

基于分形理论的水系要素制图综合研究

何宗宜¹ 阮依香¹ 尹为利¹ 陈 涛¹

(1 武汉大学资源与环境科学学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘 要: 在研究水系要素具有分形现象的基础上, 提出了水系要素的分维数的确定方法, 并利用水系的分数维规律进行地图制图综合, 取得了较好的结果。

关键词: 分形; 水系; 制图综合

中图法分类号: P283.1; P283.7

1 地图制图中水系要素的分形

地图中的海岸线、河流都具有一定程度上的分形特点。用不同的特征量度来遍历这些曲线, 可以发现所截取的段数与步长存在幂函数的关系, 也就是说具有分形特点, 当然, 这个步距要在一定的范围内, 这个范围就是所谓的无标度区。曲线长度可以表示为:

$$L_n = r_n \times N_n$$

式中, r_n 为第 n 次变化的特征长度; N_n 为边的数目。又

$$N_n = C/r_n^D$$

故有: $L_n = C/(r_n)^{D-1}$

$$D = 1 + \ln(L_{n+1}/L_n)/\ln(r_n/r_{n+1})$$

式中, L_n 为第 n 次变化后图形的总长度; D 为无量纲常数。

2 水系要素分维数的确定

2.1 水系要素分维数的确定方法

经研究分析, 步距法比较适合水系要素分维数的确定。该方法的步骤如下。

1) 用不同的尺度(步距) r_i 去量测制图曲线 L , 得到相应的曲线长度 $L(r_i)$ ($i=1, 2, 3, \dots, n$);

2) 在 $\log\text{-}\log$ 双对数坐标系中, 用线性回归模型拟合点对 $(\log r_i, \log L(r_i))$, 得到:

$$\log L = A + B \times \log r$$

3) 由 $D = 1 - B$ 确定制图曲线的分维 D ;

4) 用线性回归系数

$$R = \frac{\sum[\ln r_i \times \ln L(r_i)]}{(\sum[\ln r_i]^2 \times \sum[\ln L(r_i)]^2)^{1/2}}$$

确定自相似程度。

2.2 系列比例尺地图上水系要素的维数量测与分析

为了寻求同一种地理要素在不同比例尺下的变化规律, 对我国东南部地区树枝状河流类型的三个河系, 即苏北泥质海岸(I)、福建沿海基岩海岸(II)、黄河三角洲海岸(III)的三段海岸线等的维数进行了量测, 笔者选用 1km, 2km, 3km, 4km, 5km 等 5 个步距来进行量测。量测数据及计算分析结果分别见表 1、表 2。从量测数据及计算结果可以看出。

① 用同一步距量测不同比例尺下的同一条河流或同一段海岸线, 比例尺越小, 所得到的维数越小, 综合过程是由复杂到简单的变化。

② 不同的比例尺下, 自相似性 R 也会随比例尺的变小而变小。

③ 河流的维数 D 在 1:20 万~1:50 万时, 出现显著的变化, 这正好说明我国 1:50 万地形图综合过大的事实。

3 分形分维在水系要素制图综合中的应用

3.1 分形分维在海岸线综合中的应用

海岸线的综合通常以弯曲的大小作为选取的

表1 河流维数量测数据及计算分析结果

Tab. 1 Measuring Data of Fractal Dimension of Rivers and Calculating Results

组号	比例尺	各步长测得数目(N)					维数(D)	自相似性程度
		1km	2km	3km	4km	5km		
I	1:5万	61	23	11	8	6	1.465 114	0.983 362
	1:10万	60	23	11	8	6	1.455 317	0.976 721
	1:20万	50	22	11	7	5	1.449 001	0.964 399
	1:50万	35	17	9	7	5	1.212 939	0.935 356
	1:100万	27	12	7	5	4	1.203 444	0.840 258
II	1:5万	56	22	11	6	5	1.557 087	0.981 706
	1:10万	55	21	11	6	5	1.538 795	0.974 703
	1:20万	54	20	10	6	5	1.528 261	0.961 908
	1:50万	24	11	7	5	3	1.235 492	0.932 851
	1:100万	17	8	5	4	2	1.231 242	0.832 704
III	1:5万	56	21	11	6	4	1.639 525	0.980 232
	1:10万	55	21	11	6	4	1.628 846	0.972 580
	1:20万	50	20	11	6	4	1.564 372	0.960 583
	1:50万	19	8	5	3	3	1.209 897	0.933 272
	1:100万	18	8	5	3	3	1.177 851	0.839 877

表2 海岸线维数量测数据及计算分析结果

Tab. 2 Measuring Data of Fractal Dimension of Coastlines and Calculating Results

组号	比例尺	各步长测得数目(N)					维数(D)	自相似性程度
		1km	2km	3km	4km	5km		
I	1:5万	33	14	8	6	5	1.197 498	0.987 089
	1:10万	33	14	8	6	5	1.197 498	0.981 450
	1:20万	33	14	8	6	5	1.197 498	0.971 085
	1:50万	32	14	8	6	5	1.179 259	0.936 781
	1:100万	32	14	8	6	5	1.179 259	0.936 781
II	1:10万	70	30	20	12	8	1.314 221	0.979 794
	1:20万	69	30	20	12	8	1.305 693	0.969 075
	1:50万	65	30	19	11	8	1.297 873	0.932 898
	1:100万	62	29	18	11	8	1.269 042	0.839 275
III	1:10万	64	28	16	11	8	1.292 405	0.980 180
	1:20万	62	27	16	11	8	1.267 637	0.969 992
	1:100万	62	25	15	11	8	1.260 681	0.934 419

标准。由于随着观测尺度和比例尺的变化,弯曲的数量也在不断变化,如果知道地图在某一比例尺下应该选取多少弯曲及相应地应当舍去多少弯曲,这无疑为解决地图制图综合的关键问题。

海岸线弯曲个数随着弯曲的长度的加呈递减变化,因而有:

$$n_A = Ne^{-\alpha X_A} \quad (1)$$

式中, N 为资料图上的海岸线弯曲总个数; X_A 为选取的指标; α 为弯曲系数; n_A 为新编图上应选取的弯曲个数。

α 作为衡量海岸线弯曲的参数,从另外一个角度看,它具有与 D 一样衡量海岸线复杂程度的性质。海岸线越复杂,弯曲的程度就越大,海岸线维数 D 值也就越大,由此可见海岸线的弯曲系数 α 与维数具有同一性。

一般来说, $0 < \alpha < 1$

而 $1 < D < 2$

有: $\alpha = D - 1$ 或 $D = \alpha + 1$

因此 $n_A = Ne^{-(D-1)X_A} \quad (2)$

用式(2)可以确定各比例尺不同海岸线应保留的弯曲数。计算分析的结果见表3。

从表3可以看出,用模型计算出的弯曲个数与实际选取的个数差别很小;个别误差较大,有可能是地图编制时综合程度偏大;所致大部分都在地图制图综合允许的误差范围内。可见分形分维制图综合模型可以用来确定海岸线弯曲的选取个数。

3.2 分形分维在河流制图综合中的应用

河流是地图的主要要素之一,河流选取的数量是制图综合中的关键问题,河流选取系

数也可以用下式来确定:

表 3 分维制图综合数学模型确定海岸线弯曲选取个数试验

Tab. 3 Selecting Numbers of Coastline Curves Determined by Fractal Cartographic Generation Maths Model

组号	比例尺	维数 D	弯曲选取的指标 X/mm	实际选取弯曲的个数	模型确定的弯曲个数	绝对误差
I	1:5 万	1.197 498		39		
	1:10 万	1.197 498	12	33	31	-2
	1:20 万	1.197 498	12	24	24	0
	1:50 万	1.179 259	12	17	20	+3
	1:100 万	1.179 259	12	12	16	+4
II	1:10 万	1.314 221		39		
	1:20 万	1.305 693	12	28	27	-1
	1:50 万	1.297 873	12	20	19	-1
	1:100 万	1.269 042	12	13	14	+1
III	1:10 万	1.292 405		62		
	1:20 万	1.267 637	12	47	45	-2
	1:50 万	1.260 691	12	31	33	+2

$$n_A = N e^{-\alpha L_A} \quad (3)$$

式中, n_A 为河流的选取条数; N 为资料图上的河流条数; α 为参数, 随河流的复杂程度变化; L_A 为河流的选取标准。 α 作为衡量河流的复杂程度, 它具有与河流的维数 D 一样的性质。 河流越复杂, α 越大, 同样河流的维数值 D 也就越大。

一般来说, $0 < \alpha < 1$

而 $1 < D < 2$

有 $\alpha = D - 1$

因此 $n_A = N e^{(1-D) L_A} \quad (4)$

用式(4)可以确定各比例尺下河流选取条数。

河流的选取标准依据河流的维数而定。 一般来说, 维数越高, 选取的标准越低。 但具体计算时, 必须根据比例尺, 将选取的标准变换为实际的尺寸, 单位是 km。 从表 4 中可以看到, 用分维制图综合数学模型确定的河流选取条数的理论值与图上量测的实际数值很接近。

4 相邻比例尺间维数的关系确定

在实际制图综合过程中, 仅知道维数在不同比例尺下的变化规律是不够的。 例如, 从 1:5 万

表 4 分维制图综合数学模型确定河流选取条数试验

Tab. 4 Selecting Numbers of Rivers Determined by Fractal Cartographic Generation Maths Model

组号	比例尺	维数 D	河流选取的指标	实际河流的条数	模型确定的条数	绝对误差
I	1:5 万	1.465 114	0.35	31		
	1:10 万	1.455 317	0.7	24	23	+1
	1:20 万	1.449 001	1.4	12	12	0
	1:50 万	1.212 939	3.5	5	6	-1
	1:100 万	1.203 444	7	1	1	0
II	1:5 万	1.557 087	0.3	40		
	1:10 万	1.538 795	0.6	30	29	+1
	1:20 万	1.528 261	1.2	15	15	0
	1:50 万	1.235 492	3	6	7	-1
III	1:100 万	1.231 242	6	2	2	0
	1:5 万	1.639 525	0.25	24		
	1:10 万	1.628 846	0.5	19	18	+1
III	1:20 万	1.564 372	1.0	11	10	+1
	1:50 万	1.209 897	2.5	5	6	-1
	1:100 万	1.177 851	5	1	2	-1

地图编 1:10 万地图, 根据式(4), 必须知道新编图 1:10 万上河流的维数, 实际上仅知道 1:5 万图上河流的维数。 这就需要寻找地理要素的维数 D 随比例尺变化的函数关系或者导出相邻比例尺下

维数的关系。

设综合前的比例尺分母为 M_1 , 曲线长为 L_1 , 维数为 D_1 , 综合后的比例尺分母为 M_2 , 曲线长为 L_2 , 维数为 D_2 , 则有

$$L_1 = c / (r_1)^{D_1 - 1}$$

$$L_2 = c / (r_2)^{D_2 - 1}$$

根据尺度的规律, 有:

$$r_1 / r_2 = M_1 / M_2$$

$$L_2 = L_1 \times (r_1)^{D_1 - 1} / (r_2)^{D_2 - 1}$$

$$r_2 = r_1 \times M_2 / M_1$$

所以,

$$L_2 = L_1 \times (r_1)^{D_1 - 1} / (r_2)^{D_2 - 1} \times (M_1 / M_2)^{D_2 - 1}$$

$$= L_1 \times r_1^{(D_1 - D_2)} \times (M_1 / M_2)^{D_2 - 1}$$

根据 Bockett 公式, 有:

$$L_2 = L_1 \times (M_2 / M_1)^{-0.017}$$

则有:

$$(M_1 / M_2)^{0.017} = r_1^{(D_1 - D_2)} \times (M_1 / M_2)^{D_2 - 1}$$

$$(M_1 / M_2)^{1.017 - D_2} = r_1^{(D_1 - D_2)}$$

两边取对数, 有:

$$1.017 \ln(M_1 / M_2) - D_2 \times \ln(M_1 / M_2) =$$

$$D_1 \times \ln r_1 - D_2 \times \ln r_1$$

$$D_2 = [D_1 \times \ln r_1 - 1.017 \ln(M_1 / M_2)] / [\ln r_1 - \ln(M_1 / M_2)]$$

根据综合前的比例尺分母 M_1 , 曲线长 L_1 , 维数 D_1 , 便可以确定惟一的 D_2 , 这样就解决了前面提出的问题。同时, L_2 可以由 L_1 确定; 当变化前的阈值 r_1 确定后, 由 D_2 和 L_2 便可以确定新编图上的阈值 r_2 , 从而实现阈值的自适应性确定。

5 利用分形分维原理改进道格拉斯插值算法

在实际的应用中, 知道了阈值确定的方法便可以具体的算法相联系来指导线状要素图形的综合。如道格拉斯法, 设步长用 r , 而阈值为 d , d 与长度同样具有分形性质, 所以可以用 d 来作为步长。用分形分维理论改进道格拉斯算法, 该算法的框图如图 1 所示。

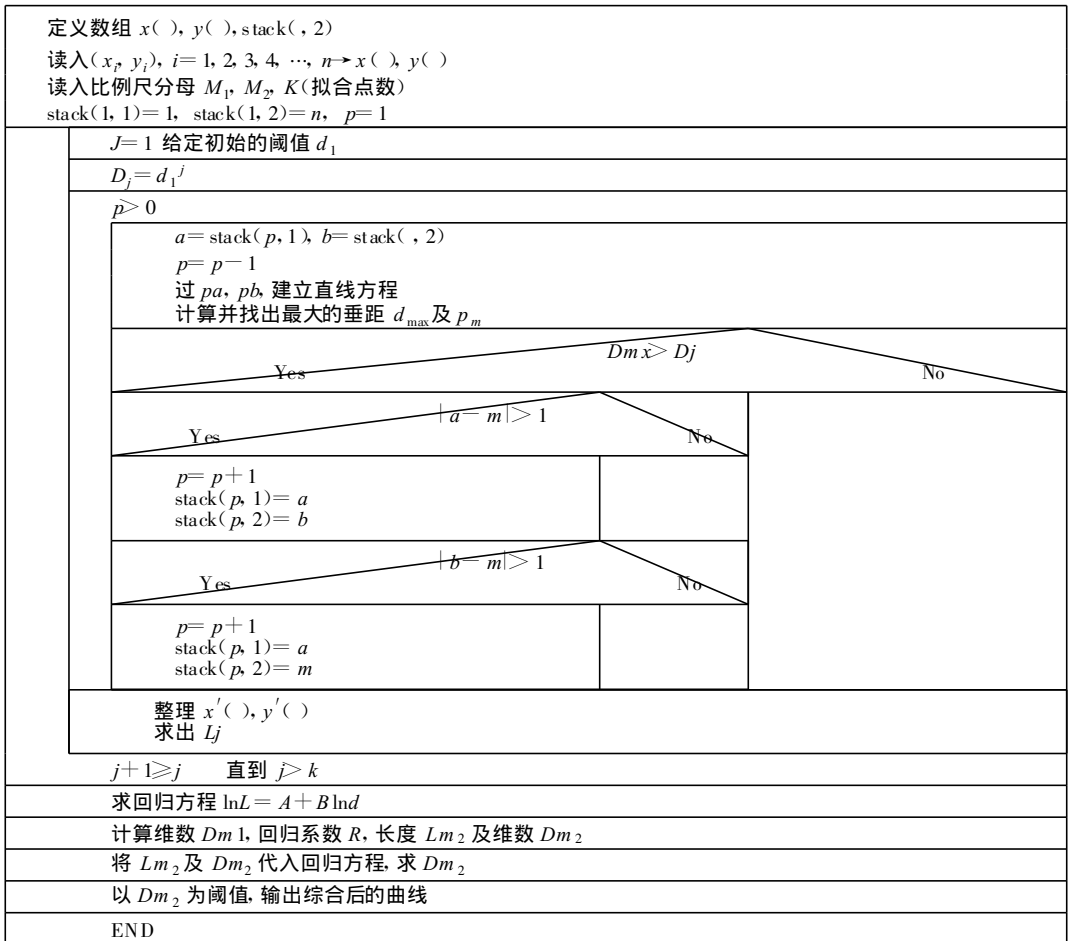


图 1 算法框图

Fig. 1 Diagram of Algorithm

图 2 是分别应用经典的道格拉斯算法综合的河流以及应用改进的道格拉斯算法综合的同一条

河流的结果。该河流是湖北省境内的某一河系的支流。原河流数据共有 432 个点, 地图比例尺为

1:10万, 综合到 1:25万。采用经典的道格拉斯算法综合后, 还剩下 55 个点; 采用改进的分形道格拉斯算法综合后, 还剩下 50 个点。试验结果表明, 此方法是可行的。



图2 用改进的道格拉斯算法综合河流试验

Fig. 2 Generalizing River Experiment Using Improved Douglas Algorithm by Fractal Geometry Theory

参 考 文 献

- 1 Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: W H Freeman and Company, 1983
- 2 Muller J C. Fractal Dimensions and Inconsistencies in Cartographic Line Representations. The Cartographic Journal 1986(23): 123 ~ 130
- 3 Lam N S-N, Quattrochi D A. On the Issues of Scale, Resolution and Fractal Analysis in the Mapping Sciences. Professional Geographer, 1992, 44(1): 88 ~ 99
- 4 Muller J C. Fractal and Automated Line Generalization. The Cartographic Journal, 1987, 24(1): 67 ~ 78
- 5 王 桥, 毋河海. 地图信息的分形描述与自动综合研究. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1998
- 6 Carstensen jr L W. A Fractal Analysis of Cartographic Generalization. The American Cartographer, 1989, 16(3): 56 ~ 65

作者简介: 何宗宜, 教授, 博士生导师。现主要从事地图学与 GIS 研究。主要成果有: 深圳市地图集的研制, 地图制图数学模型的研究。

E-mail: zongyihe@163.net

Cartographic Generalization of Hydrographic Feature Based on the Fractal Geometry

HE Zongyi¹ RUAN Yixiang¹ YIN Weili¹ CHEN Tao¹

(1 School of Resource and Environment Science, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract: This paper discusses the method for measuring the fractional dimension of hydrographic features. The fractional dimension of coastlines and rivers on the series scale topographic map is measured by using the method. The change regularity of the fractional dimension of hydrographic feature is found as follow:

1) The smaller the scale of the map is, the smaller the fractional dimension of hydrographic feature is.

2) The smaller the scale of the map is, the smaller the self-similarity is.

Coastlines and rivers on the map are generalized using the change regularity and fractal geometry. The result of the cartographic generalization is satisfactory.

Key words: fractal geometry; hydrographic feature; cartographic generalization

About the author: HE Zongyi, professor, Ph. D supervisor. He is engaged in the scientific research on cartography and GIS. His main Achievements are the research, research and mapmaking of "Atlas of Shenzhen City" and the research on the mathematical model of cartography. E-mail: zongyihe@163.net