

线与线之间的空间拓扑关系组合推理

郭庆胜^{1,2} 刘小利^{1,2} 陈宇箭^{1,2}

(1 武汉大学资源与环境科学学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

(2 武汉大学教育部地理信息系统重点实验室, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘要: 在空间拓扑关系组合描述的基础上, 进一步完善了利用基本空间拓扑关系进行组合推理的方法, 并建立了组合表, 详细绘制了两条线之间的空间拓扑关系图。

关键词: 空间目标; 拓扑关系; 组合表

中图法分类号: P283.1

Egenhofer 等以点集拓扑学理论为基础, 研究了空间拓扑关系的描述和推理^[1,2]; Chen 等在 9 元组的基础上利用 Voronoi 图进一步描述了 9 元组无法区分的空间拓扑关系^[3]; Winter 等分析了在栅格数据与矢量数据中描述空间拓扑关系的差别^[4]; 为了与人类的自然语言相协调, Rashid 等分析了线与面的空间拓扑关系在自然语言中所存在的差别和模糊性^[5]; 为了更详细地描述空间拓扑关系, 郭庆胜^[6] 提出了基于基本空间拓扑关系组合描述的方法, 该方法能较好地描述二维空间目标的拓扑关系。本文进一步完善了线和线之间的空间拓扑关系。

$\}} = \{PL \mid PL = \{P \cap P_1, P \cap P_2, P \cap LR, P \cap RR, P \cap L_0, P \cap ZZ\}\}$, 这些元素的值是 0 或 1, 如 $P \cap P_1 = 0$ (或 1)。点与直线的空间拓扑关系共有 6 种, 具体如下: $PL_1 = \{100000\}$ (点在直线段的一端点上, 图 1(a)); $PL_2 = \{010000\}$ (点在直线段的另一端点上, 图 1(b)); $PL_3 = \{001000\}$ (点在直线段的左邻域, 图 1(c)); $PL_4 = \{000100\}$ (点在直线段的右邻域, 图 1(d)); $PL_5 = \{000010\}$ (点在直线段中, 图 1(e)); $PL_6 = \{000001\}$ (点与直线段共线, 但不在直线段上, 图 1(f)、1(g))。

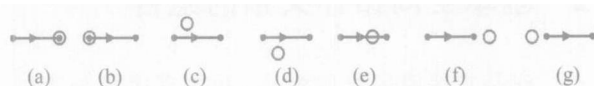


图 1 点与直线段之间的空间拓扑关系

Fig. 1 Topological Spatial Relations Between a Point and a Line Segment

1 基本图形单元的空间拓扑关系

在二维矢量地图空间中, 基本图形单元是点和直线段^[6]。设点为 P , 直线段为 L , 则 L 是端点与中间直线段的集合 $\{N, L_0\}$, 其中 $N = \{P_1, P_2\}$ 为 L 的端点集合; L_0 为 L 的开集。设地图向量空间集合为 R , L 所在的直线集合为 Z , $L \in Z$, $L \in R$, L 所在的直线把平面分为左半平面和右半平面 (或左区域集合 (LR) 和右区域集合 (RR)), L 在 Z 中的补集为 ZZ 。

点与点的空间拓扑关系 PP 是: $PP = \{P_1 \cap P_2 \mid P_1 \cap P_2 = \emptyset (= 0) \text{ (两点相离)}, P_1 \cap P_2 \neq \emptyset (= 1) \text{ (两点重叠)}\}$ 。点与直线段的空间拓扑关系 PL 是: $\{PL \mid PL = \{P \cap \{P_1, P_2, LR, RR, L_0, ZZ\}\}$ 。

设 L_1, L_2 是两条直线段的开集, 两条直线段的基本集合元素分别是 $\{P_{11}, P_{12}, L_1, LR_1, RR_1, ZZ_1\}$ 、 $\{P_{21}, P_{22}, L_2, LR_2, RR_2, ZZ_2\}$, 代码的定义与前文所述类似, 以 L_2 为参考线。两条直线段之间的空间拓扑关系 LL 是两条直线段的基本集合元素之间的组合。理论上, 集合 LL 中应当有 $6 \times 6 = 36$ 个元素, 但考虑多方面的因素后, 只需使用其中的 11 个元素^[6], 即 $LL = \{P_{11} \cap P_{22}, P_{12} \cap P_{22}, P_{11} \cap L_{22}, P_{12} \cap L_{22}, L_{11} \cap L_{22}, P_{11} \cap LR_{22}, P_{11} \cap RR_{22}, P_{11} \cap ZZ_{22}, P_{12} \cap LR_{22}, P_{12} \cap RR_{22}, P_{12} \cap ZZ_{22}\}$ 。

收稿日期: 2005-10-11。

项目来源: 教育部高校青年骨干教师基金资助项目; 地理空间信息工程国家测绘局重点实验室资助项目。

两条直线段之间的空间拓扑关系 LL 共有 14 种^[6], 如图 2 所示, 具体的组合方式如下: ① $LL_1 = \{1001100000\}$, 一 endpoint 重合, 直线段 L_1 (此为 L_1 的闭集的简称, 以下类同) 全部位于直线段 L_2 中, 图 2(a); ② $LL_2 = \{1000000001\}$, 一 endpoint 重合, 直线段 L_1 和 L_2 共线, 并相交于此 endpoint, 图 2(b); ③ $LL_3 = \{10001000001\}$, 一 endpoint 重合, 直线段 L_2 被直线段 L_1 覆盖, 图 2(c); ④ $LL_4 = \{1000000100\}$, 一 endpoint 重合, 且直线段 L_1 和 L_2 相交于此 endpoint, L_1 的另一 endpoint 在直线段 L_2 的左邻域, 图 2(d); ⑤ $LL_5 = \{1000000010\}$, 一 endpoint 重合, 且直线段 L_1 和 L_2 相交于此 endpoint, 另一 endpoint 在直线段 L_2 的右邻域, 图 2(e); ⑥ $LL_6 = \{1100100000\}$, 两直线段完全重合, 图 2(f); ⑦ $LL_7 = \{00101000001\}$, 端点都不重合, 一 endpoint 在直线段 L_2 上, 两直线段共线, 图 2(g); ⑧ LL_8

$= \{00100000100\}$, 端点都不重合, 一 endpoint 在直线段 L_2 上, 两直线段相交于此点, L_1 的另一 endpoint 在直线段 L_2 的左邻域, 图 2(h); ⑨ $LL_9 = \{00100000010\}$, 端点都不重合, 一 endpoint 在直线段 L_2 上, 两直线段相交于此点, L_1 的另一 endpoint 在直线段 L_2 的右邻域, 图 2(i); ⑩ $LL_{10} = \{0011100000\}$, 端点都不重合, 直线段 L_1 全位于直线段 L_2 中, 图 2(j); ⑪ $LL_{11} = \{00001001001\}$, 端点都不重合, 直线段 L_1 覆盖了直线段 L_2 , 图 2(k); ⑫ $LL_{12} = \{00001100010\}$, 端点都不重合, 两直线段相交于非 endpoint, 图 2(l); ⑬ $LL_{13} = \{00000100100\}$, 端点都不重合, 两直线段不共线, 两直线段相离, 图 2(m); 依 endpoint 的位置不同, 还有 7 种组合, 从图 2(n) 至图 2(t); ⑭ $LL_{14} = \{00000001001\}$, 端点都不重合, 两直线段共线, 两直线段相离, 图 2(u)。

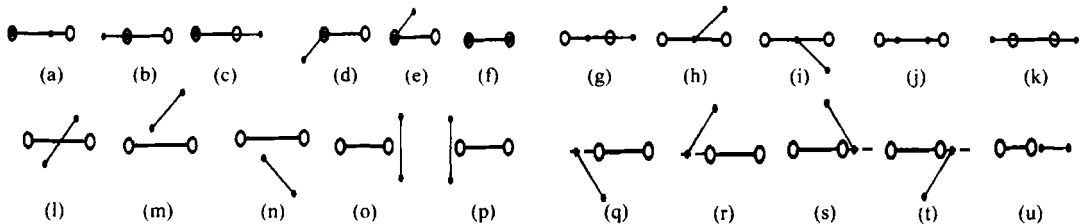


图 2 两条直线段之间的空间拓扑关系

Fig. 2 Topological Spatial Relations Between Two Line Segments

2 基本空间拓扑关系的组合

线是直线段的有序集合, 并按直线段与直线段的空间拓扑关系 LL_2 、 LL_4 和 LL_5 组织。线与线之间的空间拓扑关系可以用其 endpoint 与线之间的空间拓扑关系、两条线的开集之间的空间拓扑关系来组合, 其中线由 endpoint 和其开集组成。

2.1 端点与线之间的空间拓扑关系

端点与线之间的空间拓扑关系可以从分析直线段与直线段之间的空间拓扑关系中得到, 但不考虑 LL_2 、 LL_3 、 LL_7 、 LL_{11} 、 LL_{14} , 那么端点与线的空间拓扑关系有 9 种。设端点与线的空间拓扑关系为 $MLLA$, 则有 $\{ MLLA \mid MLLA = MLL_0, MLL_1, MLL_2, MLL_3, MLL_4, MLL_5, MLL_6, MLL_7, MLL_8 \}$, 集合中的各元素列举如下: ① $MLL_0 = LL_1$, 一 endpoint 重合, 另一 endpoint 在线上, 如图 3(a); ② $MLL_1 = LL_4$, 一 endpoint 重合, 另一 endpoint 在线的左邻域, 如图 3(b); ③ $MLL_2 = LL_5$, 一 endpoint 重合, 另一 endpoint 在线的右邻域, 如图 3(c); ④ $MLL_3 = LL_6$, 两 endpoint 重合, 两条线形成一封闭

曲线, 如图 3(d); ⑤ $MLL_4 = LL_8$, 端点都不重合, 一 endpoint 在线上, 另一 endpoint 在线的左邻域, 如图 3(e); ⑥ $MLL_5 = LL_9$, 端点都不重合, 一 endpoint 在线上, 另一 endpoint 在线的右邻域, 如图 3(f); ⑦ $MLL_6 = LL_{10}$, 端点都不重合, 两 endpoint 在线上, 如图 3(g); ⑧ $MLL_7 = LL_{12}$, 端点都不重合, 一 endpoint 在线的左邻域, 另一 endpoint 在线的右邻域, 如图 3(h); ⑨ $MLL_8 = LL_{13}$, 端点都不重合, 两 endpoint 都在线的左邻域或右邻域(表示线相离的一类), 如图 3(i)、3(j)。

2.2 两条线的开集之间的空间拓扑关系

两条线的开集之间的空间拓扑关系可以用两条直线段之间的空间拓扑关系的组合来描述, 为此, 必须先分析直线段与直线段之间的空间拓扑关系在语义上的等价性。分类如下: ① LL_1 、 LL_3 、 LL_6 、 LL_7 、 LL_{10} 和 LL_{11} 都表示两直线段有重叠, 设为 ML_1 ; ② LL_{13} 和 LL_{14} 表示两直线段相离, 设为 ML_2 ; ③ LL_4 、 LL_5 、 LL_8 、 LL_9 表示一直线段的一 endpoint 交于另一直线段上(或其一 endpoint), 另一 endpoint 位于左邻域或线的右邻域, 分别设为 ML_3 和 ML_4 (因不考虑共线性, LL_2 不予考虑);

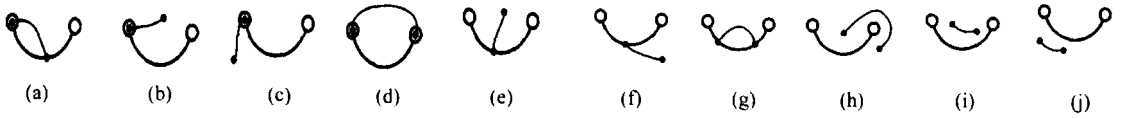


图 3 端点与线之间的空间拓扑关系

Fig. 3 Topological Spatial Relations Between Two Nodes of a Line and Another Line

④ LL_{12} 表示两直线段交于中间, 设为 ML_5 , 会出现几种相交情况, 见图 4。

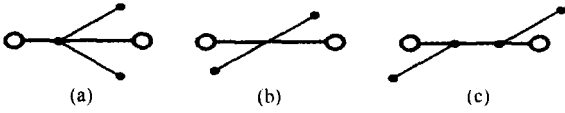


图 4 两直线段交于中间

Fig. 4 Two Line Segments Intersect in the Middle

按照两条直线段之间的空间拓扑关系在语义上的独立性, 得到的两条线的开集之间的基本空间拓扑关系如下: ① 重叠, ML_1 成立, 组合情况见图 5; ② 相切, 相邻两直线段同时与参考线有 ML_3 或 ML_4 成立; ③ 相交, 相邻两直线段分别与参考线有 ML_3 、 ML_4 、 ML_5 成立; ④ 相离, ML_2 成立。设其分别为 MLL_9 、 MLL_{10} 、 MLL_{11} 、 MLL_{12} , 则线与线的开集的空间关系为 $MLLB$, 即 $\{MLLB | MLLB = MLL_9, MLL_{10}, MLL_{11}, MLL_{12}\}$, 各元素的值为 0 或 1, 在理论上有 16 种可能的组合。

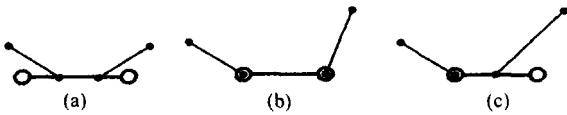


图 5 两直线段有重叠

Fig. 5 Two Line Segments Overlap

2.3 两条线之间的空间拓扑关系

从上述分析可知, 线与线之间的空间拓扑关系可描述为 $\{MLLA, MLLB\}$ 。在 $MLLB = \{MLL_9, MLL_{10}, MLL_{11}, MLL_{12}\}$ 中, 当 $MLL_{12} = 1$ 时, $MLLB$ 只能为 $\{0001\}$, 否则包含相离的组合, 无实际意义, 且只同 MLL_7 、 MLL_8 有关联, 所以 $MLLB$ 的组合可忽略 7 个, 此时, $MLLA$ 与 $MLLB$ 的组合有 9 种(不考虑方向性, 只有 7

种), 如 $\{MLL_7, MLLB\} = \{\{00001100010\}, \{0001\}\}$ 。当 $MLL_{12} = 0$ 时, $\{0000\}$ 不成立, 剩 7 种组合, $MLLA$ 与 $MLLB$ 的组合有 $7 \times 9 = 63$ 种, 因此, 两条线之间的空间拓扑关系共有 $9 + 63 = 72$ 种。当不考虑线的邻域的左右关系时, LL_4 和 LL_5 可合并, LL_8 和 LL_9 可合并, 那么线与线之间的空间拓扑关系有 $7 + 7 \times 7 = 56$ 种。若考虑线的方向性, 其关系就更多; 若考虑线的直线段的有序性和基本线状要素空间拓扑关系组合的任意性, 线与线之间的空间拓扑关系就有无穷种。

线与线之间的空间拓扑关系组合推理见表 1, 与表相对应的空间拓扑关系见图 6。

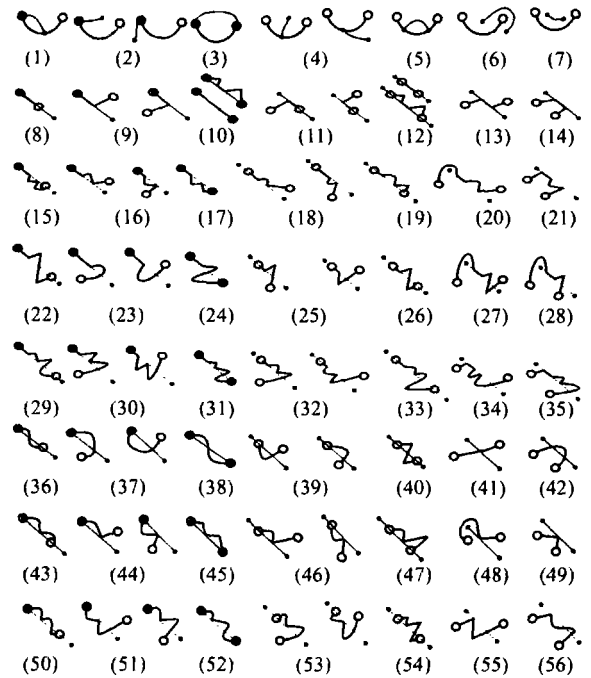


图 6 线与线之间的空间拓扑关系

Fig. 6 Topological Spatial Relations Between Two Lines

表 1 线与线之间的空间拓扑关系组合推理表

Tab. 1 Combinational Reasoning Table of Topological Spatial Relations Between Two Lines

线的开集之间的基本空间关系				端点与线之间的空间拓扑关系								
MLL_9 重叠	MLL_{10} 相切	MLL_{11} 相交	MLL_{12} 相离	MLL_0	MLL_1	MLL_2	MLL_3	MLL_4	MLL_5	MLL_6	MLL_7	MLL_8
0	0	0	1	1	2	(2)	3	4	(4)	5	6	7
1	0	0	0	8	9	(9)	10	11	(11)	12	13	14
1	0	1	0	15	16	(16)	17	18	(18)	19	20	21
1	1	0	0	22	23	(23)	24	25	(25)	26	27	28
1	1	1	0	29	30	(30)	31	32	(32)	33	34	35
0	0	1	0	36	37	(37)	38	39	(39)	40	41	42
0	1	0	0	43	44	(44)	45	46	(46)	47	48	49
0	1	1	0	50	51	(51)	52	53	(53)	54	55	56

3 结 语

本文所采用的方法在空间拓扑关系的描述上明显比当前国内外现有的方法更能精细区分和定义地图上两条简单线之间的空间拓扑关系。根据空间拓扑关系图和推理表,可直接进行空间拓扑关系的查询和判断,在二维矢量空间数据处理上具有良好的可操作性。从空间抽象的角度来看,只有充分区分空间拓扑关系后,才能进一步描述空间拓扑关系的抽象问题,为空间拓扑关系的定性和定量研究,以及多尺度(粒度)数据库和多重表达的拓扑关系一致性(或等价性、相似性)评价提供更好的理论基础。

参 考 文 献

- [1] Egenhofer M J, Franzosa R D. Point-Set Topological Spatial Relations[J]. *Int. Journal of GIS*, 1991, 5(2): 164-176
- [2] Egenhofer M J, Sharma J, David M M. A Critical Comparison of the 4-intersection and 9-intersection

Models for Spatial Relations: Formal Analysis[J].

Aut. Carto, 1993(11): 1-11

- [3] Chen Jun, Li Chengming, Li Zhilin, et al. A Voronoi-based 9-intersection Model for Spatial Relations[J]. *Int. Journal of GIS*, 2001, 15(3): 201-220
- [4] Winter S, Frank A U. Topology in Raster and Vector Representation[J]. *GeoInformatica*, 2000, 4(1): 35-65
- [5] Rashid A, Shariff B M, Egenhofer M J, et al. Natural Language Spatial Relations Between Linear and Areal Objects: The Topology and Metric of English Language Terms[J]. *Int. Journal of GIS*, 1998, 12(3): 215-245
- [6] Guo Qingsheng. Combinatorial Representation of Spatial Relationships on 2D Vector Map[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2000, 29(2): 154-161

第一作者简介: 郭庆胜, 教授, 博士, 博士生导师。主要从事地图制图综合、地理信息智能化处理与可视化研究。

E-mail: guoqingsheng@yahoo.com

Combinational Reasoning of Topological Spatial Relations Between Two Lines

GUO Qingsheng^{1,2} LIUXiaoli^{1,2} CHEN Yujian^{1,2}

(1 School of Resource and Environment Science, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(2 Key Laboratory of Geographic Information System, Ministry of Education, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: Based on the combinational representation of topological spatial relations, the method of combinational reasoning with the basic topological spatial relationships is further perfected in this paper. A sound reasoning table about topological spatial relations is given, and a complete series of diagrams on the topological spatial relations between two lines is drawn.

Key words: spatial object; topological relation; combinational table

About the first author: GUO Qingsheng, professor, Ph. D, Ph. D supervisor, engaged in the research on cartographic generalization, intelligent handling and visualization of geographical information.

E-mail: guoqingsheng@yahoo.com