

# 利用卫星轨迹交叉点标定 CHAMP 卫星加速度计数据

徐天河<sup>1</sup> 杨元喜<sup>1</sup>

(1 西安测绘研究所, 西安市雁塔路中段 1 号, 710054)

**摘要:** 基于能量守恒方程给出了利用卫星轨迹交叉点标定 CHAMP 卫星加速度数据的基本原理和方法, 并给出了其严密的积分公式及其离散化形式。为了控制加速度数据的扰动异常, 建议采用抗差估计求解参数值, 并基于实测的 CHAMP 卫星加速度计数据进行了计算与比较, 验证了该方法的有效性。

**关键词:** 能量守恒; 尺度因子; 偏差参数; 抗差估计

中图法分类号: P228.41

目前, CHAMP 所有的资料都已释放, 其中包括 CHAMP 卫星的精密星历和加速度计数据(10s 采样间隔), 然而从 GFZ 数据中心得到的星载加速度仪观测资料是经过预处理过的, 仍需求定残存的扰动异常与加速度偏差和尺度因子等系统差<sup>[1, 2]</sup>。针对尺度因子和偏差参数的确定, 学者们提出了许多方法<sup>[3~7]</sup>, 其中利用能量守恒方程标校加速度数据是最为有效而简便的方法。基于能量守恒定律恢复地球重力场的理论和方法早在人类进入卫星时代的初期就已经提出<sup>[8, 9]</sup>, 但由于缺乏连续、精确的低轨卫星的轨道数据及非保守力, 难以精确模型化, 使得该方法并未引起足够的重视, 也没有用于实际的地球重力场模型的计算中。随着 CHAMP、GRACE 卫星的升空, 基于能量守恒的重力场恢复方法可以发挥重要作用。近几年来, 国外许多学者对该方法进行了深入的研究, 并将它成功地用于恢复地球重力模型的计算中<sup>[3~7]</sup>。

GFZ 数据中心一般提供两种加速度数据产品: ① 未给出尺度、偏差参数(或尺度参数为 1, 偏差参数为 0), 该产品对应于 \*.9 版本; ② 提供了统一的尺度参数和偏差参数, 其数值是固定不变的, 该数据对应于 \*.12 版本(个别为 \*.13 版本)。许多文献研究表明, CHAMP 卫星加速度计数据存在尺度差异和漂移, 如果不考虑这些误差,

将会对轨道确定及重力场恢复产生较大偏差; 另一方面, 尺度参数和偏差参数并不是固定不变的<sup>[4, 6, 7]</sup>, 若给出统一固定不变的参数值, 有时并不能满足一些对加速度计数据精度要求较高的用户。综上所述, 估计尺度因子和偏差参数常用的方法一般是固定其中一个参数, 解算另一个参数, 而给出完整、严格数学模型的文献并不多见。

## 1 能量守恒方程

CHAMP 卫星运行中的能量守恒方程可表示为<sup>[6, 7, 10]</sup>:

$$T = \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 - V_{\text{sun}} - V_{\text{moon}} - \omega(xv_y - yv_x) - F - E_0 - U_0 \quad (1)$$

式中,  $|\mathbf{v}|$  为速度矢量的模; 耗散能量  $F$  为:

$$F = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{a} dt \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)^T$  为非保守力引起的加速度矢量, 它由星载加速度计测量得到。

如果已知卫星的位置  $\mathbf{x}$ 、速度  $\mathbf{v}$  及非保守力加速度矢量  $\mathbf{a}$ , 则由式(1)便可求出卫星高度处的地球重力场扰动位  $T$ 。知道扰动位后, 根据扰动位与重力位系数间的关系, 便可利用时域法或空域法确定位系数。

需要指出的是, 由于 CHAMP 卫星加速度仪的其中一个电极出现故障, 导致所测径向方向的

加速度值出现大的偏差<sup>[4, 6, 7]</sup>。因此,若径向方向的加速度观测值未得到合理的处理,利用式(2)计算耗散能量会产生较大的误差。目前,国外许多学者建议采用如下公式<sup>[6, 7]</sup>:

$$F_{\text{drag}} = \int |\mathbf{v}| \cdot a_y dt \quad (3)$$

利用该公式的理由是非保守力中量级最大的是大气阻力,而大气阻力引起的摄动加速度正好是由加速度仪沿迹方向的分量  $a_y$  测得。鉴于上述原因,本文也仅讨论加速度计数据沿迹分量上的尺度因子和偏差参数的确定问题。

## 2 利用卫星轨迹交叉点确定尺度因子和偏差参数

将式(1)改写为:

$$T = T - \int |\mathbf{v}| \cdot a_y dt - E_0 \quad (4)$$

式中,

$$T = \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 - V_{\text{sun}} - V_{\text{moon}} - \omega(xv_y - yv_x) - U_0 \quad (5)$$

在卫星上升弧段与下降弧段的交叉点处,卫星高度处的扰动位应相同(扰动位仅与卫星的位置有关),因此,其不符值可理解为非保守力加速度数据存在偏差和尺度差异。在交叉点处有:

$$\begin{aligned} T^{\text{上升}} - \int_{t_0}^{t_1^{\text{上升}}} |\mathbf{v}| \cdot a_y dt - E_0 = \\ T^{\text{下降}} - \int_{t_0}^{t_1^{\text{下降}}} |\mathbf{v}| \cdot a_y dt - E_0 \end{aligned} \quad (6)$$

简化后可得:

$$\int_{t_1^{\text{上升}}}^{t_1^{\text{下降}}} |\mathbf{v}(t)| \cdot a_y(t) \cdot dt = \Delta T, \quad t_1^{\text{上升}} < t_1^{\text{下降}} \quad (7)$$

式中,  $\Delta T(t) = T^{\text{下降}} - T^{\text{上升}}$ 。当  $t_1^{\text{上升}} > t_1^{\text{下降}}$  时,式(7)两边同时变负号。为了方便讨论,本文假定  $t_1^{\text{上升}} < t_1^{\text{下降}}$ ,这并不影响后续的结论。

设偏差参数及尺度因子分别为  $k_0$  和  $k_1$ , 假定有  $n$  个轨道交叉点,则方程可列为:

$$\begin{aligned} \int_{t_1^{\text{上升}}}^{t_1^{\text{下降}}} |\mathbf{v}(t)| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t)) dt = \Delta T_1 \\ \int_{t_2^{\text{上升}}}^{t_2^{\text{下降}}} |\mathbf{v}(t)| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t)) dt = \Delta T_2 \\ \vdots \\ \int_{t_n^{\text{上升}}}^{t_n^{\text{下降}}} |\mathbf{v}(t)| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t)) dt = \Delta T_n \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)为积分形式,在实际的计算中必须进行

离散化,可根据加速度数据的采样率(间隔 10s)离散化处理。设在第  $i$  个交叉点对应的升弧和降弧观测时刻分别为  $t_i^{\text{上升}}$  和  $t_i^{\text{下降}}$ ,在  $t_i^{\text{上升}} \sim t_i^{\text{下降}}$  中包含  $m_i$  个观测历元,对应的观测时刻为  $t_{m_i}(1)$ ,  $t_{m_i}(2)$ , ...,  $t_{m_i}(m_i)$ ,则第  $i$  个观测方程的离散化形式可写为:

$$\begin{aligned} |\mathbf{v}(t_i^{\text{上升}})| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t_i^{\text{上升}})) \cdot (t_{m_i}(1) - t_i^{\text{上升}}) + \\ \sum_{j=1}^{m_i-1} |\mathbf{v}(t_{m_i}(j))| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t_{m_i}(j))) \cdot \Delta t + \\ |\mathbf{v}(t_{m_i}(m_i))| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t_{m_i}(m_i))) \cdot \\ (t_i^{\text{下降}} - t_{m_i}(m_i)) = \Delta T_i \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $\Delta t$  为采样间隔(本文为 10s)。

式(9)左端第一项和最后一项是考虑到交叉点时刻通常与观测时刻不重合时的积分项,而中间项是按数据采样间隔进行离散化。

式(8)的近似公式可写为:

$$\begin{aligned} |\mathbf{v}(t_1)| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t_1)) \cdot \Delta t(t_1) = \Delta T_1 \\ |\mathbf{v}(t_2)| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t_2)) \cdot \Delta t(t_2) = \Delta T_2 \\ \vdots \\ |\mathbf{v}(t_n)| \cdot (k_0 + k_1 a_y(t_n)) \cdot \Delta t(t_n) = \Delta T_n \end{aligned} \quad (10)$$

式中,  $t_i = \frac{t_i^{\text{上升}} + t_i^{\text{下降}}}{2}$ ;  $\Delta t(t_i) = |t_i^{\text{上升}} - t_i^{\text{下降}}|$ 。

上述近似公式等价于用中点公式代替积分公式,其精度取决于在积分区域内非保守力加速度及卫星速度的变化幅度。实际计算表明,该公式在同时求解尺度参数和偏差参数时,其结果十分不理想,而在仅求解偏差参数时,结果与严密公式及 GFZ 提供的参数比相当。因此,本文利用严密公式(8)及对应的离散化公式(9)来估计尺度因子和偏差参数。

利用卫星轨迹交叉点确定尺度参数和偏差参数需注意以下几个问题。

1) 交叉点处的时刻大都与观测时刻不重合,因此,需将扰动位进行向上或向下延拓,因为 CHAMP 卫星的高度在 400 ~ 460km 间变化,在这样较小的高度变化中,可将扰动位进行泰勒展开,取二次项即可。其公式为:

$$T = T_0 + \left[ \frac{\partial T_0}{\partial r} \Delta h + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 T_0}{\partial r^2} \Delta h^2 \right] \quad (11)$$

2) 为保证有足够的交叉点,同时也为计算方便,可先将得到的扰动位序列向上或向下延拓到一个相同的卫星高度如 430km 处,公式同上。这样得到的观测值是在圆形轨道上,此时交叉点最多。

3) 在进行延拓计算时,可采用现有的 EGM96 或最新公布的 EIENG-1S、EIENG-2 重力场模型。由于其量级较小,不会影响计算精度。

4) 交叉点处的非保守力摄动加速度可采用内插或外推方法计算得到。

### 3 尺度因子和偏差参数的抗差估计

将式(9)写成误差方程的形式为:

$$V = AX - L \quad (12)$$

式中,

$$A = \begin{bmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \\ \vdots & \vdots \\ c_n & d_n \end{bmatrix}; X = [k_0 \quad k_1]^T; L = \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \vdots \\ \Delta T_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中,

$$c_i = |\mathbf{v}(t_i^{\text{上升}})| \cdot |(t_{m_i}(1) - t_i^{\text{上升}})| + \sum_{j=1}^{m_i} |\mathbf{v}(t_{m_i}(j))| \cdot \Delta t + |\mathbf{v}(t_{m_i}(m_i))| \cdot (t_i^{\text{下降}} - t_{m_i}(m_i)) \quad (14)$$

$$d_i = |\mathbf{v}(t_i^{\text{上升}})| \cdot (t_{m_i}(1) - t_i^{\text{上升}}) \cdot a_y(t_i^{\text{上升}}) + \sum_{j=1}^{m_i} |\mathbf{v}(t_{m_i}(j))| \cdot a_y(t_{m_i}(j)) \cdot \Delta t + |\mathbf{v}(t_{m_i}(m_i))| \cdot a_y(t_{m_i}(m_i)) \cdot (t_i^{\text{下降}} - t_{m_i}(m_i)) \quad (15)$$

式(12)的最小二乘估计公式为<sup>[11]</sup>:

$$X_{LS} = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (16)$$

由于加速度资料是从加速度仪内部的电信号转换得到的,其结果受温度和地磁等外部环境的影响,不可避免地存在一些异常观测值。当含有异常值时,利用最小二乘方法估计出的参数是扭曲的甚至是错误的。抗差估计是抵制异常观测的一种有效方法,其估计公式为<sup>[11]</sup>:

$$X_R = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (17)$$

其中等价权  $P$  的元素定义如下:

$$\bar{p}_{ij} = p_{ij} w_j \quad (18)$$

$$w_j = \begin{cases} 1, & |\tilde{v}_j| = |v_j / \sigma_{v_j}| \leq k_0 \\ \frac{k_0}{|\tilde{v}_j|} [(k_1 - |\tilde{v}_j|) / (k_1 - k_0)]^2, & k_0 < |\tilde{v}_j| \leq k_1 \\ 0, & |\tilde{v}_j| > k_1 \end{cases} \quad (19)$$

式(18)和式(19)就是通常用到的 IGGIII 方案<sup>[11]</sup>,若保持权阵的相关性及对称性不变,可采用双因子抗差估计方法<sup>[12]</sup>,在此不再复述。由于德国 GFZ 数据中心并未提供 CHAMP 卫星加速度数据的协方差矩阵,因此,本文算例的权阵  $P$

取为单位阵,抗差估计方案采用式(19),其估计过程可参见文献[13]。如果仅需要确定其中一个参数,如偏差参数,则可令尺度因子为 1 或 GFZ 数据中心提供的参数值,代入方程,可估计出偏差参数。若仅求解尺度参数,则令偏差参数为 GFZ 数据中心提供的参数值,代入方程,可求出尺度因子。

### 4 算例及比较

为了验证上述算法,笔者采用 GFZ 数据中心提供的 CHAMP 卫星精密星历数据及加速度计数据(\*.9 版本)进行计算。从 2002 年 1 月 3 日~2 月 6 日的数据中,等间隔挑选了 1 月 3、6、9、...、2 月 6 日共 12d CHAMP 精密星历数据和加速度计数据,其采样间隔均为 10s。仅计算沿迹方向上的尺度和偏差参数,计算结果与 CHAMP 数据中心提供的参数进行了比较。计算方案采取下面三种,其参数解算分别采取最小二乘和抗差估计方法,结果见表 1 和图 1~图 4。

- 1) 仅解算尺度因子(偏差取值 $-3.555 \times 10^{-6} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,GFZ 提供);
- 2) 仅解算偏差参数(尺度取值 0.833,GFZ 提供);
- 3) 同时解算尺度因子和偏差参数。

表 1 尺度因子和偏差参数的均值统计结果

Tab. 1 Statistical Mean Values of the Scale and Bias Parameters

方案	尺度		偏差/( $10^{-6} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ )	
	最小二乘	抗差估计	最小二乘	抗差估计
方案 1(仅求尺度)	0.826 5	0.826 6	—	—
方案 2(仅求偏差)	—	—	-3.574 6	3.574 1
方案 3(同时求解)	0.879 7	0.855 5	-3.539 5	3.571 9
GFZ 数据中心提供	0.833 0		-3.555 0	

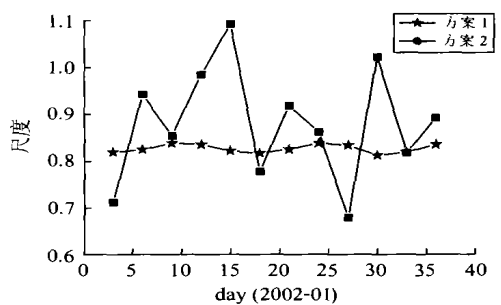


图 1 尺度因子最小二乘结果

Fig. 1 LS Solution of Scale Parameter

由上述结果可以看出以下几点。

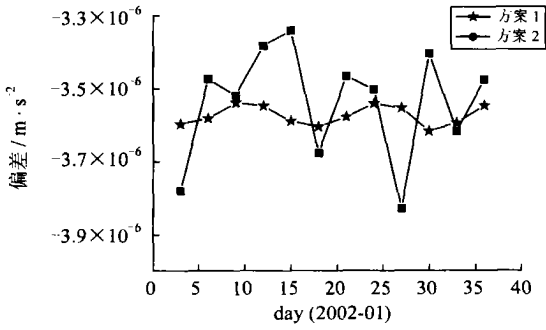


图2 偏差参数最小二乘结果

Fig.2 LS Solution of Bias Parameter

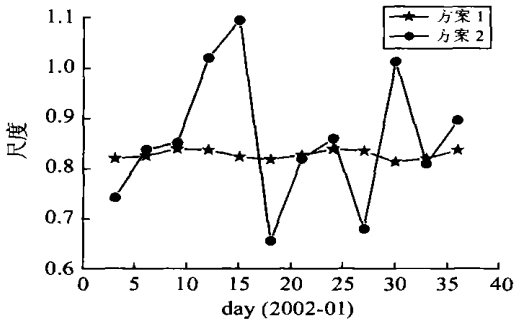


图3 尺度因子抗差估计结果

Fig.3 Robust Solution of Scale Parameter

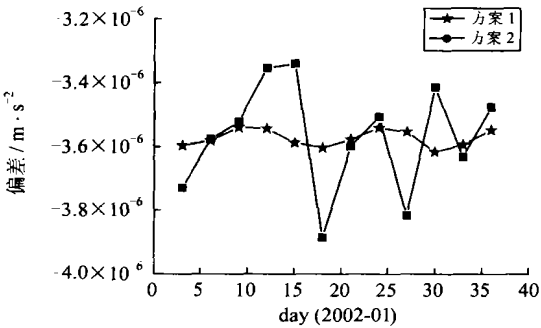


图4 偏差参数抗差估计结果

Fig.4 Robust Solution of Bias Parameter

1) 卫星轨迹交叉点平差方法能有效地估计尺度因子和偏差参数, 无论同时估计或仅估计其中之一, 其统计结果与 GFZ 数据中心提供的参数相差无几。这说明 GFZ 数据中心提供的标校参数是总体的平均值, 它并不能反映各天的实际变化。而利用 GFZ 给出的一个参数去求解另一个参数得到的统计结果更为接近, 其原因可能是同时求解时, 尺度因子和偏差参数有一定的相关性, 从而造成同时求解的精度有所下降。

2) 尺度和偏差参数并不是固定不变的, 而是近似呈分段线性变化趋势, 因此, 对加速度计数据

精度要求较高的用户, 建议每天或半天甚至数小时估计一次尺度因子和偏差参数, 并根据其时间变化规律进行曲线拟合。

3) 方案 1、2 的最小二乘估计和抗差估计结果几乎无差别, 而在方案 3 中, 它们有一定的差别, 但从统计意义的角度而言并不显著。这说明所使用的观测数据中不存在大的观测异常。

需指出的是, 交叉点平差法计算较为复杂, 因为涉及到交叉点的求解、交叉点处非保守力加速度数据内插或外推计算以及扰动位的延拓处理, 该方法的优点是对先验重力场信息的依赖性较弱。

致谢: 德国 GFZ 数据中心为本文提供了所需的 CHAMP 数据, 在此表示感谢。

### 参 考 文 献

- 1 F 9 rste C. CHAMP Accelerometer Data Preprocessing-Level2 Data Generation at GFZ Potsdam. The 1st CHAMP International Science Meeting, Potsdam, 2002
- 2 Visser P, van den Ijssel J. Verification of CHAMP Accelerometer Observations. *Advances in Space Research*, 2003 31(8): 1 905~1 910
- 3 Visser P, Sneeuw N, Gerlach C. Energy Integral Method for Gravity Field Determination from Satellite Orbit Coordinates. *Journal of Geodesy*, 2003(77): 207~216
- 4 Gerlach C, Sneeuw N, Visser P, et al. CHAMP Gravity Field Recovery with the Energy Balance Approach: First Results. The 1st CHAMP International Science Meeting, Potsdam, 2002
- 5 Han S C, Jeleli C, Shum C K. Efficient Gravity Field Recovery Using in Situ Disturbing Potential Observables from CHAMP. *Geophys. Res. Letters*, 2002; 29(16)
- 6 Howe E, Tscherning C C. Preliminary Analysis of CHAMP State Vector and Accelerometer Data for the Recovery of the Gravity Potential. The 1st CHAMP International Science Meeting, Potsdam, 2002
- 7 Howe E, Stensengt L, Tscherning C C. Analysis of One Month of CHAMP State Vector and Accelerometer Data for the Recovery of the Gravity Potential. *Advances in Geosciences*, 2003(1): 1~4
- 8 O' Keefe J A. An Application of Jacobi's Integral to the Motion of an Earth Satellite. *The Astronomical Journal*, 1957, 62(1 252): 265~266
- 9 Bjerhamma A. On the Energy Integral for Satellites. Technical Report, The Royal Institute of Technology, Stockholm, 1967
- 10 Jekeli C. The Determination of Gravitational Potential

- Differences from Satellite-to-Satellite Tracking. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1999, 75: 85 ~ 101
- 11 杨元喜. 抗差估计理论及其应用. 北京: 八一出版社, 1993
- 12 Yang Y X, Song L, Xu T H. Robust Estimator for Correlated Observations Based on Bifactor Equivalent Weights. *Journal of Geodesy*, 2002, 76(6/7): 353 ~ 358
- 13 Yang Y X, Cheng M K, Shum C K, et al. Robust Estimation of Systematic Errors of Satellite Laser Range. *Journal of Geodesy*, 1999, 73: 345 ~ 349
- 14 杨元喜. 多源传感器动、静态滤波融合导航. *武汉大学学报·信息科学版*, 2003, 28(4): 386 ~ 388

第一作者简介: 徐天河, 博士生, 工程师。现主要从事卫星重力数据处理与质量控制。

E-mail: xtianhe@263.net

## Calibration for CHAMP Accelerometer Data Based on Crossover Points of the Satellite

XU Tianhe<sup>1</sup> YANG Yuanxi<sup>1</sup>

(1 Xi'an Research Institute of Surveying & Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** The German Challenging Minisatellite Payload (CHAMP) was launched in July 2000. It is the first satellite that provides us with position and accelerometer measurements, with which the gravity field model can be determined. One of the most popular method for geopotential recovery using the position and accelerometer measurements is the energy conservation method. The main aim of this paper is to determine the scale and bias parameters of CHAMP accelerometer data using the energy conservation method. The basic principle and mathematical model using the crossover points of CHAMP orbit to calibrate the accelerometry data are given based on the energy balance method. The rigorous integral formula as well as its discrete form of the observational equation is presented. This method can be used to estimate only one of the scale and bias parameters or both of them. In order to control the influence of outliers, the robust estimator for the calibration parameters is given.

**Key words:** energy conservation; scale factor; bias parameter; robust estimation

**About the first author:** XU Tianhe, Ph. D candidate, engineer. His research field is satellite gravity data processing and quality control.  
E-mail: xtianhe@263.net

(责任编辑: 晓晨)

### 本 刊 声 明

近来, 本刊发现在作者投向本刊的稿件中有一稿多投的现象, 严重违反《著作权法》中有关出版单位享有专有出版权之规定。在此, 特郑重声明: 所有来稿均不得一稿多投, 违者将追究责任。

特此声明。

《武汉大学学报·信息科学版》编辑部