

# 用拟准检定法探测和修复 GPS 数据中的粗差和周跳

韩保民<sup>1</sup> 欧吉坤<sup>1</sup> 柴艳菊<sup>1</sup>

(1 中国科学院测量与地球物理研究所, 武汉市徐东路 174 号, 430077)

**摘要:** 用粗差的拟准检定法来探测和修复 GPS 相位观测值中的粗差和周跳, 概述了用拟准检定法探测和修复周跳的数学模型, 并给出了具体实施步骤; 用两个算例验证了本文方法的可行性和有效性。

**关键词:** GPS 相位观测值; 粗差; 周跳; 探测和修复; 拟准检定法

中图法分类号: P228.41

周跳是载波相位观测值中特有的问题<sup>[1-4]</sup>, 它是提高定位精度的一个限制性因素。研究表明, 未被探测的周跳将主要被整周模糊度参数及接收机位置改正参数所吸收, 从而导致对这些参数的有偏估计。因此, 周跳的探测和修复是 GPS 相位数据处理中不可缺少的重要组成部分。只有消除了周跳的“干净”的相位数据, 才能用于精密定位。对于周跳探测和修复的研究, 方法很多, 例如多项式拟合法或高次差法可用来探测和修复比较大的周跳<sup>[2-4]</sup>; 在卫星间求差可用来探测和修复与卫星有关的周跳<sup>[3]</sup>; 根据平差后的残差可以发现和修复较小的周跳<sup>[3]</sup>; 也可以用双频 P 码伪距或根据电离层延迟变化来探测和修复周跳, 但这种方法只适用于双频接收机<sup>[2]</sup>; 另外, Collin 和 Warnant 利用小波变换来探测和修复周跳, 也取得较好的效果<sup>[5]</sup>, 但这种方法需要多个历元的数据; 对动态定位中粗差与周跳的探测, 则常用卡尔曼滤波的方法<sup>[6, 7]</sup>。

粗差的拟准检定法是一种辨识、定位并估算观测数据中粗差的新方法<sup>[8-12]</sup>。它以观测值的真误差为研究对象, 通过附加“拟准观测的真误差范数极小”的条件, 直接求解关于真误差的秩亏方程组; 依据真误差估值的分布特征(分群现象), 准确定位粗差, 然后估算粗差大小并予以修正。该方法的突出优点是: ①辨识粗差准确率高; ②能同时定位多个粗差。鉴于周跳探测和修复是建立在

粗差定位的基础上的, 所以本文尝试用拟准检定法来探测和修复 GPS 相位观测值中的周跳。本文采用最常用的相位双差观测值作为检测量序列, 用拟准检定法来探测和修复 GPS 相位观测值中的粗差和周跳。

## 1 数学模型

设线性化后的双差观测方程为:

$$AX + BN = L + \Delta \quad (1)$$

式中,  $A$  为  $n \times 3$  维系数矩阵( $n$  为观测值个数);  $X$  为三维未知点坐标改正值组成的向量,  $X = (\alpha, \beta, \gamma)^T$ ;  $N$  为  $k$  维整周模糊度向量( $k$  为模糊度个数);  $L$  为  $n$  维单频双差观测值向量;  $\Delta$  为  $n$  维真误差向量; 观测值的权阵为  $P$ 。令  $A = (A, B)$ ,  $X = (X, N)$ , 则双差观测方程可以写成:

$$AX = L + \Delta \quad (2)$$

其中,  $A$  为  $n \times m$  维( $m = k + 3$ )系数矩阵;  $X$  为  $m$  维待估参数向量, 其他符号意义同上。记  $R = I - A(A^T P A)^{-1} A^T P$ , 容易导出如下确定关系式:

$$R\Delta = -RL \quad (3)$$

由于  $R$  的秩为  $n - m$ , 是秩亏矩阵, 为此, 可选出  $r > m$  个拟准观测, 然后附加“拟准观测的真误差  $\Delta_r$  范数极小”的条件, 即

$$\|\Delta_r\|_P^2 = \Delta_r^T P \Delta_r = \min \quad (4)$$

此时取

$$G = G_Q = (0, A_r^T), P = P_Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & P_r \end{pmatrix} \quad \hat{\nabla}_Q = (C_b^T P R C_b)^{-1} C_b^T P R L \quad (7)$$

则附加条件可表示为:

$$G_Q P_Q \Delta_Q = A_r^T P_r \Delta_r = 0 \quad (5)$$

可由方程(3)求解真误差估值  $\Delta$ :

$$\Delta_Q = \begin{pmatrix} \Delta_r \\ \Delta_r \end{pmatrix} = - (R^T R + P_Q G_Q^T G_Q P_Q)^{-1} \cdot R^T R L \quad (6)$$

通过初选、复选拟准观测求得  $\Delta$  根据  $\Delta$  呈现明显分群的特征, 可以确定粗差或周跳的位置。假设第  $i$  个观测被判定含粗差或周跳, 可用一个  $n$  维单位向量  $e_i = (0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0)^T$  (第  $i$  个分量为 1, 其余为 0) 标记出来。如果找到  $b$  个粗差或周跳, 就得到  $b$  个  $n$  维单位向量  $e_j (j=1, 2, \dots, b)$ 。这  $b$  个单位向量可确定系数阵  $C_b$  的结构, 即  $C_b = (e_1, \dots, e_b)$ 。最后可用如下公式来估计粗差或周跳的大小:

## 2 算例分析

下面通过两个算例简要说明用拟准检定法探测和修复 GPS 相位观测中粗差和周跳的情况。

例 1 探测一个粗差和一个周跳的情况。

在一条长为 5 122.723m 基线上进行实验观测, 采样间隔为 15s, 截止高度角为  $15^\circ$ , 共观测了 200 个历元, 本文只取了其中的 5 个历元的观测数据。其中组成双差时的 5 个卫星对为 8-7、27-7、16-7、2-7 和 4-7。在第一历元的 4-7 卫星对上模拟了一个 0.12m 的粗差, 在第四历元的 8-7 卫星对上模拟了 1 周的周跳。由于周跳具有继承性, 因此在第五历元的 8-7 卫星对上也有 1 周的周跳(模拟值见表 1 的第 3 列)。

表 1 用拟准检定法检测一个粗差和一个周跳的结果

Tab. 1 Results of Detecting One Gross Error and One Cycle Slip by QUAD Method

No.	$L_0/m$	$\nabla/m$	$L/m$	No. 1	Class	$u_i$	No. 2	$ \Delta^{(1)} $	$ W^{(1)} $	No. 3	$ \Delta^{(2)} $	$ W^{(2)} $	$ W'' $
1	0.150	0.000	0.150	14	2	0.026	3	0.000	0.069	24	0.000	0.048	0.039
2	0.115	0.000	0.115	13	2	0.034	24	0.000	0.100	25	0.000	0.105	0.084
3	0.073	0.000	0.073	12	2	0.103	19	0.000	0.154	22	0.000	0.242	0.193
4	0.126	0.000	0.126	20	2	0.183	25	0.001	0.295	2	0.000	0.244	0.195
5	0.131	0.120	0.251	7	2	0.303	10	0.001	0.328	19	0.001	0.324	0.259
6	0.156	0.000	0.156	18	2	0.339	14	0.001	0.417	7	0.001	0.356	0.285
7	0.115	0.000	0.115	9	2	0.362	6	0.001	0.478	3	0.001	0.389	0.310
8	0.074	0.000	0.074	19	2	-0.384	20	0.001	0.544	4	0.001	0.389	0.311
9	0.125	0.000	0.125	8	2	0.420	8	0.002	0.578	20	0.001	0.461	0.368
10	0.129	0.000	0.129	17	2	-0.465	22	0.002	0.600	10	0.001	0.539	0.431
11	0.146	0.000	0.146	15	2	0.559	18	0.002	0.604	9	0.001	0.638	0.510
12	0.109	0.000	0.109	6	2	<u>0.758</u>	15	0.002	0.633	8	0.001	0.661	0.528
13	0.070	0.000	0.070	10	2	0.879	7	0.002	0.674	23	0.001	0.674	0.539
14	0.121	0.000	0.121	11	2	1.714	4	0.002	0.781	14	0.002	0.918	0.733
15	0.125	0.000	0.125	16	2	-1.864	9	0.002	0.810	1	0.002	1.012	0.809
16	0.147	0.190	0.337	1	1	0.224	2	0.002	0.827	15	0.002	1.030	0.823
17	0.117	0.000	0.117	2	1	0.755	13	0.002	0.943	13	0.002	1.203	0.961
18	0.074	0.000	0.074	3	1	-0.988	23	0.003	1.022	18	0.002	1.341	1.072
19	0.121	0.000	0.121	4	1	0.960	17	0.003	1.230	17	0.004	1.936	1.546
20	0.127	0.000	0.127	5	1	-1.795	12	0.004	1.665	11	0.004	2.459	1.964
21	0.143	0.190	0.333	21	1	-1.032	1	<u>0.006</u>	<u>2.332</u>	12	0.005	2.558	2.043
22	0.113	0.000	0.113	22	1	-0.690	11	0.008	3.152	6	<u>0.005</u>	<u>2.817</u>	<u>2.250</u>
23	0.069	0.000	0.069	23	1	1.044	5	0.121	46.515	5	0.122	67.060	53.565
24	0.121	0.000	0.121	24	1	-0.963	21	0.182	69.745	21	0.185	101.951	81.434
25	0.125	0.000	0.125	25	1	-0.173	16	0.185	71.059	16	0.189	103.907	82.997
						$r=13$		$r=22$			$r=22$		

注: No. 表示观测值序号, No. 1、No. 2、No. 3 分别表示重新排序后的观测值序号,  $r$  为拟准观测个数。

1) 初选拟准观测。先求出残差  $V = -RL$ , 然后计算分类指标, 将观测值分成 4 类(具体分类标准参考文献[10]、文献[12]), 其中, “0”类观测含粗差的可能性很大, 不宜选作拟准观测; “1”类观测的结构差, 可能是强影响点, 也不选入拟准观

测。“3”类观测含粗差的可能性小, 可优先选作拟准观测。除上述三类特殊情况, 其余观测均归入“2”类。此类观测中, 应视具体情况, 标准化最小二乘残差  $u_i$  较小的可选入拟准观测。本例中考虑到“2”类观测中  $|u_{10}|$  与  $|u_{11}|$  之间有较明显差

异,初选拟准观测为  $l_{14}, l_{13}, \dots, l_{10}$  共 13 个,见表 1 中第 7 列的横线上部分。按式(6)计算出真误差估值  $\Delta$ , 并计算另一个反映拟准观测分类指标  $W_i^I, W_i^I = \Delta_i / C_1$ , 其中  $C_1 = 1.483 \text{ med} |\Delta_i| (i = 1, \dots, n)$ 。

2) 复选拟准观测。根据  $|\Delta|$  和  $|W_i^{I(1)}|$  可以发现,  $|\Delta_{11}|$  和  $|\Delta_{15}|, |W_{11}^{I(1)}|$  与  $|W_5^{I(1)}|$  之间有分群现象, 这时复选拟准观测为 22, 计算  $|\Delta^{(2)}|$  和  $|W_i^{I(2)}|$ , 此时分群更明显; 复选拟准观测仍选为 22, 然后计算指标  $W_i^{II} = \Delta_i / C_3$ , 其中  $C_3 = \sqrt{\Delta_i^T \Delta_i / (r-1)}$ ,  $r$  为拟准观测数。

3) 结果分析。从最后求得的  $W_i^{I(2)}$  和  $W_i^{II}$  可知, 后面三个真误差估值对应的  $W_i^{I(2)}$  和  $W_i^{II}$  远远大于其他值, 存在明显分群现象, 可以认为它们确实存在粗差或周跳。从按式(7)计算的粗差估值来看, 它们的结果和模拟值很接近, 只要从观测值中减去这些估值就能达到修复周跳的目的。至此, 本算例模拟的 1 个粗差和 1 个周跳都被探测出来, 并得到修正。有关计算结果见表 1、图 1。

表 1 每 5 个观测值为一个历元;  $L_0$  为没有周跳的观测值;  $\nabla$  为模拟的粗差和周跳, 令  $L = L_0 + \nabla$ ,  $L$  表示含粗差或周跳的双差观测值。从图 1 中可看出, 经过初选和复选拟准观测值, 真误差估值分群的现象表现得很突出, 含粗差或周跳的真误差估值明显离群漂浮到上面, 而其他没有“问题”的真误差估值则沉到底下。图 1 中,  $\Delta$  为真误差估值;  $W^I$  为反映拟准观测分群的一个指标。

例 2 探测多个粗差和多个周跳的情况。

实验条件及所采用的数据同例 1。假设在第一历元 4-7 卫星对上有 0.12m 的粗差, 另外, 还在第三历元的 2-7 卫星对、第五历元的 4-7 卫星对上分别模拟了 0.15m 和 0.22m 的粗差, 在第 4 历元的 8-7 和 27-7 卫星对上分别模拟了 1 周的周跳。由于周跳的继承性, 在随后的 1 个历元的相应的卫星对上也都 1 周的周跳。仿照例 1 的 3 个步骤, 经一次初选和两次复选后, 模拟的 3 个粗差和 2 个周跳都被定位出来, 其估值也都很接近模拟值。有关计算及结果见表 2、图 2。

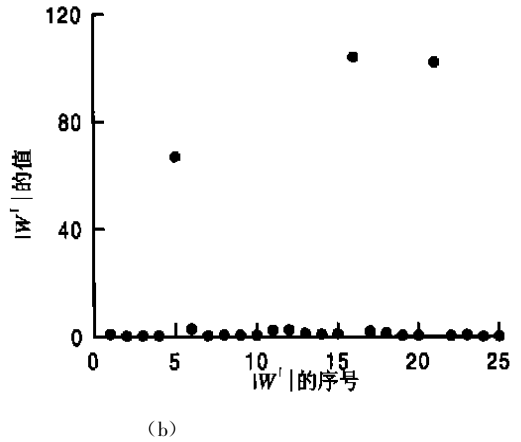
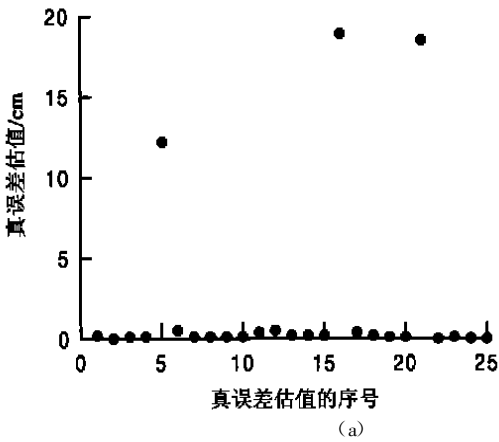


图 1 用拟准检定法检测一个粗差和一个周跳的结果示意图

Fig. 1 Illustration of Detecting One Gross Error and One Cycle Slip by QUAD Method

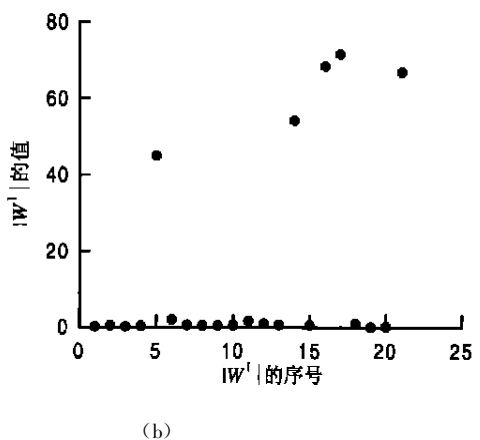
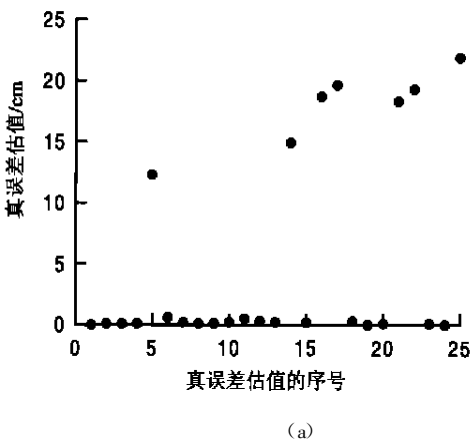


图 2 用拟准检定法检测多个粗差和周跳的结果示意图

Fig. 2 Illustration of Detecting Multiple Gross Error and Cycle Slip by QUAD Method

表 2 用拟准检定法检测多个粗差和周跳的结果

Tab. 2 Results of Detecting Multiple Gross Error and Cycle Slip by QUAD Method

No.	$L_0/m$	$\nabla/m$	$L/m$	No. 1	Class	$u_i$	No. 2	$ \Delta^{(1)} $	$ W^{(1)} $	No. 3	$ \Delta^{(2)} $	$ W^{(2)} $	$ W^{(3)} $
1	0.150	0.000	0.150	18	2	0.010	19	0.000	0.095	19	0.000	0.046	0.056
2	0.115	0.000	0.115	13	2	0.017	3	0.001	0.123	24	0.000	0.158	0.190
3	0.073	0.000	0.073	8	2	-0.045	20	0.001	0.167	1	0.000	0.175	0.210
4	0.126	0.000	0.126	19	2	0.233	24	0.001	0.187	3	0.001	0.198	0.238
5	0.131	0.120	0.251	9	2	0.311	8	0.001	0.238	20	0.001	0.203	0.245
6	0.156	0.000	0.156	6	2	0.537	15	0.002	0.309	23	0.001	0.319	0.384
7	0.115	0.000	0.115	20	2	0.585	23	0.002	0.326	4	0.001	0.326	0.393
8	0.074	0.000	0.074	15	2	0.609	10	0.002	0.337	2	0.001	0.445	0.536
9	0.125	0.000	0.125	10	2	0.642	18	0.002	0.430	8	0.001	0.510	0.614
10	0.129	0.000	0.129	11	2	0.687	13	0.002	0.473	9	0.001	0.521	0.627
11	0.146	0.000	0.146	12	2	0.701	12	0.003	0.583	15	0.002	0.589	0.708
12	0.109	0.000	0.109	7	2	<u>0.720</u>	9	0.003	0.652	10	0.002	0.639	0.769
13	0.070	0.000	0.070	16	2	-0.957	1	0.003	0.674	7	0.002	0.674	0.811
14	0.121	0.150	0.271	14	2	-1.031	7	0.003	0.694	13	0.002	0.704	0.847
15	0.125	0.000	0.125	17	2	-1.107	4	0.004	0.705	12	0.003	0.993	1.195
16	0.147	0.190	0.337	1	1	0.617	11	0.004	0.808	18	0.003	1.004	1.208
17	0.117	0.190	0.307	2	1	0.851	2	0.004	0.869	11	0.005	1.710	2.057
18	0.074	0.000	0.074	3	1	-0.078	6	<u>0.005</u>	<u>0.919</u>	6	<u>0.006</u>	<u>2.011</u>	<u>2.420</u>
19	0.121	0.000	0.121	4	1	0.452	5	0.123	24.638	5	0.123	44.925	54.050
20	0.127	0.000	0.127	5	1	-0.511	14	0.149	29.991	14	0.149	54.282	65.308
21	0.143	0.190	0.333	21	1	-0.957	21	0.188	37.632	21	0.183	66.912	80.504
22	0.113	0.190	0.303	22	1	-1.215	22	0.189	38.032	16	0.187	68.449	82.353
23	0.069	0.000	0.069	23	1	0.099	16	0.190	38.130	22	0.193	70.433	84.741
24	0.121	0.000	0.121	24	1	0.228	17	0.194	39.028	17	0.196	71.621	86.169
25	0.125	0.220	0.345	25	1	-1.717	25	0.219	44.046	25	0.219	79.940	96.178
							$r=12$			$r=18$			$r=18$

注: No. 表示观测值序号, No. 1、No. 2、No. 3 分别表示重新排序后的观测值序号,  $r$  为拟准观测个数。

### 3 结 论

从以上算例结果可以看出, 用粗差的拟准检定法探测 GPS 相位数据中的粗差和周跳有以下特点: ①适合于单频接收机; ②如果拟准观测选择正确, 利用真误差呈现明显分群现象的特点, 可以同时准确地探测出 GPS 相位观测值中的粗差或周跳, 并对它们作出比较准确的估计与修正; ③可探测几个历元的相位观测值中的粗差和周跳, 这对快速定位的数据质量控制有着非常重要的意义。

限于篇幅, 本文没有和其他方法作比较。但应该指出的是, 像本文这样仅利用 5 个历元的观测值, 用小波方法和常用的多项式拟合法来探测粗差和周跳是很困难的。

### 参 考 文 献

- 1 周忠谟, 易杰军, 周 琪. GPS 卫星测量原理与应用. 北京: 测绘出版社, 1992
- 2 魏子卿, 葛茂荣. GPS 相对定位的数学模型. 北京: 测绘出版社, 1998

- 3 刘基余, 李征航, 王跃虎. 全球定位系统原理及其应用. 北京: 测绘出版社, 1993
- 4 Hofmannr Wellenhof B, Lichtenegger H, Collins J. Global Positioning System, Theory and Practice(Fourth Revised Edition). New York: Springer Verlag, 1994
- 5 Collin F, Warrant R. Application of the Wavelet Transform for GPS Cycle Slip Correction and Comparison with Kalman Filtering. Manuscripta Geodætica, 1995, 20: 161 ~ 172
- 6 Mertikas S P, Rizos C. Onrline Detection of Abrupt Changes in the Carrier-phase Measurements of GPS. Journal of Geodesy, 1997, 71: 469 ~ 482
- 7 Bastos L, Landau H. Fixing Cycle Slips in Dual-frequency Kinematic GPS-applications Using Kalman Filtering. Manuscripta Geodaetica, 1988, 13: 249~ 256
- 8 欧吉坤. 一种检测粗差的新方法——拟准检定法. 科学通报, 1999, 44(16): 1 777 ~ 1 781
- 9 欧吉坤. 粗差的拟准检定法(QUAD 法). 测绘学报, 1999, 28(1): 15 ~ 20
- 10 欧吉坤. 余差、真误差与粗差的拟准检定法. 武汉测绘科技大学学报, 1999, 23(增刊): 15 ~ 17
- 11 柴艳菊, 欧吉坤. 粗差拟准检定法的实施方案设计. 测绘工程, 2001, 10(1): 19 ~ 22
- 12 欧吉坤. 论真误差拟准解的基本特性. 测绘学报,

1999, 28(2): 144~147

低轨卫星精密定轨等方面研究。

E-mail: hanbm@hotmail.com

作者简介: 韩保民, 博士生。主要从事 GPS 快速定位、星载 GPS

## Detecting and Repairing the Gross Errors and Cycle Slips by QUAD Method

*HAN Baomin<sup>1</sup> OU Jikun<sup>1</sup> CHAI Yanju<sup>1</sup>*

(1 Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 174 Xudong Road, Wuhan, China 430077)

**Abstract:** The cycle slip is a peculiar question in the GPS carrier-phase observations. Since the cycle slips that have not been detected are mainly absorbed by the integer ambiguity parameters and receiver position corrections and can lead to the biased estimates for those integer ambiguity parameters, therefore, the detection and repair of cycle slips in carrier-phase data are two major quality-control problems that need to be addressed. There are many methods for detecting and repairing the cycle slips. For example, the polynomial fitting method for detecting the relative big cycle slips is often used. The differences between satellites can detect and repair the cycle slips that related to the satellites. In addition, the smaller cycle slips can be detected and repaired according to the residues obtained after adjustment, and so on. The method called “quasi-accurate detection of gross errors (QUAD)” takes real errors of observations as object to be studied; it can simultaneously detect, locate multiple gross errors in surveying data, estimate their values and accuracies and then correct them. Seeing that the principle of detecting and repairing cycle slips is based on the location of gross error, the QUAD method is introduced to detect and repair the cycle slips in GPS carrier-phase data in this paper. The mathematics model is summarized at first. Then detailed implementation procedure is presented. At last, two numerical examples are given out to illustrate the feasibility and validity of this method. The results show that: ① the method is fit for single-frequency as well as for dual-frequency; ② if the quasi-accurate observations have been selected correctly, the “hive off” phenomena of real errors are very distinct. Thus using QUAD method for detecting gross errors and cycle slips is very direct and accurate, the gross errors and cycle slips can be detected simultaneously and the estimators of detected gross errors and cycle slips are relatively close to the simulation values as well; ③ gross errors and cycle slips can be detected by using very few epochs which is vitally important to the data quality control for Rapid Positioning.

**Key words:** GPS carrier-phase observation; gross error; cycle slip; detection and repair; QUAD method

---

**About the author:** HAN Baomin, Ph. D candidate. His research interests are in rapid GPS positioning and GPS-based orbit determination for low-earth satellites.

E-mail: hanbm@hotmail.com