

# 经纬度坐标与 QTM 编码的三向互化算法及其精度评价标准

童晓冲<sup>1</sup> 张永生<sup>1</sup> 贲进<sup>1</sup>

(1 信息工程大学测绘学院, 郑州市陇海中路 66 号, 450052)

**摘要:**在总结现有的经纬度和 QTM 编码转换算法的基础上,提出了基于辅助地心坐标系的经纬度坐标与 QTM 编码的三向互化算法,算法以三向地理格网坐标系为出发点,从三个方向递归逼近 QTM 地址码。同时,提出了 QTM 编码精度的评价标准——转化误码率。实验证明,三向互化算法在保证速度和绝对精度的情况下,等积转换误码率为 0。

**关键词:**QTM; 三向互化算法; 转化误码率; 三向地理格网坐标

**中图法分类号:**P226.3

在传统的测绘理论与实践,表示可量测地理信息的媒介(如地形图)通常是以平面为基础的,随着新的数据获取方式和用户需求的变化,这样的表示形式已逐渐显示出其局限性。在航天遥感技术的推动下,大面积的影像获取成为可能,这使得建立全球意义上的地理信息系统变得更加现实<sup>[1]</sup>。当从传统的测绘学向新的全球范围的 GIS 迈进时,由于地球球面的特殊性,首先需要解决坐标的表示问题<sup>[2,4]</sup>。为了解决全球空间信息大数据量的转换工作,本文提出了一种新的坐标转换算法——三向互化算法,这种算法在速度和精度上都得到了相应的保证。

## 1 经纬度坐标与 QTM 编码的三向互化算法

### 1.1 QTM 的定义<sup>[5]</sup>和新坐标系的建立

球面四元三角网 QTM 是目前研究全球海量数据管理的有效方法之一。本文采用球体内切正多面体分割的方法<sup>[5]</sup>,多面体的边投影到球面作为大圆弧段形成球面多边形,覆盖整个球面;采用内切正八面体作为球面分割的基础,通过正八面体的分割,将球面分成八个球面三角形,对球面三角形按照不同的坐标精度进行细化,每一个小的球面三角形在不同程度上都有大小与形状上的变

化。本文采用经纬度平分法<sup>[2,3]</sup>。

在每一个顶层球面三角形的基础上建立新的坐标系统,由于新坐标系拥有三个坐标轴,因此称为三向地理格网坐标系。该坐标系是建立在球面上的二维坐标系统,由于球面三角形表达的困难,图 1 采用的是平面三角形的示意表示方法,图 1(a) 显示的是正向三角形的三向地理格网坐标系,图 1(b) 是倒向三角形的三向地理格网坐标系,坐标系的刻度值按垂直于三个坐标轴的行进行划分,每一行三角形记作一个刻度,分别取正整数 1, 2, 3, ...;  $O_I$ 、 $O_J$ 、 $O_K$  分别表示三向坐标系的原点,  $I$ 、 $J$ 、 $K$  分别表示三轴。

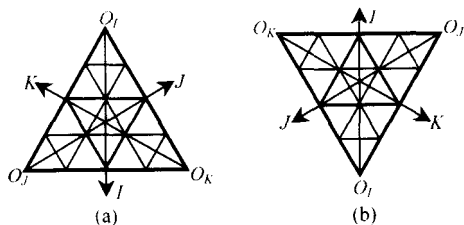


图 1 三向地理格网坐标系示意图

Fig. 1 Three Orientation Geographic Grid Coordination

在 QTM 层次数据结构中,点的剖分由剖分三角形的中心点确定。点的精度是随着剖分层次的增加而增加的。一个点的 QTM 坐标编码是由一系列的编码数组成的,除了顶层的基础码  $a_0$  由

0~7 的八分数表示外,其余的  $a_i (i=1, 2, 3, \dots)$  都由 0~3 之间的四分数来表示,任意一个球面三角形  $T$  的 QTM 编码用  $T = a_0 a_1 a_2 a_3 \dots a_n$  表示。

由于采用八面体平分球面的剖分方法,所以地球表面被平均剖分成 8 个球面三角形,  $a_0$  用 0~7 的 8 个数字表达每个三角形面的地址码。QTM 的编码顺序及任意球面三角形  $a, b$  的定义见文献[2]。这样,任意一个经纬度坐标就和一个 QTM 编码坐标一一对应,所以, QTM 格网编码就可以构成一个新的全球地理坐标系。

### 1.2 经纬度坐标向地址码的转换

1) 计算出三向格网坐标系中每一个方向上满足分辨率(剖分层次为  $N$ )要求的格网的最大数目,即坐标上限分别为  $I_m, J_m$  和  $K_m$ 。假设满足分辨率要求的格网层次数为  $N$ ,则有:

$$I_m = J_m = K_m = 2^N \quad (1)$$

2) 确定经纬度坐标  $(\lambda, \phi)$  在三向地理格网坐标系中的坐标  $(i, j, k)$ , 建立新的坐标转换系统(如图 2 所示),其中,曲面  $O_I O_J O_K$  表示球面剖分第 0 层中  $a_0 = 0$  的球面三角形,并在此基础上示意性地进行两层剖分;  $O_I-I, O_J-J$  和  $O_K-K$  表示球面上的三向地理坐标,对应于图 1(a)中的平面示意图;  $O-XYZ$  表示辅助地心坐标系( $O$  为地心,  $OZ$  指向北极,  $OX$  指向赤道与本初子午线的交点,  $OY$  指向赤道与  $90^\circ$  子午线的交点)。

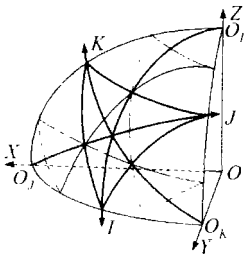


图 2 经纬度与三向地理格网坐标系的转换

Fig.2 Translation Between Long./ Lat. Coordination and Three Orientation Geographic Grid Coordination

假设地球的半径为 1,通过辅助地心坐标系转化为三向地理格网坐标系,有:

$$i = \left\lceil \frac{(90^\circ - \phi) \times I_m}{90^\circ} \right\rceil + 1 \quad (2)$$

$$j = \left\lceil \frac{\arccos(\cos \phi \times \cos \lambda) \times I_m}{90^\circ} \right\rceil + 1 \quad (3)$$

$$k = \left\lceil \frac{\arccos(\cos \phi \times \sin \lambda) \times I_m}{90^\circ} \right\rceil + 1 \quad (4)$$

式中,  $\lceil \cdot \rceil$  为高斯符号向 0 取整。

3) 根据所求得的三向地理格网坐标  $(i, j, k)$ , 分层次递归逼近实际的层次地址编码。

设剖分第 0 层中  $a_0 = 0$  的球面三角形上的一点  $M$  的三向格网坐标为  $(i, j, k)$ , 剖分层次为  $N$ , 计算  $M$  对应的 QTM 地址编码,具体算法如下。

1) 计算点  $M$  在第  $n$  层 ( $1 \leq n \leq N$ ) 剖分格网上的地址码  $(i_n, j_n, k_n)$ : 当  $i_n > 2^{N-n}$  且  $j_n, k_n > 2^{N-n}$  时,  $a_n = 0$ ; 当  $i_n \leq 2^{N-n}$  且  $j_n, k_n > 2^{N-n}$  时,  $a_n = 1$ ; 当  $i_n > 2^{N-n}$  且  $j_n \leq 2^{N-n}, k_n > 2^{N-n}$  时, 当三角形面的类型为  $a$  时,  $a_n = 2$ ; 当三角形面的类型为  $b$  时,  $a_n = 3$ ; 当  $i_n > 2^{N-n}$  且  $j_n > 2^{N-n}, k_n \leq 2^{N-n}$  时, 当三角形面的类型为  $a$  时,  $a_n = 3$ ; 当三角形面的类型为  $b$  时,  $a_n = 2$ 。

2) 确定点  $M$  在第  $n+1$  层三角形格网中的三向地理格网新坐标  $(i_{n+1}, j_{n+1}, k_{n+1})$ , 按照第  $n$  层的编码也可分成 4 种情况。

3) 计算出  $(i_{n+1}, j_{n+1}, k_{n+1})$  后, 递归调用步骤 1), 计算出第  $n+1$  层的编码值  $a_{n+1}$ , 令  $n = n+1$ , 再调用步骤 2), 当  $n > N$  时, 程序停止, 第  $N$  层 QTM 剖分层次上  $M$  点的地址码为  $(i_N, j_N, k_N)$ 。

每一层的编码值按照相同的顺序,即中上下左右,因此,地址码具有严格的方向性。

### 1.3 地址码向经纬度坐标的转换

当地址码描述的球面剖分为  $N$  层, 建立剖分层次为  $n (1 \leq n \leq N)$  时, 球面点  $M$  所在的最小三角形面的每个角点的经纬度坐标的排列方式也分成上三角形面  $a$  和下三角形面  $b$  两种情况, 如图 3。

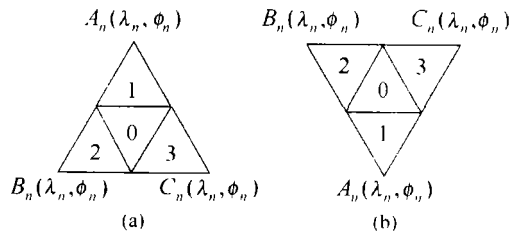


图 3 第  $n$  层的球面三角形三个角点坐标

Fig.3 Three Vertex Coordinations of the  $n$ th Hierarchical Spherical Triangle

同样采用递归方式确定第  $n$  层  $M$  点所在的最小三角面的三个角点的经纬度。

1) 为运算起见,假设点  $M$  在  $a_0 = 0$  的球面三角形面中, 在  $n = 1$  时, 角点的经纬度坐标  $(\lambda, \phi)$  分别为  $A_1(0^\circ, 90^\circ)$ 、 $B_1(0^\circ, 0^\circ)$  和  $C_1(90^\circ, 0^\circ)$ , 由于第 1 层满足类型  $a$ , 所以有: 当  $a_1 = 0$  时,  $\lambda(A) = 45^\circ, \phi(A) = 0^\circ, \lambda(B) = 0^\circ, \phi(B) = 45^\circ, \lambda(C) = 90^\circ, \phi(C) = 45^\circ$ ; 当  $a_1 = 1$  时,  $\lambda(A) = 0^\circ$ , 其他同。当  $a_1 = 2$  时,  $\lambda(A) = 0^\circ, \phi(A) = 45^\circ, \lambda(B) = 0^\circ, \phi(B) = 0^\circ, \lambda(C) = 45^\circ, \phi(C) = 0^\circ$ 。

当  $a_1 = 3$  时,  $\lambda(A) = 90^\circ$ ,  $\phi_2(A) = 45^\circ$ ,  $\lambda(B) = 45^\circ$ ,  $\phi_2(B) = 0^\circ$ ,  $\lambda_2(C) = 90^\circ$ ,  $\phi_2(C) = 0^\circ$ 。

2) 当递归层次  $n > 1$  时, 同样有 4 种情况。还有一种特殊情况, 即当  $a_1 a_2 a_3 \dots a_m a_{m+1} \dots a_N = 111 \dots 1 a_{m+1} \dots a_N$ , 且  $a_{m+1} \neq 1$  时, 所有当  $n \leq m$  的层次情况下计算  $\lambda_{n+1}(C)$  时, 取  $\lambda(A) = 90^\circ$ 。

3) 计算出第  $n+1$  层  $A_{n+1}$ 、 $B_{n+1}$ 、 $C_{n+1}$  的经纬度后, 令  $n = n+1$ , 递归调用第 2) 步, 计算出下一层次的三个角点的经纬度坐标, 直到满足  $n > N$  时, 递归停止, 计算  $M$  点在第  $N$  层剖分三角形格网内的经纬度坐标  $(\lambda, \phi)$  为:

$$\begin{cases} \lambda = (\lambda(A) + \lambda(B) + \lambda(C))/3 \\ \phi = (\phi(A) + \phi(B) + \phi(C))/3 \end{cases} \quad (5)$$

## 2 精度评判标准

通过对 ZOT (zenithal ortho triangular) 算法<sup>[3]</sup>、ETP (equat triangles) 算法<sup>[4]</sup> 以及快速转换算法<sup>[2]</sup> 的分析发现, 它们评价 QTM 编码精度的标准是转化以后的绝对精度, 就是认为转化到 QTM 编码以后, 再将其转化回经纬度坐标, 如果坐标点的绝对位置差异小于最小的剖分格网的大小, 则算法满足精度需要。但上面提到的只是坐标精度的一个方面, 从传统的精度标准来衡量 QTM 编码的精度是不够的, 因为实际的转换过程是将数字转化为编码。QTM 是一个金字塔状的层次结构, 这对于瓦片数据的管理是非常方便的, 但即使两个底层的球面三角形相邻, 也可能由于父层次的不同而编码相差极大。图 4 显示了一个典型相邻底层的球面三角形, 按照前文所述的 QTM 编码规则,  $T_1$  和  $T_2$  的编码分别为  $T_1 = 0233$ ,  $T_2 = 0011$ 。可见, 它们的编码相差甚大。

两者较大的差异增加了后续工作中基于 QTM 编码的 GIS 分析的困难性。

基于上述观点, 本文提出了新的精度评判标准——转换误码率, 即所有满足精度的坐标点进

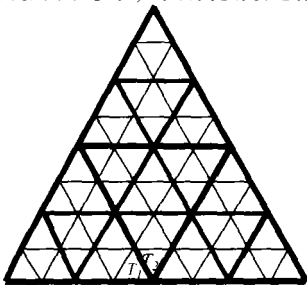


图 4 典型的相邻底层球面三角形

行编码时出错的百分率。这样在保证精度的前提下(保证绝对精度), 尽可能地降低误码概率。转换误码率实际上是一个几何概率问题, 即将会产生误码区的面积除以整个需要编码的区域, 公式为  $P = (S_w/S_0) \times 100\%$ , 其中,  $S_w$  为将会产生误码区的面积,  $S_0$  为整个需要编码的区域。但实际情况是, 球面三角形并不是规则的三角形, 采用各种不同规则划分的 QTM 区域有着不同的大小和形状, 因此, 整个误码区的面积很难计算。进一步引入等积转换误码率的概念  $P_T$ :

$$P_T = (S_{wr}/S_{or}) \times 100\% \quad (6)$$

即认为球面上每个三角形面的面积相等, 其理论依据见文献[6], 以此为基础计算转换误码率。以文献[2]的快速转换算法为例, 设 QTM 层数为  $N$ , 则有:

$$P_T = \left( \sum_{n=1}^{2^N} (n-1) / \sum_{n=1}^{2^N} (2n-1) \right) \times 100\% \quad (7)$$

以  $N \in [0, 30]$  为例<sup>[2]</sup>, 其中最大的等积转换误码率  $P_T$  为 49.999 999 994 179 2%, 所以仅以绝对精度评价 QTM 编码会造成误码率的大幅度上升, 直接增加了后期基于 QTM 的全球范围内 GIS 分析的困难程度。

相反, 本文提出的三向互化算法在经纬度平分法剖分的基础上, 间接使用了辅助地心坐标系到三向地理格网坐标之间的转换, 精确得到了每个 QTM 网格的三向地理格网坐标, 降低了转换的误码率, 最大的等积转换误码率  $P_T = 0$ 。由于采用经纬度剖分 QTM 的三角形瓦片的大小差异比较小, 能够保持近似均匀的特征<sup>[6]</sup>, 所以由它带来的两种误码率的差异较小, 并且对所有的转化算法都有影响, 加之实际转换误码率的求取十分复杂, 因此在比较时, 采用等积转换误码率来代替实际转化误码率。

## 3 实验结果及分析

为了检验本文提出的三向互化算法, 本文选择了一幅 100 万个点的 DEM 数据作为实验数据, QTM 层数选择 21 层, 满足 1:1 万的比例尺测图要求, 分别用 ZOT、ETP、快速转换算法和三向互化算法进行经纬度与地址码互化结果的比较, 机器配置为: P 1.5 GHz, 内存 512 MB, 比较结果如表 1 所示。

从表 1 可以看出, 由于 ETP 算法采用了较复杂的求幂和无理算术操作, 效率较低; ZOT 算法虽然速度快, 但生成的 QTM 坐标在方向上没有

表1 四种不同算法的比较

Tab.1 Comparison of Four Different Algorithms

	经纬度 QTM 编码			QTM 编码 经纬度	
	转换速度/s	绝对精度	等积误差率	转换速度/s	绝对精度
ZOT 算法	12.61	1个格网内	-	10.86	1个格网内
ETP 算法	112.26	1个格网内	-	63.14	1个格网内
快速转换算法	6.80	1.5个格网内	49.99%	11.04	1个格网内
三向互化算法	10.75	1个格网内	0%	10.97	1个格网内

保证;而速度和方向性都有较好表现的快速转换算法在等积误差率的表现上比较高;本文提出的三向互化算法,其速度介于快速转换算法与ZOT算法之间,并且在QTM编码的方向性顺序上优于ZOT算法,在误差率方面明显要低于快速转换算法。综上分析,选择三向互化算法进行大范围大数据量的坐标转换计算具有显著的优势。

需要指出的是,如果待转换的不是经纬度坐标和QTM编码,而是UTM坐标(地心坐标系)与QTM编码,转换的速度会进一步加快,实际上也就是减少了向辅助地心坐标系转换的时间,提高了转换效率。

### 参 考 文 献

- [1] 王玉玮. 误差理论有限分布论、摄影遥感测量合片理论与DS数字地球设想[M]. 西安: 西安地图出版社, 2003: 257-276
- [2] 赵学胜, 陈军. QTM地址码与经纬度坐标的快速转

换算法[J]. 测绘学报, 2003, 32(3): 272-277

- [3] Dutton G. Encoding and Handling Geospatial Data with Hierarchical Triangular Meshes[C]. The 7th International Symposium on Spatial Data Handling, Netherlands, 1996
- [4] Goodchild M, Yang S. A Hierarchical Data Structure for Global Geographic Information Systems[J]. VGI, 1992, 54(1): 31-244
- [5] White D, Kimmerl I N G J, Overton W. Carto2 Graphic and Geometric Components of a Global Sam2 Pling Design for Environment Monitoring[J]. CaGIS, 1992, 19(1): 5-222
- [6] 赵学胜, 陈军, 王金庄. 基于O-QTM的球面Voronoi图的生成算法[J]. 测绘学报, 2002, 31(2): 158-163

第一作者简介: 童晓冲, 硕士生。主要研究方向为图像处理、全球离散网格等。

E-mail: txchr@yahoo.com.cn

## Three Orientation Translating Algorithm of Long./Lat. Coordination and QTM Code Along with Its Criterion Judge of Precision

TONG Xiaochong<sup>1</sup> ZHANG Yongsheng<sup>1</sup> BEN Jin<sup>1</sup>

(1 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract:** Based on summed up the current algorithm between long./lat. coordination and QTM code, a new algorithm called three orientation translating algorithm based on assistant geocentric rectangular coordinate that is used to translating algorithm between long./lat. coordination and QTM code is presented. At the same time, in order to compare with the differences among the algorithms, a new criterion judge of precision—invert error rate. The result indicated that three orientation translating algorithm not only has good rate and absolute accuracy, but also the orthometric invert error rate is 0.

**Key words:** QTM; three orientation translating algorithm; invert error rate; three orientation geographic grid coordination