

# 导航卫星自主定轨的算法研究及模拟结果

刘经南<sup>1</sup> 曾旭平<sup>2</sup> 夏林元<sup>3</sup> 赵齐乐<sup>4</sup>

(1 武汉大学校长办公室, 武汉市珞珈山, 430072)

(2 中交公路规划设计院, 北京市东四前炒面胡同 33 号, 100010)

(3 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

(4 武汉大学 GPS 工程技术研究中心, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

**摘要:** 讨论了利用卫星-卫星间的距离观测值建立导航卫星系统自主定轨的数学方法, 并用 GPS 星座模拟星间观测值, 采用滤波算法计算卫星的状态参数。模拟结果表明, 在空间测距精度一定的情况下, 自主定轨精度能高于 GPS 广播星历, 因而能较精确地维持卫星系统的坐标框架。

**关键词:** 自主定轨; 星间相对测量; 卫星星历; 定轨精度

**中图法分类号:** P228.41

全球导航卫星系统定轨的具体实现是由一系列地面坐标已知的跟踪站组成的跟踪网实现的。在 1992 年国际 GPS 会战时, 利用全球大约 30 个永久跟踪站的数据处理结果表明, 单天解的轨道精度除个别卫星外可以达到  $2\text{m}$ <sup>[1]</sup>。为实现 GPS 卫星的精密轨道服务, 国际上成立了国际 GPS 地球动力学服务局 (IGS)。至 2002 年底, IGS 共有近 300 个永久跟踪站<sup>[2, 3]</sup>, 其提供的快速预报星历 (IGU) 精度可达  $10\text{cm}$  左右, 卫星最终精密星历 (IGS) 精度优于  $5\text{cm}$ 。

在发展卫星导航系统时, 为了确保导航系统在地面跟踪定轨系统瘫痪的情况下, 仍能提供一定精度的卫星坐标, 维护系统的定位功能, 有必要考虑建立星间链路<sup>[3]</sup>, 以实现导航卫星间的距离、速度测量, 从而达到导航系统在无地面跟踪数据支持时的自主定轨。

1984 年, 美国 Ananda 等提出在不需要地面监测系统支持的情形下, 利用 GPS 卫星之间的观测值进行卫星自主导航的想法<sup>[4]</sup>。1985 年 1 月, Codik 同样对 GPS 自主导航的可行性进行了初步探讨<sup>[5]</sup>。1990 年 6 月, 在参加研究各方的共同努力下, 基本完成导航卫星自主导航的理论、设计、数据模拟等研究工作<sup>[4]</sup>。国内一些科研机构也对卫星自主定轨进行了一些探索, 取得了一些成果, 如宋福香等对卫星自主定轨算法进行了研究, 推

导了系统的状态方程和观测方程<sup>[6]</sup>; 刘林等导出了卫星自主定轨的秩亏性根源在于轨道平面升交点赤经  $\Omega$  的不确定性<sup>[7]</sup>; 闫野等在进行自主定轨仿真时, 采用全部参数加权方法计算卫星位置, 并初步分析了轨道参数先验误差及观测误差对定轨精度的影响<sup>[8]</sup>。上述成果为导航卫星系统自主定轨研究奠定了基础。本文的目的旨在利用 GPS 导航卫星的星历实测数据, 探讨采用模拟的星间距离观测值, 实现导航卫星自主定轨的算法、可能达到的精度、基准维持的可能性等问题。

## 1 导航卫星自主定轨的综合求解

众所周知, 卫星的空间运动严格受到动力学模型的约束。卫星轨道参数的变化过程是动力学模型作用在卫星上的具体体现, 而卫星间的相对测量值正是离散时间点上卫星轨道参数的函数, 这些观测值在卫星轨道动力学模型的强约束下形成网形约束。通过对卫星网平差, 就能得到对卫星轨道参数的估计, 从而实现卫星网的自主定轨。

如果整个导航卫星星座有  $n$  颗卫星, 每颗卫星间能实现测距, 则一个观测历元就有  $(n-2)^T$  个星间距离观测值。然后去掉由于地球遮挡及星间微波测距距离过长限制的观测量  $k$  个, 则一个历元有效观测个数为  $(n-2)^T - k$ 。

导航卫星多分布在 20 000km 左右的高空, 相应的力学模型能得到较好的精化。定轨中除考虑 6 个轨道根数外, 还应估计太阳光压模型参数。一般根据采用的不同光压模型, 估计 6 个或 9 个光压参数<sup>[7,8]</sup>, 对整个星座需估计参数共计 12*n* 或 15*n* 个。

当两颗导航卫星 *i* 和 *j* 间进行伪距测量, 观测向量为  $\rho_{ij}$  时, 可以描述为:

$$\rho_{ij} = |y_i(t_1) - y_j(t_2)| + \Delta_j \quad (1)$$

式中,  $t_2 - t_1 = \rho_{ij}/c$ ;  $\Delta_j$  为观测噪声;  $y_i(t_1)$  表示卫星 *i* 在发信号的  $t_1$  时刻的位置矢量;  $y_j(t_2)$  表示卫星 *j* 在接收信号的  $t_2$  时刻的位置矢量; *c* 为光速。

取  $t_1, t_2$  时刻卫星 *i, j* 的近似坐标, 对式(1)线性化:

$$V_{ij} = -A_{ij} \delta X_i + A_{ij} \delta X_j - l_{ij} \quad (2)$$

式中,  $A_{ij}$  为  $1 \times 3$  的线性化系数阵;  $\delta X_i, \delta X_j$  为  $3 \times 1$  的 *i, j* 卫星坐标向量改正数;  $l_{ij}$  为常数项。

设导航卫星的运动方程式为<sup>[1,9-10]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x, t) \\ x|_{t_0} = x_0 \end{cases} \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} -A_{12} \Phi_1(t_1, t_0) & A_{12} \Phi_2(t_2, t_0) & \dots & \dots & 0 \\ -A_{13} \Phi_1(t_1, t_0) & 0 & A_{13} \Phi_3(t_2, t_0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & -A_{ij} \Phi_i(t_1, t_0) & A_{ij} \Phi_j(t_2, t_0) & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -A_{n-1, n} \Phi_{n-1}(t_1, t_0) & A_{n-1, n} \Phi_n(t_2, t_0) \end{bmatrix}$$

将一个观测时段内(一般为 24h)的所有历元 *k* 的观测方程线性化, 可组成 *k* 个如同式(6)的误差方程。对所有的方程利用广义最小二乘进行求解, 得到各卫星的初始轨道参数, 达到自主定轨的目的。

## 2 卫星自主定轨的参数估计方法

为解决导航卫星自主定轨秩亏性问题, 应考虑轨道参数的先验统计性质, 以引进卫星坐标基准, 并能提高卫星定轨精度。在利用 GPS 进行导航卫星的自主定轨研究中, 卫星数、观测历元数众多, 如将卫星一天的全部观测值一起组成法方程求解参数, 在微机上是不可行的。为了保证在微机上进行多天观测数据求解, 笔者采用了“静态逐次滤波”<sup>[13]</sup>的方法, 但计算中发现, 由于存在一定的模型误差及轨道参数初值不准确而造成的误差积累, 在解算到 50 个历元左右时, 便发生了滤波发散现象。因此, 对原滤波器进行了改进, 引进了“自适应静态逐次滤波”。

式中,  $x = (r, \dot{r}, p)^T$ ; *r, r, p* 分别表示位置向量、速度向量、卫星动力学参数;  $F(x, t)$  为非线性泛函;  $x_0$  为卫星初始状态向量。

利用数值积分求解式(3), 分别求得  $\delta X_i, \delta X_j$  对卫星初始状态向量平差改正数  $\delta X_i^0, \delta X_j^0$  的偏导数所组成的转移矩阵  $\Phi_i(t_1, t_0), \Phi_j(t_2, t_0)$ , 且有:

$$\begin{aligned} \delta X_i &= \Phi_i(t_1, t_0) \delta X_i^0 \\ \delta X_j &= \Phi_j(t_2, t_0) \delta X_j^0 \end{aligned} \quad (4)$$

将式(4)代入式(2), 可得:

$$V_{ij} = -A_{ij} \Phi_i(t_1, t_0) \delta X_i^0 + A_{ij} \Phi_j(t_2, t_0) \delta X_j^0 - l_{ij} \quad (5)$$

若一个历元共有 *m* 个星间观测距离, 导航星座共有 *n* 颗卫星, 每颗卫星有 *p* 个初始轨道根数及力模型参数, 则对一个历元所有观测方程线性化后的误差方程式为:

$$V = B \delta X^0 - l \quad (6)$$

式中,  $V = [V_{12} \dots V_{n-1, n}]^T$ ;  $\delta X^0 = [\delta X_1^0 \dots \delta X_n^0]^T$ ;  $l = [l_{12} \dots l_{n-1, n}]^T$ ;

从理论上讲, 导航卫星的初始状态参数  $\delta X_0$  在每个观测历元下是不变的, 即  $\delta X_0 = \delta X_1 = \dots = \delta X_k$ , 但笔者仍将不同历元时刻 *k* 的参数  $\delta X_k$  认为是不同初始状态参数而加以区别对待, 但此时各历元间初始状态参数向量的转移矩阵为单位矩阵, 因此, 可将静态逐次滤波仿照 Kalman 滤波形式写成:

$$\begin{cases} \delta X_k = \delta X_{k-1} + \omega_{k-1} \\ L_k = B_k \delta X_k + V_k \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $\delta X_k$  为 *k* 时刻的初始状态参数向量, 也是需要估计的向量;  $\omega_{k-1}$  是 *k* 时刻的系统状态噪声, 应用时取为 0;  $L_k$  是 *k* 时刻观测向量;  $B_k$  是  $\delta X_k$  的系数;  $V_k$  是测量误差向量。

一般的滤波器的缺点是, 最优增益矩阵 *J* 只是按验前的数据来计算的, 这可能是由于验前的数据不准确而造成发散。而用改进的静态逐次滤波器算法, 除了考虑验前数据外, 还将采用现时的观测数据对  $J_k$  进行必要的修正。实际上, 假定估计的误差不断增大, 并用  $L_{k, k-1}$  表示, 这将导致自适应因子 *s* 增大, 从而导致  $\|P_{k, k-1}\|$  也增大, 结

果使得  $J_k$  的模增大。这样经过调节, 观测值将具有较大的加权系数, 保证了滤波器不发散。根据文献[14], 每读入一个观测历元, 均计算一个自适应因子  $s$ 。略去推导过程, 得到经过改进的“自适应静态逐次滤波”的基本公式:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k,k-1} &= \hat{X}_{k-1,k-1} \\ P_{k,k-1} &= sP_{k-1,k-1} \\ J_k &= P_{k,k-1} B_k^T (B_k P_{k,k-1} B_k^T + R_k)^{-1} \\ \hat{X}_{k,k} &= \hat{X}_{k,k-1} + J_k (L_k - B_k \hat{X}_{k,k-1}) \\ P_{k,k} &= (E - J_k B_k) P_{k,k-1} \\ L_{k,k-1} &= L_k - B_k \hat{X}_{k,k-1} \\ s &= \frac{\text{tr}(L_{k,k-1} L_{k,k-1}^T - R_k)}{\text{tr}(B_k P_{k-1,k-1} B_k^T)} \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $J_k$  为增益矩阵;  $\hat{X}_{k,k-1}$ 、 $P_{k,k-1}$  是  $k$  历元的初始状态预测值及其方差阵;  $\hat{X}_{k,k}$ 、 $P_{k,k}$  分别为滤波值及其方差阵。

### 3 自主定轨研究的模拟结果

为了实现导航卫星自主定轨的算法研究, 鉴于我国目前还没有完善的导航系统和星间数据观测资料, 选择 GPS 导航系统开展相关模拟研究工作无疑是最佳选择。

在模拟过程中, 假定 GPS 卫星间距离测量是单向的, 精度一致且精确同步的, 信号在真空中的传播延迟为 0, 卫星间测距为每 5min 一个观测历元, 每天 24h 共有 288 个历元, 解卫星微分方程及变分方程的数值积分间隔为 15s。各卫星归化时刻为轨道初始积分时刻, 一般取某天的 12:00UTC, 卫星的状态转移矩阵通过精确的轨道积分求得。地球遮挡球面取为距离海平面 80km 高度处, 考虑卫星间微波测距的极限为 40 000km, 若卫星间的连线没有穿过地球遮挡球面, 则认为卫星间可相互测量, 这里称之为一个通路(access)。

具体实施中, 笔者采用 24h 的 IGS 精密星历反推出卫星间的几何距离, 并加入测距系统误差和偶然误差(大约  $\pm 0.3\text{m}$ ), 作为星间观测距离, 并建立其与卫星轨道参数及力模型参数的函数关系(即观测方程), 然后利用自适应静态逐次滤波方法进行计算。计算时, 星间测距的均方差取 1.5m, 卫星坐标先验均方差为 200m, 卫星速度先验均方差为 50m/s, 动力学模型参数先验均方差为 0.85, 得到估计后的卫星初始历元的轨道参数及力模型参数, 从而计算出不同时刻卫星的准确位置, 达到导航卫星自主定轨的目的。

分别以 GPS 11 703d0~24 时的 IGS WUHN 站收到的广播星历和当天的 IGS 精密星历, 求出该日 12:00 UT 卫星初始历元的轨道根数及力模型参数(ICS)。分别对广播星历、IGS 精密星历的 ICS 进行轨道积分, 比较广播星历与 IGS 精密星历的轨道差值(积分间隔 5min, 积分步长 15s)。28 颗卫星广播星历与精密星历不同时刻差值比较结果见表 1, 其中卫星 PRN 1 及 PRN 18 的星历差值如图 1、图 2 所示。

表 1 28 颗卫星广播星历与 IGS 精密星历比较结果/m

Tab. 1 Statistical Summary for Broadcasting Orbit

Accuracy of 28 GPS Satellites

	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
最大偏差	116.395	98.766	111.563
平均偏差	22.350	25.874	28.656
均方根	25.076	23.485	25.081

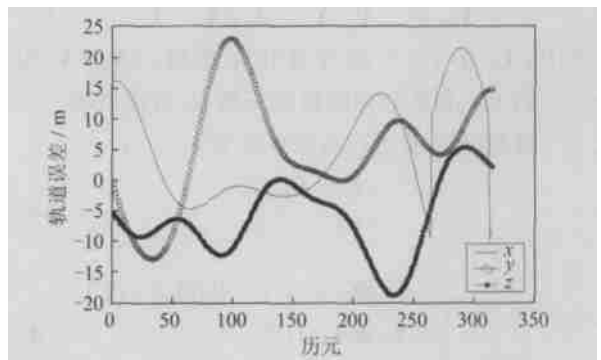


图 1 GPS 11 703d PRN 01 广播星历轨道误差

Fig. 1 Broadcasting Ephemeris Based on Orbit

Errors for PRN 01 on Day 11 703

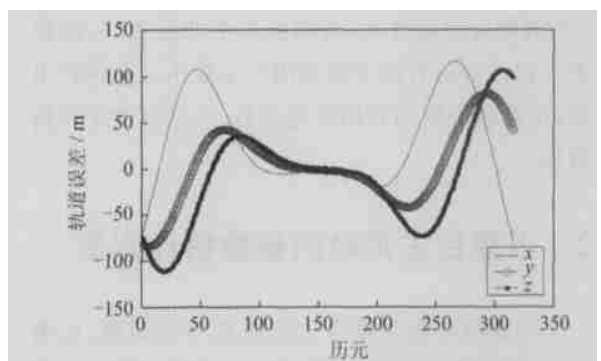


图 2 GPS 11 703d PRN 18 广播星历轨道误差

Fig. 2 Broadcasting Ephemeris Based on Orbit

Errors for PRN 18 on Day 11 703

现以广播星历的轨道初始状态参数进行轨道积分及求解卫星位置向量对初始状态参数的偏导数, 建立线性化观测方程, 采用自适应静态逐次滤波平差迭代解算各卫星准确的轨道初始状态参数及力模型参数, 达到自主定轨的目的。通过 3 次

迭代解算后, 所得到的卫星轨道与 IGS 精密轨道差值总的统计情况见表 2。

表 2 28 颗卫星滤波后轨道与精密星历轨道比较结果/m

Tab. 2 Statistical Summary for 28

GPS Orbits After Filtering

	x	y	z
最大偏差	3.585	2.667	2.819
平均偏差	2.476	2.161	2.038
均方根	0.659	0.643	0.614

28 颗卫星中, 轨道误差最小及最大的卫星分别为 PRN 11 和 PRN 17, 利用星间测距进行轨道改进后的轨道与 IGS 精密星历表示的轨道差值情况如图 3、图 4 所示。

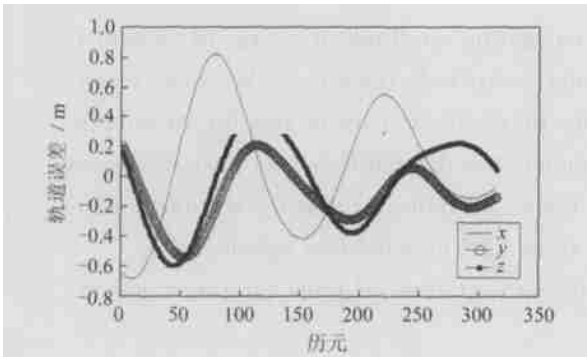


图 3 GPS 11 703d PRN 11 滤波后轨道误差

Fig. 3 Filtered Orbit Errors for PRN 11 on Day 11 703

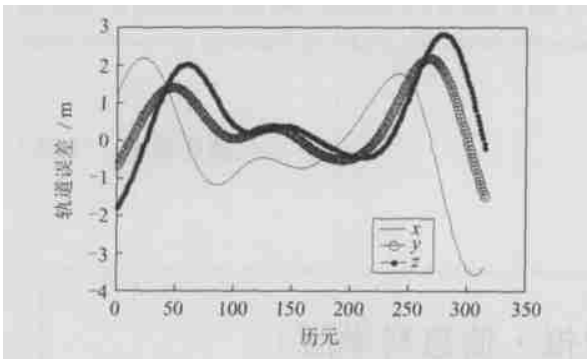


图 4 GPS 11 703d PRN 17 滤波后轨道误差

Fig. 4 Filtered Orbit Errors for PRN 17 on Day 11 703

从表 1、图 1、图 2 可知, 由于只采用 WUHN 站接收的 1d 广播星历, 每颗卫星星历覆盖时间不能达到 24h, 数值积分时, 外推误差较大。即使在所用星历平均误差为 25m 的情况下, 用 GPS 卫星间

的测距, 采用改进的自适应静态逐次滤波算法平差, 得到的自主定轨结果也比原来广播星历结果精度有很大的提高。从表 2、图 3、图 4 可以得出, 最差情况下, 卫星的 1d 轨道误差不大于 3.6m, 绝大多数卫星 1d 的轨道精度能保证在 2.5m 以内, 离积分初始状态越远的轨道误差一般较大。

参 考 文 献

- 1 王解先. GPS 精密定轨定位. 上海: 同济大学出版社, 1997
- 2 IGS 网站. <http://igsceb.jpl.nasa.gov/>, 2004
- 3 张文涛. 导航星座设计的若干问题:[ 学士论文]. 武汉: 武汉大学, 2001
- 4 Ananda M P, Bernstein H, Cunningham K E, et al. Global Positioning System Autonomous Navigation, CH2811-8/90/0000/0497. IEEE, 1990, 497~508
- 5 Codik A. Autonomous Navigation of GPS Satellites; A Challenge for the Future. ION, 1985, 32(3)
- 6 宋福香, 左文辑. 近地卫星的 GPS 自主定轨算法研究. 空间科学学报, 2000(1)
- 7 刘 林, 刘迎春. 关于星-星相对测量自主定轨中的亏秩问题. 飞行器测控学报, 2000, 29(3)
- 8 闫 野, 周伯昭, 任 萱. 关于卫星网自主定轨方法的探讨. 宇航学报, 2002, 23(2)
- 9 葛茂荣. GPS 卫星精密定轨理论与软件研究:[ 博士论文]. 武汉: 武汉测绘科技大学, 1995
- 10 Documentation for the GAMIT GPS Analysis Software. Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences Massachusetts of Technology, 1997
- 11 Montenbruck O, Gill E. Satellite Orbits Models Methods and Applications. New York: Springer, 2000
- 12 Rim H J, Schutz B E. Precision Orbit Determination-Geoscience Laser Altimeter System (GLAS) Algorithm. Theoretical Basis Document (Version 2.1), 2001
- 13 崔希璋, 於宗侑, 陶本藻, 等. 广义测量平差. 武汉: 武汉大学出版社, 2001
- 14 宋文尧, 张 牙. 卡尔曼滤波. 北京: 科学出版社, 1991

第一作者简介: 刘经南, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士。现主要从事空间大地测量和地球动力学研究。代表成果: 国家高精度 GPS 数据处理理论与方案; GPS 卫星定位处理综合软件; WADGPS 数据处理; 青藏高原地壳运动与 GPS 研究。

E-mail: juliu@wtusm.edu.cn

# Algorithm and Simulation of Autonomous Orbit Determination for Navigation Satellites

LIU Jingnan<sup>1</sup> ZENG Xuping<sup>2</sup> XIA Linyuan<sup>3</sup> ZHAO Qile<sup>4</sup>

(1 Presidential Secretariat, Wuhan University, Luoia Hill, Wuhan 430072, China)

(2 China Highway Planning and Design Institute Consultants, INC., 33 Qianchaomian Hutong Dongsi, Beijing 100010, China)

(3 State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University,  
129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(4 Research Center of GPS, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** With the launch and operation of China navigation satellites, it is urgently essential to automatically determine the satellite orbit under restricted conditions. We have established a mathematical model for autonomous orbit determination using satellite-to-satellite distance observations, in which the attitude parameters are derived based on quasi-distances between GPS satellites and a filtering algorithm. The result indicates that the accuracy of automatically determining orbits is better than that from GPS broadcasting ephemerides.

**Key words:** autonomous orbit determination; satellite-to-satellite ranging; satellite ephemerides; orbit determination accuracy

**About the first author:** LIU Jingnan, professor, Ph. D supervisor, academican of Chinese Academy of Engineering. He is mainly engaged in special geodesy and Geodynamics. His typical achievements are the theory and scheme of high precision GPS data processing in China; the comprehensive software of GPS satellite positioning processing; the software of WADGPS data processing; monitoring the crustal movement and deformation of Qinghai-Tibet Plateau with GPS.

E-mail: jnliu@wtusm.edu.cn

(责任编辑: 光远)

## 第 10 届《武汉大学学报·信息科学版》 编辑委员会名单

顾 问: 宁津生 张祖勋 李德仁

主任委员: 刘经南

委 员: 万幼川 毋河海 王新洲 申文斌 许才军 朱庆 朱灼文 朱欣焰  
关泽群 孙洪 孙海燕 刘耀林 张正禄 张剑清 李征航 李建成  
李清泉 李斐 李霖 杜清运 杜道生 易帆 罗志才 郑肇葆  
费立凡 祝国瑞 柳建乔 胡瑞敏 陶本藻 徐绍铨 袁修孝 秦前清  
黄金水 龚健雅 舒宁

主 编: 刘经南(兼)

常务副主编: 柳建乔