E^T$  为地固系列惯性系的转换矩阵。

在选择一定的力学模型下, 数值积分  $\ddot{r}$  可以得到理论计算值  $r_c$ 。观测位置  $r_0$  和理论计算  $r_c$  是不完全相同的, 即  $\Delta r = r_0 - r_c \neq 0$ , 原因除了观测误差和计算本身误差外, 还有计算  $r_c$  的各种理论模型、重力场及常数等不准确。经线性化可得到下列方程:

$$\Delta r = \sum_{i=1}^N \frac{\partial r}{\partial E_i} \Delta E_i + \frac{\partial r}{\partial \mu} \Delta \mu + \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n \left( \frac{\partial r}{\partial C_{nm}} \Delta C_{nm} + \frac{\partial r}{\partial S_{nm}} \Delta S_{nm} \right) + \frac{\partial r}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon + V \quad (3)$$

其中,  $\mu = GM$ ;  $\Delta E_i, \Delta \mu, \Delta C_{nm}, \Delta S_{nm}$  分别为地球自转参数、引力场参数  $GM$  和引力位系数的改正数;  $\Delta \varepsilon$  为其他参数的改正数;  $V$  为残差。

由于式(3)中的各项改正值相互独立, 利用精密定轨得到的  $r_0$  和理论计算值  $r_c$  之间的差, 可以通过最小二乘法解出地球引力场位系数。式(3)中的偏导数可理论计算出。实际计算中, 通常把  $r$  分解为  $x, y, z$  三个方向来建立方程。

评定地球重力场模型的精度通常是比较位系数的误差或其对应的大地水准面高度误差。假定地球重力场模型的位系数阶为  $n$ , 次为  $m$ , 则位系数误差确定的大地水准面高度的阶方差为:

$$\sigma_{geoid} = a_e \sqrt{\sum_{n=0}^n \alpha_{c_{nm}}^2 + \sum_{m=1}^n \alpha_{s_{nm}}^2} \quad (4)$$

其中,  $\alpha_{c_{nm}}, \alpha_{s_{nm}}$  为位系数误差。

另外, 还可以比较不同地球重力场模型的位系数之差来反映两种模型之间差异, 其位系数差

的阶方差可定义为:

$$\Delta_n = \sqrt{\sum_{i=0}^n \Delta C_{im}^2 + \sum_{m=1}^n \Delta S_{im}^2} \quad (5)$$

其中,  $\Delta C_{nm}, \Delta S_{nm}$  为两种模型之间相应的位系数之差。

# 2 加速度数据标定

根据 CHAMP 数据格式说明, 可按下列公式求得加速度计修正值:

$$a_i = k_i(f_i - b_i) \quad (6)$$

式中,  $i = 1, 2, 3$  分别表示坐标轴  $x, y$  和  $z$  三个方向;  $a_i$  表示修正后的  $i$  方向上的加速度数据;  $f_i, b_i$  和  $k_i$  分别表示第  $i$  个方向上的加速度未修正值(包括洛仑兹力改正量和模型改正量)、偏差参数和尺度因子。

用式(6)得到的加速度计数据是仪器坐标下的结果, 实际采用时要表示在惯性坐标系下, 即要实现加速度数据从仪器坐标系到惯性坐标系的转换, 具体转换过程参见文献[7]。

由于 CHAMP 星载加速度资料是通过信号转换而成的, 存在着仪器漂移问题, 所以其偏差和尺度因子不是固定不变的; 另外, CHAMP 的星载加速度计一个方向出了问题, 会直接影响到测量非保守力的准确性, 从而在反演地球重力场之前, 需要对其重新标定。标定方法是: 首先是利用式(6), 推导出卫星运动状态向量对加速度数据偏差和尺度因子的偏导数, 然后把 GFZ 给出的精密轨道作为已知观测量, 建立观测方程, 用动力法进行标定。图 1 给出了标定加速度数据参数前后的理论计算轨道与 GFZ 给定的 CHAMP 精密轨道之差。

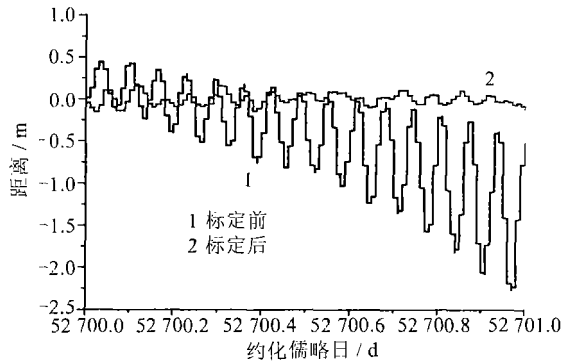


图 1 标定尺度因子和偏差参数前后的残差  
Fig. 1 Residuals of Scale Factor and Bias Parameters Re-calibrated Before and After

从图 1 可以看出, 在标定加速度参数前, 两者轨道之间存在很大的差异。重新标定后, 理论计

算轨道同 GFZ 精密轨道之差的中误差由原来 80 cm 降为 7 cm 左右。可见,重新标校加速度数据的偏差和尺度因子参数是必需的,如果不标定加速度参数,则难以扣除卫星所受的非保守力,造成数据误差增大,反演的地球重力场精度降低。

### 3 地球重力场反演

根据式(3),取 238 d CHAMP 资料,利用卫星动力学方法,把力学模型参数、卫星轨道参数、引力场系数参数等用最小二乘求解,反演了 36 阶 CHAMP 地球重力场模型 CDS01S。

为了了解 CDS01S 模型的精度,本文选择了地球重力场模型 EIGEN3P、EIGEN1S 和 EGM96,并分别用 CDS01S 模型的位系数减去其相应的位系数,得到 36 阶 3 种不同的位系数之差。图 2 给出了 CDS01S 和 EIGEN3P、EGM96 及 EIGEN1S 模型之间位系数差的阶方差。

从图 2 可以看出,CDS01S 的位系数最接近于 EIGEN3P 位系数,同 EGM96 差异最大。对于位系数小于 20 阶的长波部分,模型 EIGEN3P 和 EIGEN1S 的位系数差异不大。

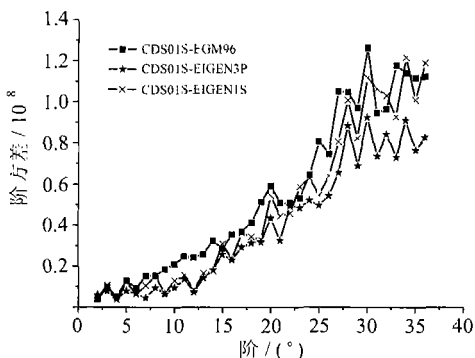


图 2 模型之间位系数差的阶方差

Fig. 2 Degree Variance of Geopotential Coefficients in Different Models

在大地测量中,通常用大地水准面误差来描述地球重力场模型位系数的精度。为此,图 3 给出了 CDS01S 和 EIGEN3P、EGM96 及 EIGEN1S 模型位系数误差对应的大地水准面的阶方差。

从图 3 可以看出,CDS01S 模型的位系数精度优于 EGM96 模型。前 25 阶,CDS01S 模型位系数精度接近于 EIGEN1S; 25 阶以后,优于 EIGEN1S,这可能与 CDS01S 采用 238 d CHAMP 观测资料,而 EIGEN1S 只采用 88 d 资料有关。在 36 阶时,CDS01S 和 EIGEN3P、EGM96 及 EIGEN1S 位系数误差对应的大地水

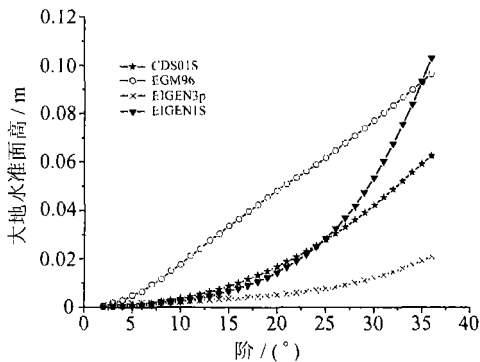


图 3 用大地水准面表示系数的阶方差  
Fig. 3 Degree Error Variance in Geoid

准面阶方差分别大约为 6 cm、2 cm、9 cm、10 cm。

为了更进一步研究 CDS01S 的精度,本文还分别利用 CDS01S 和 GGM01C 前 30 阶位系数计算了全球大地水准面起伏,并求出相应区域两者之差,结果见图 4。

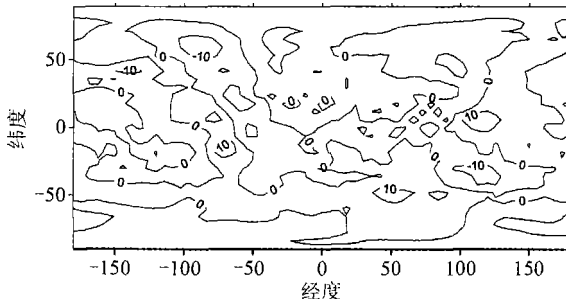


图 4 CDS01S 与 GGM01 的大地水准面差异  
Fig. 4 Geoid Difference Between CDS01S and GGM01

从图 4 可以看出,用地球重力场模型 CDS01S 和 GGM01C 前 30 阶的位系数计算的全全球大地水准面差异不大,大部分区域两者比较接近,最大之差为 45 cm,标准偏差为 4.7 cm,表明两种模型的前 30 阶的位系数比较接近。

### 4 结 语

利用 CHAMP 数据反演地球重力场模型,必须对 CHAMP 卫星的星载加速度计数据的尺度因子和偏差进行标定。比较地球重力场模型 CDS01S、EIGEN3P、EGM96 和 EIGEN1S 模型的前 36 阶,不难看出,CDS01S 的位系数接近于 EIGEN3P 位系数,位系数的精度优于 EGM96 模型位系数,表明利用 CHAMP 卫星资料,可以提高地球重力场模型的长波部分精度。另外,图 4 中关于模型 CDS01S 和 GGM01C 计算的大地水准面起伏差异结果,表明了 CDS01S 模型的前 30

阶系数与 GGM01C 模型的前 30 阶系数无大的差异, 进一步说明其系数的可靠性。

利用 CHAMP 观测数据恢复地球重力场, 从发展我国重力卫星系统角度来说, 具有重要意义, 因为只有这样, 才能评定卫星数据处理、模型建立、软件研制等过程的可靠性。比较当前国际上较通用的能量法和动力法, 不难看出, 利用能量法解算地球重力场的关键问题, 在于如何对星载加速度计数据标定; 采用动力法, 可以较简单地利用卫星轨道数据对加速度数据进行标定, 且解算的地球重力场精度高。另外, 动力法还可以发展为完全动力法, 即同时解算卫星轨道、重力场、加速度常数差、GPS 模糊度、卫星钟差等有关参数, 而且具有解算精度高、稳定性好、系统误差小等优点, 但计算量大, 涉及参数多, 复杂化程度高, 计算速度慢, 需要有高质量的计算机硬件条件支持。

致谢: 感谢德国 GFZ 数据中心提供了 CHAMP 卫星观测数据。

### 参 考 文 献

[1] Reigber C H, Balmino G, Schwintzer P, et al. A High Quality Global Gravity Field Model from CHAMP GPS Tracking Data and Accelerometry (EIGEN-1S) [J]. Geophysical Research Letters, 2002, 29(14): 371-374

- [2] Reigber C H, Schwintzer P, Neumayer K H, et al. The CHAMP-only Earth Gravity Field Model EIGEN-2[J]. Advances in Space Research, 2003, 31(8): 1 883-1 888
- [3] Reigber C H, Jochmann H, Wunsch J, et al. Earth Gravity Field and Seasonal Variability from CHAMP[G]. //Reigber C H. Earth Observation with CHAMP- Results from Three Years in Orbit. Berlin: Springer, 2005
- [4] Gerlach C H, Foldvary L, Svehla D, et al. A CHAMP-only Gravity Field Model from Kinematic Orbits Using the Energy Integral[J]. Geophysical Research Letters, 2003, 30(20): 2 037-2 040
- [5] Visser P, Sneeuw N, Gerlach C. Energy Integral Method for Gravity Field Determination from Satellite Orbit Coordinates [J]. Journal of Geodesy, 2003, 77: 207-216
- [6] 徐天河, 杨元喜. 利用 CHAMP 卫星几何法轨道恢复地球重力场模型[J]. 地球物理学报, 2005, 48(2): 288-293
- [7] 蔡五三, 郑作亚, 冯初刚, 等. 加速仪数据在 CHAMP 卫星精密定轨中的贡献[J]. 天文学报, 2005, 46(1): 46-54

第一作者简介: 周旭华, 副研究员。主要从事空间大地测量和地球动力学研究。

E-mail: zxh@asch.whigg.ac.cn

## Earth's Gravity Field Recovered from CHAMP Science Orbit and Accelerometer Data

ZHOU Xuhua<sup>1</sup> WU Bin<sup>1</sup> PENG Bibo<sup>1</sup> XU Houze<sup>1</sup>

(1 Institute of Geodesy & Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 340 Xudong Road, Wuhan 430077, China)

**Abstract:** The earth's gravity field model CDS01S up to 36 degrees has been recovered from the post processed science orbits and accelerometer data of GFZ's CHAMP satellite. The model that resolves the geoid with an accuracy of better than 4 cm at a resolution of 700 km half-wavelength. By using the degree errors of geopotential coefficients difference to compare the model CDS01S with EIGEN3P, EIGEN1S and EGM96, the result indicates that the CDS01S coefficients are most close to EIGEN3P. Comparing the accuracy of geopotential coefficients in these models, the result indicates the accuracy of coefficients in CDS01S is higher than EGM96. The geoid undulations of CDS01S and GGM01C up to 30 degrees are calculated, the result indicates the standard deviation is 4.7 cm between them.

**Key words:** CHAMP satellite; accelerometer and orbit data; Earth's gravity field; geoid

**About the first author:** ZHOU Xuhua, associate researcher. He is engaged in the researches on space geodesy and geodynamics.

E-mail: zxh@asch.whigg.ac.cn