

# 建立积木式三维工业测量系统的研究

冯文灏<sup>1</sup>

(1 武汉大学遥感信息工程学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

**摘要:** 提出相关技术, 以利用现有电子经纬仪(或全站仪)、标准尺和便携式计算机构成一种积木式三维工业测量系统。

**关键词:** 三维工业测量系统; 起始方向线; 内觇标; 平行光管法; 标准尺; 精度

**中图分类号:** P234.1

## 1 工业测量中起始方向线的定向方法

不同于常规工程测量, 工业测量两测角装置间的距离一般仅有数米, 目标点测量精度要求, 一般摆动在  $\pm(0.02 \sim 0.05 \sim 0.20)$ mm 之间, 所以起始方向线的定向精度要求很高。现有的两测角装置间起始方向线的定向方法有专用内标志法、平行光管法、旋转被测仪器法、对称目标法、后视定向点的作业方法以及附加标志法等。

## 2 惯用的基于点位移位的误差分析方法

三维工业测量系统的第三维坐标(高度  $Z$ )的测定精度基本受点位平面精度  $M_P$  的影响, 本文不讨论  $Z$  的测定。

依前方交会精度估算式, 忽略起始点误差, 未知点  $P$  的点位移位中误差  $M_P$  为:

$$M_P = \frac{m}{\rho} \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sin \gamma} \quad (1)$$

设  $a \approx b$ ,  $\gamma = 45^\circ$ , 则

$$M_P = \frac{2a}{\rho} m \quad (2)$$

不同测角中误差  $m$ 、不同未知点距离  $a$  及未知点  $P$  的中误差  $M_P$  的精度估算如表 1 所示。

可以看出, 在忽略起始点误差的情况下, 为满足  $\pm 0.05$ mm 的测定精度——测角精度  $\pm 0.5''$  时,

物距不得大于 10m; 测角精度为  $\pm 1''$  时, 物距不得大于 5m; 测角精度为  $\pm 2''$  时, 物距不得大于 2.5m。

表 1 精度估算/mm

Tab. 1 Accuracy Estimation

$m \setminus a$	2m	5m	10m	20m	50m
$2''$	0.038	0.097	0.194	0.388	0.970
$1''$	0.019	0.048	0.097	0.194	0.485
$0.5''$	0.010	0.024	0.048	0.097	0.242

工业测量中, 起始方向线的中误差  $m_{\delta_1}$ , 参照式(1), 将引起额外的点位移位中误差  $M_{dM_P}$ :

$$M_{dM_P} = \frac{m_{\delta_1} \sqrt{a^2 + b^2}}{\rho \sin \gamma} \quad (3)$$

所以, 起始方向线中误差  $m_{\delta_1}$ , 参照表 1, 会引起等量级的附加点位中误差。如  $m_{\delta_1} = \pm 2''$ , 对 5m 远目标, 将使  $M_{dM_P} = \pm 0.1$ mm; 如  $m_{\delta_1} = \pm 1''$ , 对 10m 远目标,  $M_{dM_P} \approx \pm 0.1$ mm。

## 3 等同向起始方向线误差引起的点位移位与图形变形

等同向起始方向线的定向方法, 是指达到起始方向线彼此平行但不重合的定向方法。常规的远距离工程测量未曾讨论过等同向起始方向线的误差及其影响问题, 但是在近距离(如仅为数米)的工业测量中, 使用“平行光管法”进行起始方向线定向, 可使定向精度提高, 操作上亦有可能。以下的推证可以说明等同向起始方向线的误

差,会引起被测目标的整体旋转与变形。

### 3.1 等大同向起始方向线误差引起的点位移位

依普通工程测量前方交会关系式,如图1所示,有待定点P的平面坐标关系式:

$$\left. \begin{aligned} X_P &= X_A + b \cos \alpha_{ap} = X_A + \frac{S \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \cos \alpha_{ap} \\ Y_P &= Y_A + b \sin \alpha_{ap} = Y_A + \frac{S \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \sin \alpha_{ap} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} dX_P &= \frac{S}{\sin(\alpha + \beta)} \left[ \cos \beta \cos \alpha_{ap} \frac{d\beta}{\rho} + \sin \beta (-\sin \alpha_{ap}) \frac{d\alpha_{ap}}{\rho} \right] = S \frac{\delta}{\rho} \cdot \frac{\cos \alpha_{ap} \cos \beta - \sin \alpha_{ap} \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \\ dY_P &= \frac{S}{\sin(\alpha + \beta)} \left[ \cos \beta \cos \alpha_{ap} \frac{d\beta}{\rho} + \sin \beta \cos \alpha_{ap} \frac{d\alpha_{ap}}{\rho} \right] = S \frac{\delta}{\rho} \cdot \frac{\sin \alpha_{ap} \cos \beta + \cos \alpha_{ap} \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

取测站A至测站B的方向为坐标系的Y轴,因  $\sin \alpha_{ap} = \cos \alpha$ ,  $\cos \alpha_{ap} = \sin \alpha$ , 故上式可简化为:

$$\left. \begin{aligned} dX_P &= S \frac{\delta \sin(\alpha - \beta)}{\rho \sin(\alpha + \beta)} \\ dY_P &= S \frac{\delta \cos(\alpha - \beta)}{\rho \sin(\alpha + \beta)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

以及点位总移位 dp:

$$dp = (dX_P^2 + dY_P^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{S \delta}{\sin \gamma \cdot \rho} \quad (8)$$

式(7)与式(8)分别表示等大同向起始方向线误差  $\delta$  引起的点位坐标误差 ( $dX_P, dY_P$ ) 以及点位总移位 dp。

### 3.2 等大同向起始方向线误差引起的图形变形

工业目标测定中,如以大型军用天线为例,人们仅关心此天线的形状与尺寸,而不关心它相对测角装置的绝对位置。现在分析等大同向起始方向误差引起的工业目标的图形变形。

设有一边长为 S 的正方形目标,其四角位置 ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) 如图1所示。一般的工业目标均应位于此方形目标之内,而且目标会更靠近测站(A, B), 以使交会角更好一些。经分析可知,当起始方向线存在误差  $\delta$  时,图形变到位置 ( $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4$ )。由于对 ( $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4$ ) 的位置并不关心,所以仅需要分析图形 ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) 与图形 ( $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4$ ) 的差别。

不难得知,此4个点的坐标变化量如表2所示,其中  $a = S \frac{\delta}{\rho}$ 。

经分析,变形后的图形 ( $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4$ ) 是一菱形,如图2所示。

1) 菱形边长 d (如  $P'_2P'_3$ , ) 与原正方形边长 S 无明显变化:

$$d = \sqrt{S^2 + a^2} \approx S \quad (9)$$

2) 菱形的长对角线  $l_1 = P'_1P'_3$  与短对角线

作业中,如起始方向线存在等大同向误差  $d\alpha_{ap}$ , 此方向误差  $\delta (= d\alpha_{ap})$  与引起的相应内角误差 ( $d\alpha$  与  $d\beta$ ) 应有关系:

$$\delta = -d\alpha = d\beta = d\alpha_{ap} \quad (5)$$

例如方位角  $\alpha_{ap}$  如有  $+1''$  变化,则  $\alpha$  角减小  $1''$ ,  $\beta$  角增大  $1''$ 。注意此关系,以  $\alpha_{ap}$  和  $\beta$  为变数对式(4)微分,有点位坐标移位置:

$l_2 = P'_2P'_4$  分别为:

表2 坐标变化量

Tab.2 Changes of Coordinates

	dX	dY
$P_1$	-a	-a
$P_2$	+a	-a
$P_3$	+a	-2a
$P_4$	-a	-2a

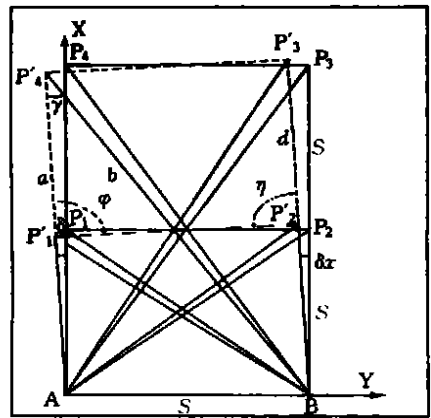


图1 点位移位和图形变形

Fig.1 Displacement of Points and Deformation of Figure

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= \sqrt{2S^2 + 2Sa + 5a^2} \approx \sqrt{2S(S + a)} \\ l_2 &= \sqrt{2S^2 - 2Sa + 5a^2} \approx \sqrt{2S(S - a)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

两对角线  $l_1$  与  $l_2$  的差值 dl 是:

$$|dl| = \left| \sqrt{2S^2 + 2Sa + 5a^2} - \sqrt{2S^2 - 2Sa + 5a^2} \right| \approx |\sqrt{2}a| \quad (11)$$

3) 因菱形各边长已知,可知菱形锐角  $\varphi$  与钝角  $\eta$  的表达式分别为:

$$\cos \varphi = -\frac{\delta}{\rho}, \cos \eta = \frac{\delta}{\rho} \quad (12)$$

当  $\delta = +2''$  时,  $\eta = 90^\circ 00' 02''$ ,  $\varphi = 89^\circ 59' 58''$ ,

所以菱形内角变化值与起始方向线误差  $\delta$  相同。

综上所述, 当  $\delta$  为小角时, 如图 2 所示, 边长为  $S$  的正方形, 变形为边长仍为  $S$  的菱形, 内角角值变化量与起始方向线的误差  $\delta$  相同, 两对角线长度的差值  $|d|$  是  $\sqrt{2} \frac{\delta}{\rho} S$ , 即  $\sqrt{2} a$ 。

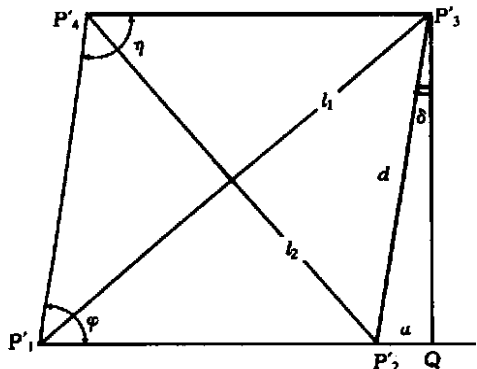


图 2 图形变形量

Fig. 2 Deformation of Figure

正方形  $P_1P_2P_3P_4$  变形为  $P'_1P'_2P'_3P'_4$ , 设点  $P'_3$  在边长  $P'_1P'_2$  上有垂足点  $Q$ 。距离  $P'_2Q = a$  是图形的最大变形量:

$$a = S \frac{\delta}{\rho} \quad (13)$$

转为中误差形式, 有:

$$m_a = S \frac{m_{\delta}}{\rho} \quad (14)$$

当按点位移中误差讨论起始方向线的中误差时, 依式(3)并参见图 1 有:

$$m_{\delta_1} = \frac{M_{dM_p} \sin \gamma}{\sqrt{a^2 + b^2}} \rho \quad (15)$$

按图形变形讨论等同向起始方向线的中误差  $m_{\delta_2}$ , 依式(14)有:

$$m_{\delta_2} = \frac{m_a \rho}{S} \quad (16)$$

设  $M_{dM_p} = m_a = \pm 0.05\text{mm}$ , 对 10m 远的未知点  $P'_4$ (如图 1),  $S = 5\,000\text{mm}$ ,  $a = 10\,000\text{mm}$ ,  $b = \sqrt{55\,000}\text{mm}$ ;  $\sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{5}}$ , 有:

$$m_{\delta_1} = \frac{0.05 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}}{\sqrt{10\,000^2 + 5 \times 5\,000^2}} \rho = \pm 0.31'' \quad (17)$$

$$m_{X_M}^2 = \left\{ \frac{S \sin \alpha \cos \alpha_{AM}}{\sin^2(\alpha + \beta)} \right\}^2 \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} + \left\{ b \sin \alpha_{AM} - \frac{S \sin \beta \cos(\alpha + \beta) \cos \alpha_{AM}}{\sin^2(\alpha + \beta)} \right\}^2 \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2}$$

$$m_{Y_M}^2 = \left\{ \frac{S \sin \alpha \cos \alpha_{AM}}{\sin^2(\alpha + \beta)} \right\}^2 \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} + \left\{ b \cos \alpha_{AM} + \frac{S \sin \beta \cos(\alpha + \beta) \sin \alpha_{AM}}{\sin^2(\alpha + \beta)} \right\}^2 \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} \quad (20)$$

$$m_{\delta_2} = \frac{0.05}{5\,000} \rho = \pm 2.06'' \quad (18)$$

可见, 用点位移误差  $M_{dM_p}$  来计算起始方向线的限差中误差  $m_{\delta_1}$ , 使用现今最好的测角仪器(如  $0.5''$  仪器), 已很难达到  $\pm 0.3''$  的精度要求。相反, 用图形变形理论计算等同向起始方向线的中误差  $m_{\delta_2}$ , 达到  $\pm 2.06''$  的精度则容易实现。

应补充说明的是, 用“平行光管法”达到起始方向线的彼此平行但不重合, 有无穷多个定向结果。为减小  $\delta$  值, 可先采用前述定向方法, 使值达到  $\pm(1 \sim 2)''$  的级别, 然后, 依十字丝的偏离大小与方向, 按“平行光管法”作业, 使  $\delta$  值进一步减小。

### 4 基于标准尺法的基线长的测定

两测站间基线长的测定, 包括两测站间高差的测定, 可借助标准尺的方法。

测定两测站  $A$  与  $B$  之间的长度  $S$  时, 如图 3 所示, 有坐标系  $A-XYZ$  及标准尺  $MN$ , 并存在以下关系:

$$S = S' \frac{L}{L'} = S' \frac{B_Y}{B'_Y} = S' \frac{B_X}{B'_X} = S' \frac{B_Z}{B'_Z} \quad (19)$$

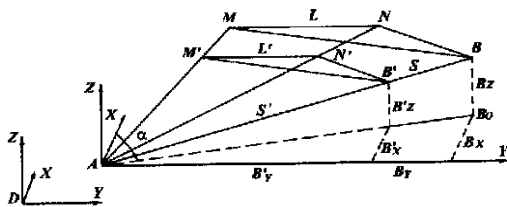


图 3 标准尺的应用

Fig. 3 Use of Standard Ruler

作为标准尺, 可选择 3m 长的钢瓦水准尺、日内瓦尺或其它线胀系数可容忍的长度量具。这些标准尺应经检定。放置标准尺的水平度要求并不十分严格, 因而操作简便。宜将标准尺  $MN$  大体放置在以  $AB$  为直径的圆上且与  $AB$  连线大体相平行, 如图 4 所示。如此操作, 可使交会角近于  $90^\circ$ , 视场内影像变形较小。

按前方交会精度估算式, 有点  $M$  的中误差为:

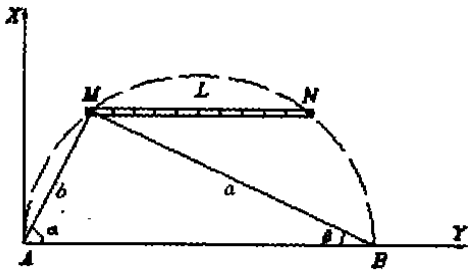


图4 标准尺的近似位置

Fig. 4 Approximate Position of Standard Ruler

如图4所示,影响MN的测定精度主要是 $m_{Y_M}$ ,故可忽略 $m_{X_M}$ 的影响,且考虑到 $\cos(\alpha + \beta) \approx 0$ ,  $\sin(\alpha + \beta) \approx 1$ ,故有:

$$m_{Y_M}^2 = \left( S \sin \alpha \sin \alpha_{AM} \right)^2 \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} + \left( b \cos \alpha_{AM} \right)^2 \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} \quad (21)$$

假设  $m = m_{\alpha} = m_{\beta}$  并顾及下列关系式:

$$b = \frac{S}{\sin(\alpha + \beta)} \sin \beta \approx S \sin \beta \approx S \cos \alpha$$

$$\sin \alpha_{AM} \approx \cos \alpha$$

$$\cos \alpha_{AM} \approx \sin \alpha$$

所以,式(21)中的 $m_{Y_M}$ 可简化为:

$$m_{Y_M} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{m_{\alpha}}{\rho} S \sin 2\alpha \quad (22)$$

即标准尺上点M的测定精度与角 $\alpha$ 的大小有关。

按此式,可知标准尺L的测定中误差 $m_L$ 受点M与点N的中误差影响:

$$m_L = \sqrt{m_{Y_N}^2 + m_{Y_M}^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{m_{\alpha}}{\rho} S \sqrt{\sin^2 2\alpha_N + \sin^2 2\alpha_M} \quad (23)$$

由于 $\alpha_N \approx 90^\circ - \alpha_M$ ,可得到非常简明的标准尺测定精度 $m_L$ 的估算式:

$$m_L = \frac{m_{\alpha}}{\rho} S \sin 2\alpha_M \quad (24)$$

设 $S = 2.4\text{m}$ ,  $L = 1.2\text{m}$ ,  $m_{\alpha} = \pm 1''$ ,依上述各式有以下数据供参考:

$$\alpha_M = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{2.4^2 - 1.2^2}}{2.4 - 1.2} \right\} = 60.0^\circ$$

$$\alpha_N = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{2.4^2 - 1.2^2}}{2.4 + 1.2} \right\} = 30.0^\circ$$

$$m_{Y_M} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\pm 1''}{206265} \cdot 2400 \sin(2 \times 60^\circ) = \pm 0.007\text{mm}$$

$$m_{Y_N} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\pm 1''}{206265} \cdot 2400 \sin(2 \times 30^\circ)$$

$$= \pm 0.007\text{mm}$$

$$m_L = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\pm 1''}{206265} \cdot 2400 \times$$

$$\sqrt{\sin^2(2 \times 60^\circ) + \sin^2(2 \times 30^\circ)} = \pm 0.01\text{mm} \quad (25)$$

而两测站间距S的测定精度 $m_s$ 为:

$$m_s = nm_L = 2m_L = \pm 0.02\text{mm}$$

当 $m_{\alpha} = \pm 0.5''$ 时,

$$m_L = \pm 0.012\text{mm}; m_s = \pm 0.025\text{mm}$$

当 $m_{\alpha} = \pm 2''$ 时,

$$m_L = \pm 0.020\text{mm}; m_s = \pm 0.100\text{mm}$$

设边长S为6000mm或9000mm,方向中误差 $m_{\alpha}$ 分别为 $\pm 2''$ ,  $\pm 1''$ 和 $0.5''$ ,则边长S的预期中误差 $m_s$ 如表3所示。

表3 边长预期中误差/mm  
Tab. 3 Prediction RMS of Sides

	6 000	9 000
$\pm 2''$	$\pm 0.100$	$\pm 0.246$
$\pm 1''$	$\pm 0.050$	$\pm 0.123$
$\pm 0.5''$	$\pm 0.025$	$\pm 0.062$

## 5 结论

1) 取代昂贵的进口三维工业测量系统,可利用现有的装备构成积木式三维工业测量系统,即利用现有的联机测角设备(如全站仪、电子经纬仪)、标准尺(如经检验的钢瓦水准尺)、便携机和配置的必要软件。

2) 平行光管法造成两测站起始方向线的等大同向误差,进而造成目标测量结果的整体移位与变形。但是,平行光管法是一种严谨的定向方法,在短距离的工业测量中可以顺利实施。而且,此方法造成的图形变形,对工业目标是可容忍的。这种方法的优点在于其定向限差比常规操作方法的限差宽松很多倍。

3) 可以使用其他定向方法完成三维工业测量,可以按相应的估算式,包括基线测定精度估算式以预测成果精度。

## 参 考 文 献

- 1 冯文灏. 工业测量中特高精度控制网的建立方法. 武汉测绘科技大学学报, 1999, 24(2): 119~123
- 2 冯文灏, 李建松, 李欣, 等. 用于工业部件检测与放样的特高精度工业控制网的建立. 测绘学报, 2000, 29(4): 362~368
- 3 李建松, 冯文灏, 李欣, 等. 大型钢结构部件的高精

度检测与放样系统. 钢结构, 2001, 16(5): 32~35

- 4 Feng W H, LI J S, LI X, et al. Establishment of 3D Control Network with Extra-high Accuracy for Inspecting and Setting out of Industrial Components. Selected Papers for English Edition, Acta Geodaetica et Cartography Sinica, 2000, 53~61
- 5 冯文灏, 郑文华. 工业测量中双测角装置间起始方向

线的定向方法. 测绘信息与工程, 2002(1): 1~3

作者简介: 冯文灏, 教授, 博士生导师。现主要从事近景摄影测量与特殊精密工业测量技术研究。代表成果: 立体视觉系统检校中引入约束条件的推演; 基于三旋转自由度激光经纬仪的结构光工业测量原理和工业测量中特高精度控制网的建立方法等。已发表论文 90 余篇。

E-mail: whfeng@wtusm.edu.cn

## Method for Setting Up a Three-Dimensional Industrial Surveying System of “Building Blocks Type”

FENG Wenhao<sup>1</sup>

(1 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

**Abstract:** Many three-dimensional industrial surveying systems imported from Switzerland and other countries are used in China. These systems are with high-prices and consists just of two electronic theodolites, a standard ruler and a online portable computer. In this paper some corresponding techniques are presented in order to set up a three-dimensional industrial surveying systems of “building blocks type”. Six orientation methods of initial direction between two angle-measurement equipment have been summarized and analyzed in the authors’ papers including this one. A technique to determine the distance between electronic using invar ruler is also described. Specially, the authors suggest using the “collimator method” of initial direction in industrial surveying extra-high accuracy. As we know that the “collimator method” leads to error of initial direction with “the equal and same direction character”. In this paper the detailed theory and equations of deformation of figure caused by the “collimator method” have been presented and listed. According the results of deduction in the paper, under the condition to meet the same accuracy of object point, the orientation limit error of initial direction much bigger than that of usual method. Therefore, we can set up a three-dimensional industrial surveying system of “building blocks type”, using one of six orientation initial directions.

**Key words:** three-dimensional industrial surveying system; initial direction; inner target; collimator method; standard ruler; accuracy

**About the author:** FENG Wenhao, professor, Ph.D supervisor. His chief research aspects involve technique of close-range photogrammetry and special industrial surveying. His typical achievements include an investigation into the theory and applications of structured light industrial surveying system based on laser theodolite with three freedom of rotation; deduction of constrains conditions in the calibration of stereo-vision, etc. He has published over 90 papers.

E-mail: whfeng@wtusm.edu.cn