

# LaCoste& Romberg 航空重力仪的交叉耦合改正

孙中苗<sup>1</sup> 夏哲仁<sup>1</sup> 李迎春<sup>1</sup>

(1 西安测绘研究所, 西安市雁塔路中段1号, 710054)

**摘要:** 基于最小二乘原理, 分别利用地面重力测量数据、交叉点重力异常不符值对 CC(cross-coupling) 监视项系数进行了重新标定, 同时给出了 CC 监视项系数和摆杆尺度因子的联合标定方法。试验结果表明, 采用新系数显著地降低了空中重力异常估值的系统误差, 对于大同航空重力测量, 系统误差从 4.8 mGal 减小至 1.8 mGal。

**关键词:** 航空重力测量; 交叉耦合改正; 航空重力仪; 系统误差

**中图法分类号:** P223.4

LaCoste& Romberg(L&R) 航空重力仪是我国首套航空重力测量系统 CHAGS 的核心部件, 用于测量包含重力场信息在内的比力。重力仪输出的比力是经俗称 5 min 滤波器滤波后的平滑数据, 并有 300 s 的时间延迟<sup>[1]</sup>。在海洋重力测量中, 由于船速慢、波浪运动较为规则, 这些平滑后的数据可以满足所需的精度和分辨率; 但对于航空重力测量, 由于飞机运动速度快、受大气湍流等不确定因素的影响较大, 这些数据难以实用。因此, 需利用重力仪观测到的其他信息重新计算比力, 而交叉耦合改正(简称 CC 改正)是其中的主要计算项之一。

CC 改正通常分为两类<sup>[2]</sup>, 一类是内部固有的, 另一类是因仪器设备的不完善引起的。L&R 航空重力仪的 CC 改正是 5 个称之为 CC 监视项的线性组合<sup>[2]</sup>, 它们在重力仪中均有直接输出。仪器出厂时给出了上述线性关系, 即附带了 5 个 CC 监视项的系数(简称 CC 系数), 这些系数是基于海洋重力测量利用互相关方法标定的<sup>[3]</sup>, 故它们与采集海洋数据时的作业条件密不可分。尽管标定时尽可能地考虑了各种波浪运动和海面变化, 但对于航空应用不一定是最优的。如果直接采用重力仪输出的 CC 改正或采用附带的系数计算 CC 改正, 将在最后的结果中产生较大的系统性误差。为此, 本文采用三种方法对 CC 系数进行了重新标定。

## 1 数据处理模型

航空标量重力测量的基本数学模型为<sup>[4]</sup>:

$$\Delta g = g_b + (f_z - f_z^0) - v_u + \delta a_E + \delta a_H + \delta a_F - \gamma_0 \quad (1)$$

式中,  $\Delta g$  表示测线采样点的重力异常;  $g_b$  为停机坪处的绝对重力值;  $f_z, f_z^0$  为比力及其初值;  $v_u$  为飞机的垂直扰动加速度;  $\delta a_E$  为厄特弗斯改正;  $\delta a_H$  为水平加速度改正;  $\delta a_F$  为空间改正;  $\gamma_0$  为正常重力。各项改正的数学模型及滤波处理方法详见文献[5, 6], 其中, 比力  $f_z$  的计算公式为:

$$f_z = G(S + KB' + CC) \quad (2)$$

式中,  $G$  为将重力计数单位转换成 mGal 的系数;  $S$  为弹簧张力;  $K$  为摆杆尺度因子, 即  $K$  因子;  $B'$  为摆杆的速度;  $CC$  为交叉耦合改正。

L&R 航空重力仪的 CC 改正与其 5 个监视项的线性关系可表示为<sup>[2]</sup>:

$$CC = a_1 \langle z'' \rangle + a_2 \langle y'' z' \rangle + a_3 \langle x'' z'' \rangle + a_4 \langle y'' z'' \rangle + a_5 \langle x'' \rangle^2 z'' \quad (3)$$

式中,  $a_i (i = 1, \dots, 5)$  为 CC 系数,  $x, y, z$  轴分别指向摆杆横向、纵向和垂直方向;  $\langle \rangle$  是取均值符号。

5 个 CC 监视项在重力仪输出中赋予了不同的名字, 即  $\langle z'' \rangle^2 = VE \propto B'^2$ ,  $\langle y'' z' \rangle = VCC \propto f_y \cdot B$ ,  $\langle x'' z'' \rangle = AX \propto f_x \cdot B'$ ,  $\langle y'' z'' \rangle = AL \propto f_y \cdot B'$ ,  $\langle x'' \rangle^2 z'' = AX2 \propto f_x^2 \cdot B'$ 。其中,  $f_x, f_y$  为

平台横向和纵向水平加速度计的观测值; VE、VCC、AX、AL、AX2 分别是 5 个 CC 监视项的名称。由此,可将式(3)进一步表示为:

$$CC = a_1 \cdot VE + a_2 \cdot VCC + a_3 \cdot AX + a_4 \cdot AL + a_5 \cdot AX2 \tag{4}$$

$$或 CC = b_1 \cdot B'^2 + b_2 \cdot f_y B + b_3 \cdot f_x B' + b_4 \cdot f_y B' + b_5 \cdot f_x^2 B' \tag{5}$$

式(4)和式(5)的区别在于采用了不同的原始观测数据,因此,相应的 CC 系数也不同。由于系数  $a_i$  和  $b_i$  的等效性,本文仅讨论系数  $a_i$  的标定。

将式(2)、式(4)代入式(1),整理可得:

$$\Delta g = g_b - f_z^0 - vU + \delta a_E + \delta a_H + \delta a_F - \gamma_0 + G \cdot S + GB' \cdot K + G \cdot (VE \ VCC \ AX \ AL \ AX2) \cdot (a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5)^T \tag{6}$$

## 2 CC系数的标定

### 2.1 外部标定法

如果航空重力测量区域具有较高精度的地面重力测量数据,则利用向上延拓法可以获得每个采样点的空中重力异常参考值。假设采样点  $P_i$  的空中重力异常参考值为  $\Delta g_{P_i}$ ,由式(6)可得:

$$(VE \ VCC \ AX \ AL \ AX2)_{P_i} \cdot (a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5)^T = \Delta g_i \tag{7}$$

式中,

$$\Delta g_i = (\Delta g_{P_i} - g_b + f_z^0 + vU - \delta a_E - \delta a_H - \delta a_F + \gamma_0 - G \cdot S - GB' \cdot K) / G \tag{8}$$

将多个采样点按式(7)组成观测方程,利用最小二乘方法即可解出系数  $a_1 \sim a_5$ 。

### 2.2 内部标定法

在航空重力测量作业区域,往往少有或根本没有地面重力测量数据,因此,一般难以用外部标定法标定 CC 系数。如果航空重力测量的测线呈交叉形状布设(通常要求如此),而且测线之间的交叉点数足够多,可以采用交叉点不符值进行标定,基本方法如下。

假设测线  $i$  与测线  $j$  相交于  $P$  点,由式(6)可得:

$$(\Delta g^P)_i = \delta g_i + G \cdot (VE \ VCC \ AX \ AL \ AX2)_i \cdot (a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5)^T \tag{9}$$

$$(\Delta g^P)_j = \delta g_j + G \cdot (VE \ VCC \ AX \ AL \ AX2)_j \cdot (a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5)^T \tag{10}$$

式中,

$$\delta g = g_b - f_z^0 - vU + \delta a_E + \delta a_H + \delta a_F - \gamma_0 + GS + GB' \cdot K \tag{11}$$

因此,  $P$  点的交叉点不符值  $V_{ij}$  为:

$$V_{ij} = G[(VE)_i - (VE)_j, (VCC)_i - (VCC)_j, (AX)_i - (AX)_j, (AL)_i - (AL)_j, (AX2)_i - (AX2)_j] \cdot [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5]^T + (\delta g_i - \delta g_j) \tag{12}$$

式中,  $V_{ij}$  为测线  $i$  与测线  $j$  于交叉点处的重力异常不符值。

由多个交叉点按式(12)组成观测方程组,利用最小二乘方法,可解得系数  $a_1 \sim a_5$ 。

在上面讨论的外部标定法和内部标定法中,若将  $K$  因子也看成是未知数,只需将式(7)、式(12)作少许修改,即可同时标定出  $K$  因子和 CC 系数(称为联合标定)。

## 3 试验结果与分析

### 3.1 试验概况

试验数据来源于 2002 年进行的大同航空重力测量,测区内已经布测了密集的、高精度的地面重力测量点,利用逆 Poisson 积分公式将其向上延拓至测线高度,可以作为航空重力测量的外部参考(简称为参考值),参考值的精度优于  $2.0 \text{ mGal}^{[6]}$ 。

试验区属中等山区,范围为  $1^\circ 40' \times 2^\circ 00'$ 。测区东部地形起伏较大,最高峰海拔  $2800 \text{ m}$ ,西北部为丘陵区,平均海拔  $1000 \text{ m}$ ,全区最大高差  $2100 \text{ m}$ 。飞行高度上的重力异常变化为  $-50 \sim 80 \text{ mGal}$ 。

测线分两种情况,一种是高飞测线,海拔高度为  $3400 \text{ m}$ ,测线覆盖整个试验区,测线间距  $5'$ ,总计 30 条;另一种是低飞测线,海拔高度为  $2800 \text{ m}$ ,测线分布在试验区西北部,测线间距  $2.5'$ ,总计 20 条。

试验运载平台为安 30 飞机,测量期间的平均飞行速度为  $360 \text{ km/h}$ 。在飞行区域内布设了 5 个 GPS 地面观测站,飞机上安装了 2 个 GPS 动态天线。测量一般于每天的 7:00~ 12:00 进行,期间正值当地风季,飞行条件较为恶劣。

### 3.2 外部标定结果

为利于说明问题,分别用三组数据即全部测线、高飞测线和低飞测线标定出三组 CC 系数,然后用这三组系数按式(6)分别计算全部测线、高飞测线和低飞测线的空中重力异常,经 200 s 的巴特沃思滤波器滤波后<sup>[6]</sup>,与参考值进行比较,以评价 CC 系数的标定效果。应注意到,以高飞测线标定的系数计算低飞测线的交叉耦合(或反之),可视为一种外部检核。

以下将重力仪输出的原始交叉耦合表示为 CC\_R, 用全部测线、高飞测线和低飞测线外部标定的系数计算的 CC 改正分别记为 CC\_A、CC\_H 和 CC\_L, 内部标定结果记为 CC\_C。表 1 第 3~ 6

行列出了采用不同交叉耦合计算的测线重力异常与其参考值之差的统计结果, 图 1 表示了 WE05\_D327、NS46\_D410(测线编号)与参考重力异常的符合情况。

表 1 CC 系数标定结果统计 / mGal

Tab.1 Results Statistics of CG-coefficients by Different Calibration

标定方法	交叉耦合	全部测线		高飞测线		低飞测线	
		差值均值	标准偏差	差值均值	标准偏差	差值均值	标准偏差
外部标定	CC_R	- 4. 78	6. 38	- 4. 75	6. 40	- 4. 84	6. 34
	CC_A	- 1. 85	6. 25	- 1. 81	6. 34	- 1. 92	6. 07
	CC_H	- 1. 91	6. 39	- 1. 89	6. 45	- 1. 95	6. 28
	CC_L	- 1. 52	6. 36	- 1. 43	6. 59	- 1. 69	5. 90
内部标定	CC_C	- 2. 25	6. 34	- 2. 37	6. 33	- 2. 02	6. 34

从表 1 和图 1 可见, 采用新系数计算的结果, 其与参考值之差的平均值约从 4. 8 mGal 减小至 1. 8 mGal, 有约 3 mGal 的降低幅度, 故采用新系数(无论是哪一组)有效地减弱了系统误差的影响。但差值的标准差和采用原始 CC 改正的相应值大致相当, 这是因为标定主要用于消除或减弱系统误差的影响, 而系统误差在标准差中却难以反映出来。

此外, 采用由全部测线数据标定的新系数计算的测线重力异常, 其 148 个交叉点处的重力异常不符值的标准差为 6. 34 mGal, 比采用原始交叉耦合的 6. 63 mGal 小 0. 29 mGal(此处略去统计结果), 即内部精度略有提高。

### 3.3 内部标定结果

不失一般性, 以 30 条高飞测线的 148 个交叉点来标定系数  $a_1 \sim a_5$ 。利用新系数计算的空中重力异常与参考值的比较结果列于表 1 第 7 行。显然, 可以得出与 § 3.2 相类似的结论, 即系统性误差得到了显著降低, 但减弱幅度平均小 0. 5 mGal。

为了更清楚地说明内部标定法的精度, 图 2 以 WE02\_D419 和 NS26\_D419 为例, 对利用外部、内部标定法计算的交叉耦合 CC\_H、CC\_C 和原始交叉耦合 CC\_R 进行了比较, 表明内部标定法与外部标定法的结果非常吻合, 两者互差的标准差小于 0. 5 mGal。

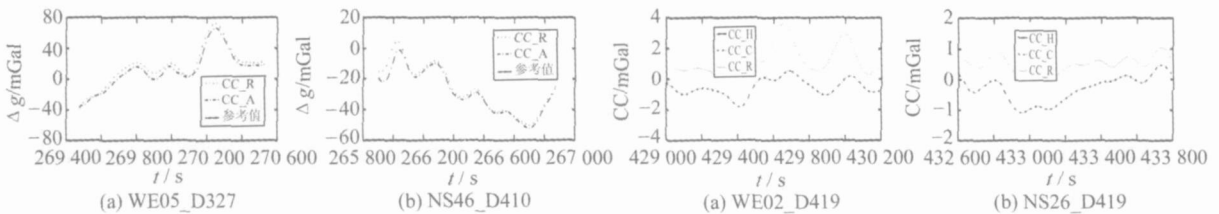


图 1 空中重力异常比较  
Fig. 1 Comparison of Airborne Gravity Anomalies

利用新系数反算的交叉点不符值, 高飞测线的标准差为 6. 21 mGal, 较原先的 6. 63 mGal 减小了 0. 42 mGal; 低飞测线的标准差从 6. 23 mGal 略微降至 6. 18 mGal, 这进一步表明了新系数的合理性。

由于内部标定方法只需在测区内布设一定数目的交叉点, 而不需要任何其他外部信息, 因此, 这种方法较之外部标定法有着更广的应用面和实际应用价值。尽管系统差的减幅降低了约 0. 5 mGal, 但对于约 6 mGal 的精度要求, 这种降低是可以接受的。

### 3.4 与 K 因子的联合标定结果

联合标定结果的精度评价方法与单独标定相

同, 表 2 给出了联合标定的比较结果, 但未给出 K 因子的数值。比较表 1、表 2 可见, 利用联合标定方法, 在系统误差得到显著减弱的同时, 标准偏差比单独标定略有减小。

## 4 结 语

L&R 航空重力仪的 CC 改正是 5 个 CC 监视项的线性组合, 尽管其在重力仪中均有直接输出, 且随仪器附带了各个监视项的系数, 但研究和实践表明, 基于海洋重力测量数据获得的这些系数并不适用于航空重力测量(尤其是 CC 改正变化较大时)。

表2 CC系数的联合标定结果统计/mGal

Tab.2 Results Statistics of CG-coefficients by Integrating Calibration

标定方法	交叉耦合	全部测线		高飞测线		低飞测线	
		差值均值	标准偏差	差值均值	标准偏差	差值均值	标准偏差
联合标定 (外部)	CC_R	- 4.78	6.38	- 4.75	6.40	- 4.84	6.34
	CC_A	- 1.93	6.08	- 1.98	6.07	- 1.84	6.11
	CC_H	- 1.51	6.16	- 1.61	6.07	- 1.33	6.31
联合标定 (内部)	CC_L	- 2.39	6.08	- 2.38	6.21	- 2.41	5.84
	CC_C	- 2.12	6.04	- 2.23	5.95	- 1.91	6.19

## 参 考 文 献

- [1] Instruction Manual of L& R Model "S". AIR-SEA Dynamic Gravity Meter with "Airsea 3.0" Digital Control System [M]. Austin, Texas: LaCoste& Romberg LLC, 1998
- [2] Valliant H D. The LaCoste and Romberg Air/ Sea Gravity Meter: an Overview [M]. 2nd ed. CRC Handbook of Geophysical Exploration at Sea, 1991
- [3] LaCoste L J B. Cross Correlation Method for Evaluating and Correcting Shipboard Gravity Data[J]. Geophysics, 1973, 38: 701-709
- [4] Olesen A V. Improved Airborne Scalar Gravimetry

for Regional Gravity Field Mapping and Geoid Determination[D]. Copenhagen: University of Copenhagen, 2002

- [5] 孙中苗, 夏哲仁, 石磐, 等. 航空重力测量数据的滤波与处理[J]. 地球物理学进展, 2004, 19(1): 119-124
- [6] 孙中苗. 航空重力测量理论、方法及应用研究[D]. 郑州: 信息工程大学, 2004

第一作者简介: 孙中苗, 博士, 研究员。主要从事精密大地水准面的确定以及航空重力测量等领域的研究。

E-mail: sun\_szm@sina.com

## Cross-Coupling Correction for LaCoste& Romberg Airborne Gravimeter

SUN Zhongmiao<sup>1</sup> XIA Zheren<sup>1</sup> LI Yingchun<sup>1</sup>

(1 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** The cross-coupling corrections for the LaCoste& Romberg airborne gravimeter are computed as a linear combination of 5 so-called cross-coupling monitors, the weight factors (coefficients) determined from marine gravity data by factory are obviously not be optimal for airborne application. These coefficients are recalibrated to minimize the difference between airborne data and upward continued surface data (external calibration) and to minimize the errors at line crossings (internal calibration) respectively. An integrating method to simultaneously recalibrate the above-mentioned coefficients and the beam scale factor is also presented. Numerical results show that the systemic errors in the airborne gravity anomalies can be greatly reduced using any of the recalibrated coefficients. For example, the systemic error is reduced from 4.8 mGal to 1.8 mGal in Datong test.

**Key words:** airborne gravimetry; cross-coupling correction; airborne gravimeter; systemic error

**About the first author:** SUN Zhongmiao, Ph. D, research fellow. His major researches include precise geoid determination and airborne gravimetry, etc.

E-mail: sun\_szm@sina.com