

一种新颖的小波系数分类算法在 图像无损编码中的应用

李吉星¹ 王文俊¹

(1 武汉大学电子信息学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘要: 提出了一种新的小波系数分类算法, 基于该分类算法, 提出了一种更为合理的无损编码算法。实验结果显示, 此方法优于其他基于小波无损编码算法。

关键词: 熵; 全深度方向树; 小波系数分类; 自适应算术编码

中图法分类号: TP751

图像无损编码的一般框架是基于统计模型的熵编码。通过基于统计模型的预测编码后, 冗余很小, 取得了较好的编码性能, 但是这种框架通常需要设计复杂的预测滤波器和适当的统计模型。

在实际应用中, 小波编码算法的多分辨率特性可以很好地处理压缩图像的快速预览和递进传输。本文提出一种新的预处理技术——小波系数分类(wavelet coefficients partition, WCP), 它能提高小波图像编码的性能。WCP 方法把高频系数分成主要的低能量系数和余下的系数两部分。理论上, 通过将原始系数分成概率分布不同的两部分, 整个熵会减少。结果显示, 将上述预处理技术应用于图像编码得到的效果优于目前一些无损小波图像编码算法。

1 WCP 算法

一般地, 对大小为 $d \times d$ 的图像进行 n 层小波分解, LL 子带具有 $(d/2^2) \times (d/2^n)$ 个系数, 每一个系数和它的后代一起形成一棵“小波系数树”, 对应于原始图像中的一块 $2^n \times 2^n$ 区域。任意一个 LL 子带系数的 3 个直接后代成为 3 棵“全深度方向树”的树根, 它们分别携带着原始图像相应空间区域的 3 个不同方向(水平、垂直、对角线)上的高频信息。

小波变换中的高频子带系数反映了图像在不

同频带范围内灰度变化的情况。这种变化可以用相应空间方向树的系数大小来衡量。因此, 可以通过高频系数来判断一块空间区域的灰度变化程度。一般来说, 小波系数的大小分布集中在 0 附近。本文定义了一个二进制分类函数:

$$P_z(T_i) = \begin{cases} 0, & P(|c| < z, c \in T_i) > P_t \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

式中, T_i 表示根结点在 N_i (系数为 c_i) 的一棵空间方向树; z 为阈值, 若系数 $|c| < z$, 则归为不重要系数, 反之, 则归为重要系数。函数 $P_z(T_i)$ 根据不重要系数占的比例划分为重要的树 ($P_z(T_i) = 1$) 和不重要的树 ($P_z(T_i) = 0$)。设定一个小的阈值, 允许将一些拥有很少量重要系数的树划为不重要的树, 同时应使 P_t 的值接近 1。实验中, 将 P_t 定为 0.9, 取得了比较满意的结果。

定理 1 最大离散熵定理所有概率分布 P_i 构成的熵, 以等概率时为最大。离散无记忆信源的冗余度隐含在信源字符的非等概率分布之中。只要信源不是等概率分布的, 就存在着数据压缩的可能性。

因此, 通过将信源 S 分解成具有不同概率分布 P_i 的不相交的非空子集 S_i , 可以使整个的熵 R 减少^[1]。数学表示式为:

$$\sum P_i R(S_i) \leq R(S) \quad (2)$$

式中, 当且仅当各个子集概率分布相同时取等号。同理, 将原始图像小波分解后得到的所有高频系

数看作源,用式(1)将之分为两部分,根据式(2),只要这两部分概率分布不同,就可以使总体上的熵减少。以 Lenna 为例,当阈值为 7 时,不重要的树包含的系数数目占总系数的 72%,接近于分类前的分布,而重要的树的系数由于所占比例小(尤其是幅值小的系数),其分布与分类前的系数分布差别很大。

在设计中,总是希望不重要的树尽可能多,阈值 z 尽可能小。首先选取一个较大的 z 值作为初始值,用它来进行第一次划分,得到重要的树和不重要的树;然后再对每一棵不重要的树进行检验,找出一个更适合这棵树的独立阈值;最后由这些独立阈值共同决定新的全局阈值。这个过程不断重复进行,直到满足 $|z^{(k+1)} - z^{(k)}| \leq 2$ 为止。其迭代过程如下。

1) 初始化。取最大小波系数值的一半作为初始阈值 z , 即 $z^{(0)} = |c_{\max}|/2$, 同时设定迭代次数 $k=0$ 。

2) 树的分类。利用式(1)对所有全深度空间的方向树进行分类,同时将分类结果保存在分类图 m_i 中,即

$$m_i^{(k)} = P_z^{(k)}(T_i) \quad (3)$$

3) 更新阈值。计算得到所有不重要树的个数,计为 q , 对于每棵不重要的树,找到它的独立阈值 $z_i^{(k)}$, 使这棵树中 90% ($P_i=0.9$) 的系数小于 $z_i^{(k)}$, 然后利用下式更新阈值:

$$z^{(k+1)} = \sum_{T_i \in I} z_i^{(k)} / q \quad (4)$$

式中, I 表示不重要树的集合。

4) 阈值检验。如果 $|z^{(k+1)} - z^{(k)}| > 2$, 则增加迭代次数 k 至 $k+1$, 返回步骤 2), 用 $z^{(k+1)}$ 重新计算; 否则, $z^{(k+1)}$ 就是最终的全局阈值。

下面对以上步骤作进一步的解释。选取 $z^{(0)} = |c_{\max}|/2$, 可以保证绝大多数不重要树的最大系数远小于 $z^{(0)}$, 便于作进一步的划分。分类信息需要保存起来。新的全局阈值 $z^{(k+1)}$ 是所有独立阈值 $z_i^{(k)}$ 的均值, 在每次迭代过程中, 对 T_i 而言, $z_i^{(k)}$ 都是满足要求的最小值, 所以有 $z_i^{(k)} \leq z^{(k)}$, 即 $z^{(k+1)} \leq z^{(k)}$, 这就保证了算法的收敛性。

2 基于 WCP 的算术编码算法

本编码算法利用 n 阶整数小波变换将图像进行多分辨率分解, 每个小波系数的幅度和符号都单独进行熵编码。对低频子带 LL 系数的算术编码用变长整数表示, 如表 1 所示。

表 1 重要树的系数表示法

Tab. 1 Representation for Significant Tree Coefficients	幅度间隔	细化位数
编码符号集		
0	0	0
1	1	0
2	2	0
3	3	0
4	[4 5]	1
5	[6 7]	1
6	[8 11]	2
⋮	⋮	⋮

高频系数编码按照频率由低到高的顺序, 保证父系数在子系数之前编码。对系数幅度编码时, 以父系数和 4 个最近邻域系数的幅度为参考^[2], 采用自适应算术编码^[3]。同时根据整数小波变换系数的一般统计分布, 设计了不同的整数表示方法来表示熵编码中的幅度, 分别对应于重要树的系数、不重要树中的重要系数以及不重要树中的不重要系数。符号编码紧接在幅度编码之后, 在对当前系数的符号 $s[i]$ 编码时, 利用了邻近系数的空间相关性, 同时, 规定系数为非负时, $s[i] = 0$; 系数为负时, $s[i] = 1$ 。

完整算法归纳如下。

1) 用 WCP 算法将系数分类。

2) 对分类图 m_i 编码:

$$m_i = P_z(T_i), i \in \{LH_n, HL_n, HH_n\}$$

3) 对系数光栅扫描后, 由低频到高频编码:

① 如果 $c_i \in LL$ 或 $c_i \in T_i (m_i = 1)$, 按表 1 编码, 再对符号编码; ② 如果 $c_i \in T_i (m_i = 0)$, 使用编码符号集与细化位数一一映射的方式进行, 对大于 z 的系数, 以 z 值为幅度基数, 仍按表 1 编码。

本算法的设计得到 SFQ 算法^[4]的启发, 两者的显著区别在于: ① SFQ 算法是有损的, 而作为图像无损压缩, 本算法需要对不重要的树的系数进行处理; ② 本算法只采用“全深度方向树”, 而没有考虑起始点在最高频以下的方向树, 节约了分类图 m_i 的存储开销。

3 实验与结论

实验中首先要考虑的问题是如何选择小波基, 因为小波基的选择关系到小波系数的冗余程度, 也关系到编码算法的性能。在选择小波基时, 基于以下两点考虑。

1) 计算机处理的精度是有限的, 因此, 所选用的小波必须是有限精度可逆的。而整数小波实现了整数到整数的映射, 具有有限可逆性。

2) 本编码方案与 S+P 编码方案^[3] 的最大区别在于预处理阶段引入了 WCP 算法, 因此为了便于比较和验证该算法, 最好能够采用 S+P 方案中的小波变换。其著名的校正变换表达式如下:

$$\begin{cases} h^{(1)}(n) = s(2n+1) - s(2n) \\ l(n) = s(2n) - [h^{(1)}(n)/2] \\ h(n) = h^{(1)}(n) - \left[\sum_{k=-L_0}^{L_1} \alpha_k l(n-k) + \sum_{k=1}^L \beta_k h^{(1)}(n+k) \right] \end{cases}$$

关于变换系数 α_k 与 β_k 的取值, Said 和 Peralman 在文献[3] 中给出了三类 S+P 变换标准, 其中第二类对自然图像压缩有最好的效果。因为本实验是对 3 幅 512×512 标准自然灰度图进行 5 层小波分解, 因此综合考虑以上条件, 采用第二类标准, 其变换系数分别为 $\alpha_{-1}=0, \alpha_0=2/8, \alpha_1=3/8, \beta_1=2/8$ 。

表 2 列出了包括本算法在内的 5 种编码方案对 3 幅图像无损编码的实验结果^[3], JPEG-2000 与 S+P 是使用整数小波的无损(有损)编码方案, JPEG-LS 与 CALIC 是空间域的无损编码方案。数据显示, WCP 算法的编码性能优于 JPEG-2000 和 S+P, 可与 JPEG-LS 相比。尽管不如方案 CALIC, 但由于小波的多分辨率特性使之能够产生嵌入式输出, 更利于图像在不同分辨率上的存储和递进传输。

表 2 编码性能比较/(bit·pixel⁻¹)

Tab. 2 Coding Performance of WCP

方案	Barbara	Goldhill	Lenna
WCP	4.67	4.72	4.15
S+P	4.69	4.75	4.17
JPEG-2000	4.79	4.84	4.32
JPEG-LS	4.86	4.71	4.24
CALIC	4.63	4.63	4.12

寻找分类阈值 z 的算法并不会带来很大的计算量。实验表明, 一般经过 4 到 5 次迭代, 就可以确定最终阈值 z 。WCP 算法能轻易找到图像灰度变化平缓的区域。表 3 给出了阈值 z 和小波系数分类前后图像的一阶熵(不包括符号), 可以看出, 熵都有不同程度的减少, 这是因为 WCP 算法从原始小波系数中提取了对应空间区域灰度变化平缓

的系数所致的结果。

表 3 分类前后系数幅度的熵/bit

Tab. 3 Entropy of Coefficients Magnitude/bit

图像	阈值	熵	分类后熵
Barbara	6	4.22	4.07
Goldhil	11	4.00	3.91
Lenna	7	3.52	3.40

综上所述, 本文提出的 WCP 算法能够利用小波系数的树状结构将高频系数分成两部分, 这种系数分类技术可以应用于现存的无损图像编码(如自适应算术编码)中, 以提高编码性能。

参 考 文 献

- Huang Y, Driezen H M, Galatsanos N P. Prioritized DCT for Compression and Progressive Transmission of Images. IEEE Transactions on Image Process. 1992, 1(4): 477~487
- Said A, Peralman W A. An Image Multiresolution Representation. IEEE Transactions on Image Process. 1996, 5(9): 1303~1310
- Mape D, Blattenmann G, Riche J, et al. A Two-layered Wavelet-based Algorithm for Efficient Lossless and Lossy Image Compression. IEEE Transactions on Circuits System Video Technology, 2000, 10(7): 1094~1102
- Xiong Z, Ramchandran K, Orchard M T. Space-frequency Quantization for Wavelet Image Coding. IEEE Transactions on Image Process. 1997, 6(5): 667~693
- Witten I H, Near R, Cleary J G. Arithmetic Coding for Data Compression. Commun. ACM, 1987(3): 520~540
- Wu X, Memon N. Context-based Adaptive, Lossless Image Coding. IEEE Transactions on Commun. 1997, 45(4): 437~444
- Weinberger M J, Seroussi G, Sapiro G. The LOCO-I Lossless Image Compression Algorithm; Principles and Standardization into JPEG-LS. IEEE Transactions on Image Process. 2000, 9(8): 1309~1324

第一作者简介: 李吉星, 副教授。研究方向为图像处理及模式识别。

E-mail: myoracle@126.com

(下转第 826 页)

参 考 文 献

- 1 Stefanovic N, Han J W. Object-based Selective Materialization for Efficient Implementation of Spatial Data Cubes. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering. 2000, 12 (6): 122~126
- 2 Zhou X T, Han J W. Efficient Polygon Amalgamation Methods for Spatial OLAP and Spatial Data Mining. The Sixth SSD USA, 1999
- 3 Papadias D. Efficient OLAP Operations in Spatial Data Warehouses. Technical Report HKUST-CS01-01, Hong Kong, 2001
- 4 Shekhar S, Lu C T, Tan X, et al. Map Cube: A Visualization Tool for Spatial Data Warehouses. <http://www.cs.umn.edu>, 2002

第一作者简介: 邹逸江, 博士, 研究员。现从事空间数据库、空间数据仓库的研究。

E-mail: zyj-w@sina.com

Principle of Analytical Operation of Spatial Data Cube

ZOU Yijiang^{1,2} LI Deren³ WANG Renxiang²

(1 Faculty of Architectural Civil Engineering and Environment Ningbo University, Banluzhangningzhen Road Ningbo 315211, China)

(2 Xi'an Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(3 State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: This paper describes the basic concept and principle of analytical operation of spatial data cube. In the process of analysis, the methods that show examples for these analysis functions are adopted in order to make reader more intelligible.

Key words: spatial data warehouse; GIS; spatial data cube

About the first author: ZOU Yijiang, Ph. D. researcher. His research orientations are spatial database, spatial data warehouse.
E-mail: zyj-w@sina.com

(责任编辑: 光阳)

(上接第 811 页)

A Novel Coefficient Partition in Lossless Wavelet Image Coding

LI Jixing¹ WANG Wenjun¹

(1 School of Electronic Information, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: In pyramidal algorithm, an image is decomposed into multiresolution subbands with sets of tree-structured coefficients. A novel coefficient partition algorithm is introduced to split coefficients into two sets using a spatial orientation tree data structure. By splitting the coefficients, the overall theoretical entropy is reduced due to the different probability distribution for the two coefficient sets. A lossless coder based on the algorithm has a better performance than other wavelet-based lossless coders in our experiments.

Key words: entropy; full depth orientation tree; wavelet coefficients partition; adaptive arithmetic coding

About the first author: LI Jixing, associate professor. He is engaged in the research on image processing and pattern recognition.
E-mail: myoracle@126.com

(责任编辑: 涓涓)