

# 日长和地球引力场参数 $J_2$ 的长期和长周期变化

吴 斌<sup>1,2</sup>

(1 中国科学院测量与地球物理研究所, 武汉市徐东路 174 号, 430077)

(2 武汉大学测绘学院地球空间环境与大地测量教育部重点实验室, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘要: 用高精度的现代日长观测结果、近 20 年的  $J_2$  变化的结果和古地球自转结果, 讨论了日长和  $J_2$  变化的长期和长周期的主要特性, 从理论和实测两方面分析了日长和  $J_2$  变化的关系及其异同, 认为  $J_2$  变化的结果在地球动力学研究中的作用应予以重视, 综合利用日长和  $J_2$  将使这两种资料的潜力得以进一步发挥。

关键词: 日长变化;  $J_2$  变化

中图法分类号: P223

地球的大气圈、水圈、固体地球及其内核组成了一个复杂且变化的动力学系统。这一动力学系统内部的质量分布变化将产生地球引力场变化。从角动量守恒角度看地球自转变化包括两部分, 由质量分布变化产生的转动惯量张量变化和速度场产生的相对角动量变化。地球引力场变化与地球自转变化的地球物理机制既有区别又有联系。地球引力场的二阶球函数系数  $J_2$  与引起地球自转变化的极惯量张量变化一一对应, 但与地球引力场变化不同的是, 日长变化还包含了相对角动量变化的贡献。可见,  $J_2$  变化的测定提供了地球动力学系统中质量分布变化及其产生的角动量变化的观测, 而日长变化的测定提供了角动量变化总的观测约束。因此, 综合利用地球引力场变化和地球自转变化观测可以使地球动力学系统角动量变化的质量项和速度项解耦, 为研究地球动力学系统的各圈层变化和相互作用过程提供一个新的途径。

从卫星大地测量学诞生起, 应用卫星轨道摄动方法确定地球的外部引力场就是一种行之有效的办法。利用轨道摄动+卫星测高+地面重力观测获得了一系列高精度的地球引力场模型。特别是高精度的人卫激光测距(SLR)和卫星测高资料的加入, 使得全球引力场模型的精度和空间分辨率都大大提高。近年来, 地球引力场的变化也成为国际大地测量学关注的热点问题之一, Startlet、Lageos-1、Lageos-2 等专用 SLR 卫星观测资料

成功地应用于研究地球引力场的潮汐变化、地球动力学扁率的非潮汐长期变化及低阶的带谐引力场系数变化。SLR 的实测结果表明,  $J_2$  变化的幅度约为  $7 \times 10^{-10}$ , 观测精度已达  $3 \times 10^{-11}$ , 分辨率约为 10d。目前空间技术测定的日长变化幅度约为 5ms, 精度好于 0.05ms, 分辨率可短于 1d。对于研究日长和  $J_2$  的长期和长周期变化可资利用的观测还包括古化石的生长线记录、日月食的古文字记载、有望远镜的天文历史观测和 20 世纪的光学天文观测。虽然各种不同的观测资料精度相差很大, 但对于研究地球动力学系统在不同时间尺度的变化及其地球物理成因是不可或缺的。本文将从实测和地球物理机制两方面讨论在长时间尺度上日长和地球引力场参数  $J_2$  的变化及它们的关系。

## 1 日长与 $J_2$ 变化的关系

地球自转速率变化的 Liouville 方程为<sup>[1,2]</sup>:

$$\dot{m}_3 = \dot{\psi}_3 \quad (1)$$

$$\dot{\psi}_3 = \left[ -\Omega^2 \Delta I_{33} - \Omega \Delta h_3 - \Omega \int_0^t L_3 dt \right] \Omega^2 C \quad (2)$$

式中,  $\Omega$  为平均自转角速度;  $m_3$  与日长变化  $\Delta LOD$  的关系为:  $m_3 = -\Delta LOD / LOD$ ,  $LOD$  为平均日长;  $C$  为整个地球的极转动惯量。由式(2)知, 产生日长变化的因素有 3 个: 地球内部

物质分布变化引起的极转动惯量变化  $\Delta I_{33}$ 、物质运动速度引起的相对角动量变化  $\Delta h_3$  和外力矩作用  $L_3$ 。

地球引力场的球谐函数系数表示为:

$$\begin{cases} C_{nm} \\ S_{nm} \end{cases} = \frac{1}{(2n+1)MR^n} \times \int_V [\rho(r, \varphi, \lambda) \cdot r^n P_{nm}(\sin \varphi) \begin{cases} \cos m \lambda \\ \sin m \lambda \end{cases}] dv \quad (3)$$

式中,  $P_{nm}$  为  $n$  阶  $m$  次的勒让德函数;  $M$ 、 $R$ 、 $\rho$  和  $V$  分别为地球总质量、地球半径、地球内球坐标为  $(r, \lambda, \varphi)$  处的密度和整个地球体积。式(3)表示地球引力位系数  $J_2$  只与地球内部物质分布有关, 卫星轨道对整个地球内部任何物质运动产生的  $\Delta J_2$  变化敏感, 但与  $\Delta h_3$  或  $L_3$  无关。

对于连续体的地球, 有:

$$\Delta J_2 = \frac{3}{2} \frac{\Delta I_{33}}{MR^2} \quad (4)$$

因此由  $\Delta J_2$  计算出  $\Delta I_{33}$  再代入式(2)和式(3)的激发函数, 可给出物质分布变化产生的  $\Delta LOD$  与  $J_2$  的关系为:

$$\Delta LOD = 1.74 \times 10^8 \Delta J_2 \quad (5)$$

## 2 日长与 $J_2$ 长期和长周期变化的特征及成因

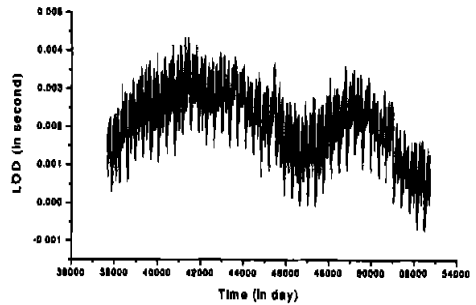
### 2.1 现代日长和 $J_2$ 的测定结果及机制

20世纪60年代, 原子频标的采用使经典光学仪器观测日长的精度显著提高, 80年代后, 高精度的空间大地测量技术更使得日长的观测精度提高到几十 ms。图1(a)是国际地球自转服务(IERS)用经典光学、人卫激光测距(SLR)、甚长基线干涉(VLBI)、激光测卫(LLR)和GPS等技术综合得到的日长观测结果(1962年至今)。为了看清楚日长变化细节, 图1(b)给出了其中的两年结果。

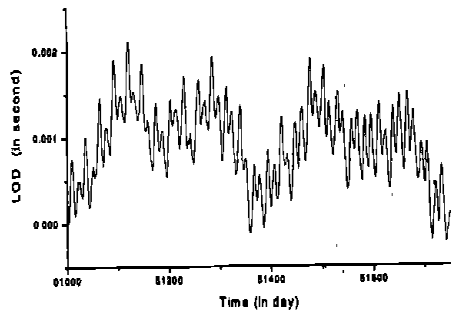
与测定日长变化不同, 由于光学天文和 VLBI 为几何观测技术, 与  $J_2$  的变化无关, LLR 和 GPS 对  $J_2$  的变化相对不敏感, 因此测定  $J_2$  变化可用的技术主要是对低轨道卫星的地面观测技术。其中 SLR 测定的精度最高(cm 级), 资料积累也相对较长(约 20a)。图2为用1984年1月至2002年12月的全球对 LAGEOS 和 LAGEOS 2 的人卫激光测距观测资料解算出的  $J_2$  变化序列。

从图1(b)中可以清楚地看到, 日长具有很强的周年和半年项, 约 85% 来源于风产生的地球相对角动量变化, 剩余部分来自大气压、地表水和海

洋, 而日长中月和半月周期项来自带谐潮。从图1(a)看到, 日长还存在一个变化幅度为 4ms 的约 10a 尺度的波动及振幅约 0.1ms 的 18.6a 的潮汐影响与之叠加在一起。



(a)



(b)

图1 日长变化

Fig. 1 LOD Variation

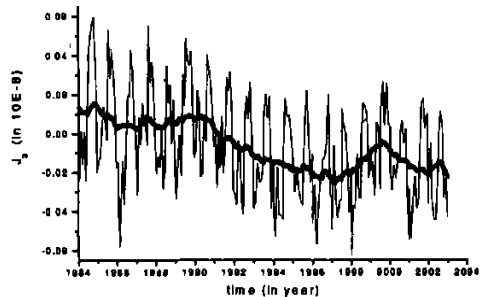


图2  $J_2$  变化

Fig. 2  $J_2$  Variation

由于带谐潮对  $J_2$  变化的影响已比较清楚, 通常在处理 SLR 资料时已作为模型值扣除。因此, 潮汐对  $J_2$  的影响与日长的潮汐变化一一对应, 严格遵循式(5)。与日长不同, 大气压是引起  $J_2$  年和半年变化的主要因素, 而在日长中风起主导作用。大气压和地表水对日长和  $J_2$  的影响遵守式(5)。

由图2知,  $J_2$  存在长期变化, 且不同时期得到的  $J_2$  长期变化是不同的, 这一点过去被忽略。例如, 用1984年~1997年的结果得到  $J_2$  的长期

变化为  $-2.7 \times 10^{-11}/\text{a}$ , 而用 1984 年~2002 年的结果则为  $-1.6 \times 10^{-11}/\text{a}$ 。从 1997 年中期  $J_2$  偏离了长期减小的趋势, 在 2000 年达到最大。这一变化引起了国际学术界的极大关注。继 Cox 等人首次发现这一变化后, Dickey 等寻找到了其原因, 认为是由冰融化引起的<sup>3,4)</sup>。

从反演的角度看, 日长和  $J_2$  用于研究地球角动量变化的物理机制具有不同的作用。总的来说, 日长变化反映了地球角动量的总体变化, 包括了  $J_2$  的变化。当我们的研究目的为地球系统的物质分布变化时,  $J_2$  是直接量, 日长只是间接量或作为约束。当研究对象为风、洋流或核幔耦合时,  $J_2$  变化中无此信息, 但可以用日长变化的观测扣除  $J_2$  对应的日长变化, 提高反演研究数据的确定性。例如, 我们研究滞弹地球对 18.6a 的长期潮汐响应时, 从  $J_2$  变化中可以得到对应的 Love 数  $k_2=0.32$  (弹性理论值为 0.3), 相位滞后为  $1^\circ$  (弹性理论值为 0)。如果仅从资料的精度看, 日长变化似乎应效果更好, 但由于日长中存在很强的 10a 尺度波动, 从中精确分离出 18.6a 周期的潮汐影响几乎不可能。

## 2.2 日长与 $J_2$ 长期变化

由表 1 知, 百万年以上尺度的古地化研究给出日长 4 亿年以来以  $1.94 \pm 0.07(\text{ms}/\text{百年})$  的速率增加(对应于地球自转速率减慢)<sup>1)</sup>。三千年来的古天文记载推求的日长变化为  $1.68 \pm 0.04(\text{ms}/\text{百年})$ <sup>3)</sup>。由于潮汐摩擦是导致地球自转长期减慢的主要原因, 同时也引起月球轨道运动长期减速和地月之间距离长期增加, 并且在几千年至万年内潮汐作用基本不变, 因此可用现代的潮汐观测计算出日长的长期变化为  $2.24 \pm 0.001(\text{ms}/\text{百年})$ <sup>6,7)</sup>, 并在千年尺度上有效。因此, 日长大约每百年增加 2ms 这一事实已由上述 3 种不同的观测确定。

自上次冰期结束至今, 地球经历了滞弹性的冰后回升调整, 从而导致了地球自转的加速(日长减小)和地球动力学形状变圆( $J_2$  减小)。由上节讨论知, 冰后回升引起的物质分布变化将会影响日长和  $J_2$  变化, 但潮汐摩擦对  $J_2$  无影响。因此从实测的  $J_2$  中可直接推算出冰后回升的影响, 但不能从观测的日长中直接确定。

根据表 2, 采用 SLR 得到  $J_2$  的长期变化为  $-2.7 \times 10^{-11}/\text{a}$ , 代入式(5)得到日长对应的变化为  $-0.47(\text{ms}/\text{百年})$ 。这可以较好地解释古天文观测的日长和潮汐摩擦计算的日长之差。因此, 自上次冰期结束至今, 日长的长期变化原因有两

个, 即潮汐摩擦和冰后回升。这与基于现代潮汐模型、古天文观测和近 20a 的 SLR 观测的日长结果是吻合的。

在古地质时间尺度上, 日长的变化  $1.94(\text{ms}/\text{百年})$  与现代潮汐模型结果  $2.24(\text{ms}/\text{百年})$  相差不大。基于这一事实可以推断, 潮汐摩擦在近几亿年时间尺度上是地球自转减慢的主要原因, 但也可能有更复杂的原因。例如, 在地球的历史时期, 可能有多次大规模的冰期及其消融; 由于古海陆地形的变化, 现代潮汐的有效性可能只有万年时间尺度, 古海洋潮汐及演化有重要影响等。

表 1 日长的长期变化

Tab. 1 Secular Change in LOD

$\Delta LOD$ (ms/百年)	
$2.24 \pm 0.01$	Wu 等 <sup>6)</sup> , 现代潮汐
$2.20 \pm 0.03$	Ray 等 <sup>6)</sup> , 现代潮汐
$1.68 \pm 0.04$	Stephenson 等 <sup>7)</sup> , 古天文
$1.96 \pm 0.07$	Lambeck 等 <sup>1)</sup> , 古地化

表 2  $J_2$  的长期变化/ $(10^{11}\text{a}^{-1})$

Tab. 2 Secular Change in  $J_2/(10^{11}\text{a}^{-1})$

$-3.2 \pm 0.2$	Wu 等 <sup>7)</sup> , 潮汐模型+古天文
$-2.6 \pm 0.4$	Peng <sup>8)</sup> , SLR
$-2.7 \pm 0.4$	Cheng 等 <sup>9)</sup> , SLR
$-2.4 \pm 0.2$	Eanes <sup>10)</sup> , SLR
$-2.6$	Nerem 等 <sup>11)</sup> , SLR
$-3.0$	Yoder 等 <sup>12)</sup> , SLR

## 3 结 语

高精度的日长观测结果已近百年, 而已有的  $J_2$  变化的结果虽然仅有 20a, 但其在地球动力学研究中的作用应予以重视。日长和  $J_2$  作为不同的资料在其地球物理特性上既有相同之处, 又有区别。它们对于研究地球动力学系统的长期和长周期变化的动力学过程各有优点, 综合利用日长和  $J_2$  将使这两种资料的潜力得以进一步发挥。CHAMP 和 GRACE 计划获取的卫-卫跟踪资料将能提供更高质量的  $J_2$  变化结果, 可以预期在未来的 10a 里, 日长和  $J_2$  变化的观测结果将会对地球的动力学研究产生重要的影响。

## 参 考 文 献

- 1 Lambeck K. The Earth's Variable Rotation. London: Cambridge University Press 1980
- 2 陈俊勇. 地面参照系的现代定向理论和地球自转运动. 北京: 测绘出版社, 1991

- 3 Cox C M, Chao B F. Detection of a Large-Scale Mass Redistribution in the Terrestrial System Since 1988. *Science*, 2002, 297: 831~833
- 4 Dickey J O. Recent Earth Oblateness Variation: Unraveling Climate and Postglacial Rebound Effects. *Science*, 2002, 298: 1 975~1 977
- 5 Stephenson F R, Morrison L V. Long Term Fluctuations in the Earth's Rotation; 700 BC to AD 1990. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, 1995, 351: 165~202
- 6 Ray R D, Bills B G, Chao B F. Lunar and Solar Torques on the Oceanic Tides. *J. Geophys. Res.*, 1999, 104: 17 653~17 659
- 7 Wu B, Schuh H, Peng B B. New Treatment on Tidal Braking of the Earth Rotation. *J. of Geodynamics*, 2002
- 8 Peng B B. Application of Satellite Laser Ranging to Geodynamics; [ Ph. D Thesis] . Beijing: Institute of Geodesy and Geophysics Chinese Academy of Sciences 1998
- 9 Cheng M K, Shum C K, Tapley B D. Determination of Long Term Changes in the Earth's Gravity Field from Satellite Laser Ranging Observations. *J. Geophys. Res.*, 1997, 102: 6 216~6 236
- 10 Eanes R J. A Study of Temporal Variation in Earth's Gravitational Field Using Lageos-1 Laser Ranging Observations; [ Ph. D Thesis] . Austin: The University of Texas 1995
- 11 Nerem R S, Chao B F, Au A Y, et al. Temporal Variations of the Earth's Gravitational Field from Satellite Laser Ranging to Lageos. *Geophys. Res. Lett.*, 1993, 20: 595~598
- 12 Yoder C F, Williams J W, Dickey J Q, et al. Secular Variation of Earth's Gravitational Harmonic  $J_2$  Coefficient from Lageos and Nontidal Acceleration of Earth Rotation. *Nature* 1983, 303: 757~762

作者简介: 吴斌, 研究员。从事空间大地测量研究。

## Secular and Long Period Variations in the Length of Day and the Harmonic Coefficient $J_2$ of Geopotential

WU Bin<sup>1,2</sup>

(1 Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 174 Xudong Road, Wuhan, China 430077)

(2 Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education,  
Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China 430079)

**Abstract:** The characters of the secular and long period variations in the length of day and the harmonic coefficient  $J_2$  of geopotential were analyzed based on the recent observational result of the length of day, the result of  $J_2$  variations in the recent twenty years and the ancient astronomical result of the Earth rotation. Then the relation and difference between variations of the length of day and  $J_2$  were discussed according to the theory of the Earth rotation and gravity. Furthermore we stressed the importance of  $J_2$  and the integrated use of the length of day and  $J_2$  for geodynamics.

**Key words:** LOD variation;  $J_2$  variation

**About the author:** WU Bin, researcher. He is engaged in the research on space geodesy.