

一种动态参考站 RTK 模糊度解算方法

喻国荣¹ 刘经南¹ 涂冰英¹ 姚宜斌²

(1 武汉大学 GPS 工程技术研究中心, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

(2 武汉大学测绘学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘要: 根据两空间的不同特性和两空间模糊度之间的匹配关系, 提出了双空间搜索算法, 使两空间的模糊度候选值明显减少, 因此可以加快模糊度的搜索速度, 并用车载试验数据验证了方法的正确性。车载“动对动”定位结果与常规 RTK 结果比较, 精度达到 mm 级。

关键词: GPS“动对动”定位; 有轨道信息模型; 无轨道信息模型; 双空间搜索算法

中图分类号: P228.42

利用 GPS 载波相位差分定位可以达到 cm 级的相对定位精度, 参考站一般要求放置在一个已知坐标的位置不动, 这样, 系统的覆盖范围和应用就受到限制。而在舰载机着舰、空中加油、编队飞行、卫对卫定轨等场合中难以建立不动的参考站, 传统的定位方法(如雷达/激光测距)或是精度不高, 或是限制条件严格, 不能完全满足要求。采用 GPS “动对动”定位可以克服传统定位方法的不足, 解决差分参考站不能移动的问题, 具体研究见文献[1~4]。高精度 GPS “动对动”定位必须采用载波相位观测值, 其关键是解决可变基线条件下整周模糊度的快速解算和周跳探测及修正问题。本文将着重讨论“动对动”环境下的模糊度解算方法。

1 观测方程

设有两个频率数据用于定位, 观测方程可表示为:

$$\begin{cases} R^{L_1} = \rho + I + \mathcal{R}^{L_1} \\ R^{L_2} = \rho + r_{12}^2 I + \mathcal{R}^{L_2} \\ \lambda^{L_1} \phi^{L_1} = \rho - I + \lambda^{L_1} a^{L_1} + \mathcal{P}^{L_1} \\ \lambda^{L_2} \phi^{L_2} = \rho - r_{12}^2 I + \lambda^{L_2} a^{L_2} + \mathcal{P}^{L_2} \end{cases} \quad (1)$$

式中, 上标 L_1 、 L_2 表示该项是相对于载波 L_1 或 L_2 的; R 表示伪距; ϕ 表示相位; ρ 是站星距离或站星距离与对流层延迟、轨道误差、钟差等的合项; $r_{12} = \lambda^{L_1} / \lambda^{L_2}$, λ^{L_1} 、 λ^{L_2} 是载波 L_1 、 L_2 的波长; I 是 L_1 的电离层延迟; δ 表示随机误差。

为了简便, 定义以下符号: \otimes 表示矩阵 Kronecher 积; c_k 表示 k 阶单位向量; E_k 表示 k 阶单位阵; e_k 表示元素全为“1”的 k 阶列向量; 符号“ \rightarrow ”表示矩阵的按列拉直运算^[5]。

1.1 有轨道信息模型

设在历元 i 共观测了 m 颗卫星, 记双差观测值向量、模糊度向量(略去双差符号)分别为:

$$l_i = [R^{L_1}, R^{L_2}, \lambda^{L_1} \phi^{L_1}, \lambda^{L_2} \phi^{L_2}, \dots, R^{L_{m-1}}, R^{L_m-1}, \lambda^{L_1} \phi_{m-1}^{L_1}, \lambda^{L_2} \phi_{m-1}^{L_2}]^T \quad (2)$$

$$a = [\lambda^{L_1} a^{L_1}, \lambda^{L_2} a^{L_2}, \dots, \lambda^{L_1} a_{m-1}^{L_1}, \lambda^{L_2} a_{m-1}^{L_2}]^T \quad (3)$$

双差短基线可以不考虑电离层的影响^[6], 因此可略去电离层影响项。用站星坐标线性化式(1), 得第 i 个历元的观测方程为:

$$l_i = B_i b_i + [E_{m-1} \otimes A] a + \hat{q} \quad (4)$$

式中, $B_i = [\partial \rho / \partial b]$, 是 $(m-1) \times 3$ 的矩阵; b_i 是基线向量, 站星几何图形的影响作用包含在矩阵 B_i 中。由于 GPS 卫星很高, 站星几何图形随时间变化很缓慢, 在短时间内, B_i 几乎不变, 因此以下简单记为 B ; $A = c_2 \otimes E_2$ 。则总共 k 个历元动对动方程为:

$$L = (E_k \otimes B) b + [e_k \otimes (E_{m-1} \otimes A)] a + \hat{q} \quad (5)$$

式中, $L = [l_1, l_2, \dots, l_k]$; $b = [b_1, b_2, \dots, b_k]$ 。

1.2 无轨道信息模型

非线性化式(1), 将站星距离 ρ 作为未知数有:

$$l_i = [E_{m-1} \otimes e_a] \rho^i + [E_{m-1} \otimes A] a + \hat{q} \quad (6)$$

式中, $\rho^i = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{m-1}]^T$ 。则总共 k 个历元动对动方程为:

$$L = [E_k \otimes (E_{m-1} \otimes e_4)] \rho + [e_k \otimes (E_{m-1} \otimes A)] a + \hat{q} \quad (7)$$

式中, $\rho = [\rho^1, \rho^2, \dots, \rho^k]$ 。

式(5)和式(7)显示了两种模型的内在联系, 即未知数及其设计矩阵不同, 而模糊度项相同。利用有轨道信息模型估计模糊度可建立有轨道信息模糊度搜索空间(geometry-based space), 利用无轨道信息模型估计模糊度可建立无轨道信息模糊度搜索空间(geometry-free space)。两个空间中分别搜索到的模糊度整数解应当是一致的, 同时, 两个空间又存在差异, 即两个空间仅部分是重叠的。在理论上, 模糊度整数解应当包含在重叠部分中, 因此, 仅搜索重叠部分的模糊度候选值将比在任何一个空间中单独搜索要快。本文将在重叠部分的搜索算法称为双空间搜索算法。

2 双空间搜索算法

2.1 组合观测值的定义

组合观测值定义为^[6, 7]:

$$\phi_{i,j} = i\phi^{L_1} + j\phi^{L_2} \quad (8)$$

于是, 组合观测值的波长为 $1/\lambda_{i,j} = i/\lambda^{L_1} + j/\lambda^{L_2}$; 组合观测值的模糊度为 $a_{i,j} = ia^{L_1} + ja^{L_2}$, 为了保证 $a_{i,j}$ 为整数, i, j 必须取整数。

2.2 模糊度搜索空间的对应关系

为了保存原始观测值的信息量, 需成对地使用组合观测值。一对组合观测值和原始观测值之间具有如下的二维线性投影关系:

$$\begin{bmatrix} \phi_{i,j} \\ \phi_{m,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & j \\ m & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi^{L_1} \\ \phi^{L_2} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \phi^{L_1} \\ \phi^{L_2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

组合观测值的模糊度和原始观测值的模糊度之间也具有类似于式(9)的二维线性投影关系:

$$\begin{bmatrix} a_{i,j} \\ a_{m,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & j \\ m & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{L_1} \\ a^{L_2} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} a^{L_1} \\ a^{L_2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Teunissen^[8]认为, 式(9)中的投影矩阵 H 必须是可逆的, 且其逆矩阵具有整数元素。称投影矩阵满足以上条件的两个组合观测值是可以匹配的, 其充分必要条件是^[8]: 投影矩阵的行列式 $\det H = \pm 1$ 。参照 Horemu 6(2002)的分析, 式(9)中取 $i=4, j=-5; m=-7, n=9$, 此时有 $\det H=1$ 。模糊度搜索空间采用以下策略建立: 用有轨道信息模型估计模糊度 a^{L_1}, a^{L_2} , 建立有轨道信息模糊度搜索空间; 用无轨道信息模型估计 $a_{i,j}, a_{m,n}$, 建立无轨

道信息模糊度搜索空间。由于两个空间只有部分重叠, 通过式(10)可以找到重叠部分的一一对应关系, 称有这种对应关系的模糊度候选值为有效候选值。设无轨道信息模糊度搜索空间为 $(a_{i,j}, a_{m,n}) \in F, F = [-4, 4] \times [-3, 3]$, 表明有 63 种组合; 有轨道信息模糊度搜索空间为 $(a^{L_1}, a^{L_2}) \in B, B = [-10, 10] \times [-10, 10]$, 表明有 441 种组合, 两空间的有效候选值的对应关系见表 1。

表 1 表明, 重叠部分只有 17 个有效候选值, 远少于无轨道信息模糊度搜索空间或有轨道信息模糊度搜索空间中的候选值, 因此可明显地提高模糊度搜索的速度。

表 1 两空间的有效候选值对应关系

Tab. 1 Relationship of Ambiguities Between Geometry-based Space and Geometry-free Space

| $a_{i,j}$ | $a_{m,n}$ | a^{L_1} | a^{L_2} | $a_{i,j}$ | $a_{m,n}$ | a^{L_1} | a^{L_2} |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| -2 | 2 | -8 | -6 | 0 | 1 | 5 | 4 |
| -2 | 3 | -3 | -2 | 0 | 2 | 10 | 8 |
| -1 | 0 | 9 | 7 | 1 | -3 | -6 | -5 |
| -1 | 1 | -4 | -3 | 1 | -2 | -1 | -1 |
| -1 | 2 | 1 | 1 | 1 | -1 | 4 | 3 |
| -1 | 3 | 6 | 5 | 1 | 0 | 9 | 7 |
| 0 | -2 | -10 | -8 | 2 | -3 | 3 | 2 |
| 0 | -1 | -5 | -4 | 2 | -2 | 8 | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |

3 算例

3.1 GPS“动态-动态”试验

为了验证本文提出的算法, 采用三台 Trimble 4700 GPS 接收机(可同时输出 C/A 码、P₂ 码伪距和 L_1, L_2 相位观测值), 于 2001 年 12 月 19 日在武汉市某大道作了车载动态试验, 采样率设为 1s, 卫星截止高度角设为 15°。试验过程是: 在路边的开阔地设立基准站进行静态观测, 同时在路上的两辆汽车上设立流动站 1 和流动站 2, 三站于下午 3 时(地方时)同时开始观测。流动站 1 和流动站 2 先静态观测 30min; 然后, 流动站 1 以较快的速度开始向前移动, 流动站 2 以较慢的速度跟随流动站 1, 两者动态地观测了约 20min, 行至距离基准站约 6.5km 处, 两个流动站都静止观测 5min 后, 按原路返回到出发点处的左边, 汽车停下再观测了 5min, 试验结束。

3.2 单历元模糊度实数解

图 1 显示了用有轨道信息模型单历元计算的模糊度实数解的变化情形, 图中横轴表示周积秒(GPS second of week), 纵轴表示模糊度实数解。

计算时, 选取两接收机处于运动状态时的数据, 选第 286 900s 时的卫星高度角最大的 31 号星作为参考卫星, 双差求解。图 1 中显示的是卫星 31-11 的 L_1 、 L_2 频率单历元模糊度实数解随时间变化的情况, 纵轴“0”表示模糊度整数解, 即图中曲线表示实数解与整数解的差异。图 2 是用无轨道信

息模型单历元计算的模糊度实数解的变化情形。由图 2 可见, 模糊度实数解一般只在其整数解附近波动, 其波动的幅度没有超出表 1 的区间 F 和 B , 这证明区间 F 和 B 的选择是合理的。由表 1 可知, 此时只有 17 个候选模糊度需要判断, 因而可以很快地确定模糊度的整数解。

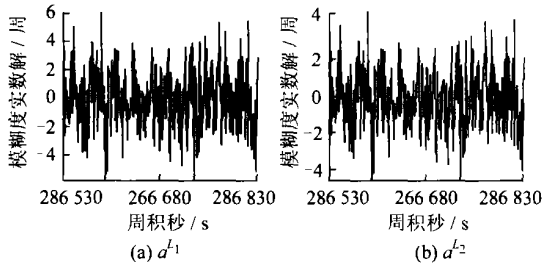


图 1 有轨道模型单历元模糊度实数解

Fig. 1 Single Epoch Ambiguity Float Solution Processed by GB Model

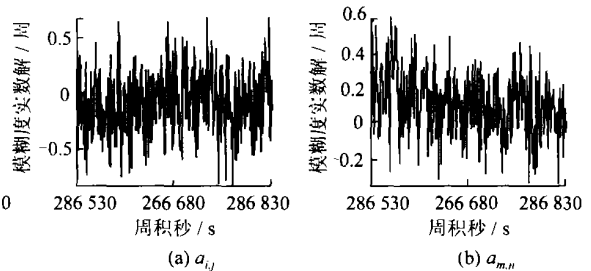


图 2 无轨道模型单历元模糊度实数解

Fig. 2 Single Epoch Ambiguity Float Solution Processed by GF Model

3.3 基线解算

对试验数据采用本文方法进行数据处理, 首先处理基准站和流动站 1 的“静态-动态”数据(即一般 RTK), 结果如图 3 中的实曲线所示; 然后对基准站和流动站 2 的“静态-动态”数据进行处理, 结果如图 3 中点状曲线所示; 最后以流动站 2 为参考站, 流动站 1 为流动站, 进行“动态-动态”的数据处理(KINRTK), 结果如图 4 所示。由图 4 可见, 在周积秒 284 530s 时, 三站开始同步观测; 到 286 390s 汽车开始运动; 在 287 870s, 汽车相对静止(汽车并非静态); 288 230s 开始返回; 289 260s 汽车相对静止; 289 618s 结束测量。

3.4 精度分析

为了分析“动态-动态”结果的精度, 可以用两个“静对动”即静态参考站的 RTK 定位结果, 求出同一历元的两个流动站之间的距离, 并将其作为真值, 与图 4 的“动对动”的结果进行比较, 结果

如图 5 所示。图 5 中的实曲线表示“动对动”结果, 点状曲线表示“静对动”反算的流动站 1 到流动站 2 的结果。由于两者差别很小, 两条曲线基本重合在一起。为了更清楚地表示两种定位结果的差别, 将两者求差, 差值绘在图 6 中。由图 6 可见, “动对动”结果与“静对动”结果差值的最大值小于 0.4mm, 这表明用本文的方法能正确地解得“动对动”模糊度, 所采用的试验方案是可行的。

4 结 语

本文设计了汽车“动对动”试验, 通过对实测数据的计算, 获得了如下一些结论。

- 1) 虽然 C/A 码精度较差, 但对 C/A 码观测值进行合理定权, 可以将 C/A 码观测值用于无轨道信息模型。
- 2) 根据有轨道信息模糊度搜索空间和无轨

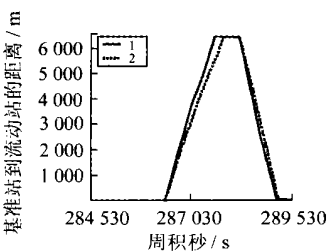


图 3 流动站到基准站距离
Fig. 3 RTK Results

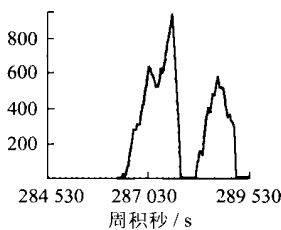


图 4 流动站 1 到流动站 2 距离
Fig. 4 KINRTK Results

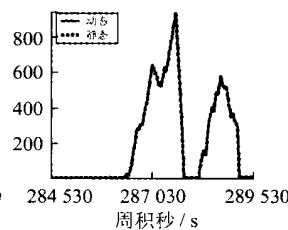


图 5 动态与静态距离比较(m)
Fig. 5 Comparison Between RTK and KINRTK

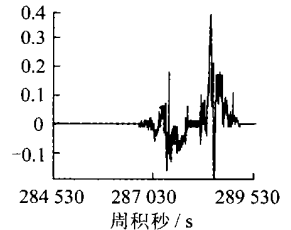


图 6 “静对动”与“动对动”结果差
Fig. 6 Difference of RTK and KINRTK

道信息模糊度搜索空间的不同特性,将两个空间组合起来,可以明显地减少模糊度的候选值,加快模糊度的搜索速度。

3) 通过增加一个静态基准站,用相位差分方法求出两个流动站的 cm 级精度的轨迹,进而得出两个流动站间的相对位置,作为验证“动对动”GPS 定位模型和算法及软件的标准。这个试验方案是切实可行的。

4) 针对“动对动”定位提出的双空间搜索算法,也可以用于一般的 RTK 和静态测量中,因此有明显的理论意义和实际意义。

5) 双空间搜索算法的不足之处是需要两个频率的观测数据,能否用于单频情形,尚待进一步研究。

6) 试验只是以短距离为例,当用于长距离时,需增加电离层和对流层等模型改正或其他方法,这有待进一步研究。对运动载体的状态估计,仅考虑坐标向量是不够的,还应当考虑其速度、加速度,因此宜采用 Kalman 滤波技术。应用 Kalman 滤波技术或许可以改善图 6 的结果,但地面载体运动形式复杂, Kalman 滤波器的设计需要进一步研究。

参 考 文 献

1 Hermann B R, Evans A G, Law C S, et al. Kinematic

on the Fly GPS Positioning Relative to a Moving Reference. *Journal of the Institute of Navigation*, 1995, 42(3): 487~501

2 Kawano I, Mokuno M, Kasai T, et al. First Autonomous Rendezvous Using Relative GPS Navigation by ETS-VII. *Journal of the Institute of Navigation*, 2001, 48(1): 49~56

3 葛茂荣, 过静琚. GPS 相对导航在航天器交会对接中的应用. *测绘通报*, 1998(5): 6~7

4 刘广军, 曾纪斌. GPS 动态相对导航用于航天器交会对接的研究及其 OTF 解算方法. *飞行器测控学报*, 2000, 19(2): 86~93

5 Teunissen P J G. The Invertible GPS Ambiguity Transformations. *Manuscripta Geodaetica*, 1995, 20(6): 489~497

6 Kleusberg A. Ionospheric Propagation Effects in Geodetic Relative GPS Positioning. *Manuscripta Geodaetica*, 1986, 11(4): 256~261

7 Han S, Rizos C. Improving the Computational Efficiency of the Ambiguity Function Algorithm. *Journal of Geodesy*, 1996, 70(6): 330~341

8 Teunissen P J G. The Invertible GPS Ambiguity Transformations. *Manuscripta Geodaetica*, 1995, 20(6): 489~497

第一作者简介: 喻国荣, 博士生。现从事 GPS 数据处理研究。
E-mail: ygrfish@sina.com

A New Ambiguity Resolution Approach of GPS RTK Relative on a Moving Reference

YU Guorong¹ LIU Jingnan² TU Bingying¹ YAO Yibin²

(1 Research Center of GPS, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(2 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, CHina)

Abstract: A new concept of ambiguity resolution, called dual-space ambiguity resolution approach (DARA), i. e. searching in two spaces at the same time, is presented. It shows DARA can dramatically reduce the ambiguity candidates even if the C/A codes are used and faster than in an individual space, because only few ambiguity candidates meet the conditions of the two spaces simultaneously. The result of vehicle test shows that the new approach performs perfectly. Compared to the traditional RTK, millimetre level of the KIN RTK is achieved.

Key words: GPS kinematic to kinematic positioning; geometry-based model; geometry-free model; dual-space ambiguity resolution approach

About the first author: YU Guorong, Ph D candidate, majors in GPS data processing.
E mail: ygrfish@sina.com

(责任编辑: 平子)