

# 关于运动载体引力与惯性力的分离问题

申文斌<sup>1</sup> 宁津生<sup>1</sup> 刘经南<sup>2</sup> 晁定波<sup>1</sup>

(1 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

(2 武汉大学校长办公室, 武汉市珞珈山, 430072)

**摘要:**探讨了在卫星作为运载工具的情形下引力与惯性力的分离问题,指出了利用人造卫星采用内部观测与外部观测相结合的方法来确定地球外部重力场的基本原理。

**关键词:** 卫星; 引力; 惯性力; 分离问题

**中图法分类号:** P227

引力与惯性力的分离涉及内部分离和外部分离两个核心问题。前者涉及到广义相对论, 按此理论, 引力与惯性力是无法区分的, 因而不可分离<sup>[1,2]</sup> (但若研究一点的邻域, 则可将引力与惯性力分离开来<sup>[3~5]</sup>); 后者则主要根据外部观测量并结合有关模型来分离引力与惯性力。然而, 这两个问题是互补的<sup>[3~5]</sup>。

## 1 分离问题

Moritz 和申文斌曾研究了引力与惯性力在一般运动载体情形下的内部分离问题<sup>[3~5]</sup>, 其结论是, 在载体中采用惯性平台(定向陀螺仪)以及重力梯度仪即可提取出引力信息(无需借助外部观测量)<sup>[3~5]</sup>, 其条件是引力场是球形场或有心场(如地球引力场)。如果考虑一种理想的均匀引力场, 则仅采用内部观测法不可能将引力信号提取出来。均匀引力场可用惯性力场来等效。另一方面, 若考察在均匀引力场中自由降落的载体的内部, 其重力梯度仪必然感受到零结果。一个简例是让载体静止, 这时, 在载体中的任何一点, 引力场强弱都是一样的, 重力梯度为零(不考虑离心力)。但在一般有心引力场中情形则不同, 过任意邻近的两点的力线均指向某一有限距离处的点(如指向地球中心或太阳中心), 因而所论两条力线有相互靠近的趋势, 这可由重力梯度仪“感应”出来。

但若在有心引力场上迭加一个均匀引力场, 则重力梯度仪就提取不出均匀引力场信息。相当遥远的恒星在运动载体处产生的引力场, 无法用重力梯度仪提取出来, 因为该引力场在载体附近几乎是均匀的。由于地球形状的不规则性以及地球内部物质密度分布的不均匀性, 虽然地球外部引力场大体上呈有心力场, 但就某些局部邻域而言, 是否存在均匀引力成分呢? 如果有, 那么用重力梯度仪提取出的引力信息将有丢失(即丢失掉了均匀引力部分)。然而, 要专门论证在地球外部空间究竟有没有均匀引力场是极为困难的。这就意味着, 仅用内部观测手段不能保证可以完整地提取出引力场信息, 至少对于均匀引力场是无法实现的(这里需要指出, 重力梯度观测的零结果或者对应于均匀引力场, 或者对应于不存在引力场的空间)。

基于上述理由, 笔者考虑并建议将内部观测与外部观测结合起来。由于现代空间技术(特别是GPS技术)的发展, 我们可以精确确定空中(或地面)运动载体的动态位置, 精度可达到 dm 级甚至 cm 级。这就是说, 可根据外部观测量确定载体的加速度。如果没有非引力影响, 只存在引力作用, 那么, 载体所在位置处的加速度正好体现了该处的引力场强度。然而, 一般情形下, 运动载体除了受引力场制约外, 还受到其他非引力因素的影响。就卫星而言, 它将受到光压、大气阻尼、电离层作用等因素的影响。这些非引力(或称阻尼

力)作用将使卫星产生附加加速度,这可由固定在运动载体内部的加速计测定出来。这时,外部观测确定的加速度是引力加速度与附加加速度的和,扣除由加速计测出的附加加速度即可提取出引力加速度了。例如,考虑在均匀引力场中作自由降落的载体,如果没有非引力影响,外部观测加速度就是引力加速度;如果有空气阻尼,外部观测加速度将小于引力加速度,其减小的部分正好可由固定在载体内部的加速计测定出来。加速计测定的零结果表明,载体处于没有非引力影响的引力场中,此时载体的运动状态是真正的“自由落体”,外部观测加速度的大小正好反映了引力场的大小。

然而,有一个关键的问题是,考察理想的“自由降落的载体,固结在载体中的加速计是否感受不到引力场的存在呢?即加速计的测定结果是否为零?

## 2 简例考证

假定有一个均质圆球(质量为  $M$ , 半径为  $R$ )产生的引力场,研究载体在此引力场中沿径向作自由落体运动的情形。考察悬浮在载体内部的两个单位质点  $A$  和  $B$ ,它们处于沿径向的射线上。假定在  $t$  时刻,  $A$  和  $B$  至球心的距离分别为  $r_A$  和  $r_B$ (设  $r_A > r_B$ ),则单位质点  $A$  和  $B$  在  $t$  时刻感受到的引力分别为:

$$F_A = -\frac{GM}{r_A^2}, F_B = -\frac{GM}{r_B^2} \quad (1)$$

获得的加速度分别为:

$$a_A = -\frac{GM}{r_A^2}, a_B = -\frac{GM}{r_B^2} \quad (2)$$

二者加速度之差是它们的相对加速度,即

$$\Delta a = a_B - a_A = -GM \left[ \frac{1}{r_B^2} - \frac{1}{r_A^2} \right] \quad (3)$$

由于在  $t$  时刻,  $r_A > r_B$ ,因而  $A$  与  $B$  之间的相对加速度不为零。如果  $A$  和  $B$  之间的距离足够近(如 10cm 左右),则可视  $A$  和  $B$  构成一个加速计系统。它们之间存在相对加速度表明,当载体在球形引力场中自由下落时,加速计可以感受到引力,也即加速计的测量结果并不为零。

下面着重研究在自由落体的情形下,加速计所感受到的引力效应究竟有多大。假定在  $t$  时刻  $A$  与  $B$  之间的距离为  $l$ ,根据式(3),  $A$  与  $B$  之间的相对加速度为:

$$\Delta a = -GM \left[ \frac{1}{(r_A - l)^2} - \frac{1}{r_A^2} \right] \quad (4)$$

考虑地球引力场,并假定地球是均质圆球,由于  $r_A > R$ ,  $l \ll r_A$ ,因此,由式(4)得(保留到  $l/r_A$  的一阶项):

$$\Delta a = -\frac{GM}{r_A^2} \frac{2l}{r_A} \quad (5)$$

由上式给出的量是加速计系统  $A$  和  $B$  所能感受到的引力效应。不失一般性,假定自由落体发生在地面附近,则有  $GM/r_A^2 \approx 980 \text{Gal}$ 。于是,

$$\Delta a = -980 \frac{2l}{r_A} \quad (6)$$

若取  $l = 10 \text{cm}$ ,  $r_A = 6400 \text{km} = 6.4 \times 10^8 \text{cm}$ ,则有:

$$\Delta a = -980 \frac{2 \times 10}{6.4 \times 10^8} \approx 3 \times 10^{-2} \text{mGal}$$

若取  $l = 1 \text{cm}$ ,则相对加速度大约为  $3 \mu\text{Gal}$ 。可见,观测效应已相当大了,不可忽视。

## 3 基本原理

如果我们研究均质刚性圆球或球壳在球形引力场中的自由下落情况就会发现,尽管在圆球中或球壳上的任意两个单位质点会感受到不同的引力作用,也即它们具有不同的加速趋势,但整个圆球或球壳的平均加速度正好等于假想所论圆球或球壳的全部质量集中在球心时所具有的加速度。有关证明见文献[6]。

假定环绕地球的人造卫星是均质球壳,若不考虑非引力影响,那么,卫星作自由落体运动,正如同整个卫星的质量集中在其中心一样。如果加速计足够小,将其置于卫星中心,则加速计将感受不到引力作用。换句话说,将一个均质小球悬浮在卫星中心,它将感受不到引力作用。如果存在非引力作用,如空气阻尼或光压作用,卫星将由于非引力作用而改变运动状态。但悬浮在卫星中心的小球并不受上述非引力作用的影响(因为卫星外壳将空气阻尼或光压作用屏蔽了),其结果是,悬浮小球与卫星球壳之间将产生相对加速度,其大小正好反映了非引力效应的强度。

假定通过外部观测确定了卫星的加速度  $a$ ,通过内部监控测定了悬浮小球(相对于卫星球壳)的相对加速度  $a'$ ,则卫星中心所在处的引力加速度可表示为:

$$g = a + a' \quad (7)$$

即卫星中心所在处的引力场强度。这里需注意,  $a'$  是悬浮小球相对于卫星球壳的相对加速度,它与假想的靠外部观测手段获得的由非引力作用而

引起的加速度  $a''$  具有如下关系  $a' = a''$ 。但由于不能直接观测到  $a''$ ，因而采用式(7)的形式，其中  $a'$  是直接观测到的量。

## 4 讨论

如果在卫星内腔中(但在卫星中心)再对称地放进几个重力梯度仪，它们与卫星内壳固结，则可测定引力梯度，因为根据前面的讨论，卫星内腔中的引力场并非均匀的。根据引力梯度可以反求引力，以此与前面所说的按内外观测结合法定引力的式(7)进行对比，可望进一步精化引力场(重力场)模型。

## 参 考 文 献

1 Einstein A. Zur Allgemeinen Relativitätstheorie. Berlin;

Preuss. Akad. Wiss, 1915

2 Weinberg S. Gravitation and Cosmology. New York; John Wiley & Sons 1972

3 Shen W B, Moritz H. On the Separation of Gravitation and Inertia and the Determination of the Relativistic Gravity Field in the Case of Free Motion. Journal of Geodesy, 1996, 70: 633 ~ 644

4 Shen W B, Moritz H. On the Separation of Gravitation and Inertia in Airborne Gradiometry. Boll. di Geod. Sci. Affini, 1996, 55(2): 145 ~ 159

5 Shen W B, Ning J S, Liu J N, et al. Explorations on the Freely Falling Bodies. Private Communication, 2003 (in Chinese)

第一作者简介: 申文斌, 博士, 副教授。现主要从事大地测量、相对论大地测量以及地球物理等方面的教学及研究。

E-mail: wbshe@sgg. wtusm. edu. cn

# Separation Problem of Gravitation and Inertia of a Moving Carrier

SHEN Wenbin<sup>1</sup> NING Jinsheng<sup>1</sup> LIU Jingnan<sup>2</sup> CHAO Dingbo<sup>1</sup>

(1 Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education,  
Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

(2 Presidential Secretariate, Wuhan University, Luojia Hill, Wuhan, China, 430072)

**Abstract:** The basic principle of determining the earth's external gravity field by using artificial satellite and by applying the combining method of internal and external observations is presented.

**Key words:** satellite; gravitation; inertia; separation problem

**About the first author:** SHEN Wenbin, Ph. D. associate professor. His research interests include geodesy, relativistic geodesy and geophysics.  
E-mail: wbshe@sgg. wtusm. edu. cn