

利用 WAVELAB 开发小波应用程序的研究

樊启斌¹ 李虹² 张根寿³

(1 武汉大学数学与统计学院, 武汉市珞珈山, 430072)

(2 武汉大学光电信息工程学院, 武汉市珞瑜路 129 号, 430079)

(3 武汉大学资源与环境科学学院, 武汉市珞珈山, 430072)

摘要: 论述了小波分析软件 WAVELAB 的系统构成, 分析了该软件的开发环境, 研究了利用该软件开发 MATLAB 小波应用程序的问题, 并给出了以 Lena 图像为实例的小波压缩编码程序及其运行结果。结果表明, 利用 WAVELAB 开发小波应用软件是可行的。

关键词: 小波分析; 图像编码; WAVELAB; 应用程序
中图法分类号: TP317; TP309.52

小波分析在时域和频域同时具有良好的局部化特性, 已被广泛应用于信号与图像处理、机器视觉、量子场论、地震预报、数值分析等众多领域^[1, 2, 3]。实践证明, 小波分析作为一种新的数学工具和信号处理方法, 与 Fourier 分析相比, 产生了质的飞跃, 效果显著, 具有十分广阔的应用前景。

至今已经涌现出了大量的小波分析软件^[4, 5], 许多优秀的科学计算软件如 MATLAB、MATHCAD、MATHEMATICA 等都先后在新的版本中增加了小波分析功能, 还有一些具有专业特色的大型应用软件, 如遥感图像处理系统 ER Mapper 也集成了小波图像压缩系统^[6]。然而, 对于日益增长的信号与图像处理技术以及不同领域的小波研究的需要, 开发出新的具有自身特点的各种小波分析软件仍然是必要的。本文首先论述了小波分析软件 WAVELAB 的系统构成, 然后分析了该软件的开发环境, 最后研究了利用该软件开发 MATLAB 小波应用程序的问题, 并给出了一个 Lena 图像小波压缩编码程序及其运行结果。

1 WAVELAB 的系统构成

WAVELAB(Wavelet laboratory)是利用当今国内外广为流行的科学计算可视化软件 MAT-

LAB 语言^[7]编写的, 包括 1 300 多个文件与 50 多个子目录, 基本涵盖了小波分析、小波包分析、余弦包(cosine packet)分析、时频分析以及匹配追踪(matching pursuit)等小波研究的主要内容, 可在 MS-Windows、UNIX、Macintosh 等 3 种不同的软件平台上运行。WAVELAB 大体上由 5 个独具特色的部分构成。

1) 交互浏览(Browser)

对于一维信号的小波分析, WAVELAB 为用户提供了一个面向对象的交互式浏览器。在这里, 用户对于原始数据、信号、噪声类型、小波基以及分析内容等多种参数可在系统允许的条件下做出不同的选择。例如, 对于分析内容一项, 可在绘制小波变换图形、多分辨率分析图形、绘制离散余弦变换图形、小波包分析、余弦包分析、信号除噪等 6 个方面进行灵活的选择。

2) 卡通指导(Toons)

这部分包括 100 多个脚本(Script)文件, 内容十分丰富, 涉及到小波基、信号的小波分解与重构、小波快速算法、小波图像压缩、小波除噪、余弦包分析、匹配追踪以及分形信号的小波变换等。

3) 小波书籍(Books)

WAVELAB 为小波文献[2]中的全部算法提供了完整的程序代码和实际例子, 并且精心制作了相应的全部图形。

4) 数据集 (Datasets)

WAVELAB 为用户提供了一批较有影响的图像数据, 每一图像数据都附有图像大小、灰度级、图像来源以及调用格式等信息, 用户可通过浏览相应的文本文件获取这些信息, 在调用这些图像数据后, 这些信息也显示在计算机屏幕上。此外, WAVELAB 还提供了 10 多套具有一定代表性的一维信号数据, 这些数据大都来自于一些著名的研究机构和实验室, 其中有的是由 Mallat、Coifman 等专家所提供。

5) 实例演示 (Demos)

斯坦福大学 David Donoho 博士等小波研究人员自 1992 年以来取得了一系列重要的研究成果, 发表了一批较有影响的研究论文。WAVELAB 将其中有代表性的 12 篇论文^[8]的全部算法实现以及图形生成等功能都集成在“实例演示 (Demos)”这一子目录下。

2 WAVELAB 的开发环境

WAVELAB 采用全模块设计, 功能强大、界面直观、操作简单, 直接链接装在 MATLAB 系统环境下, 且无需编译及联结即能执行, 能够满足众多小波研究领域的需求, 同时也为小波分析及其应用的研究提供了良好的软件开发环境。

1) 图形图像处理, 广博灵活的可视分析资源

WAVELAB 具有灵活的图形图像处理功能与广博的可视分析资源, 可以方便迅速地利用图形、图像、声音、动画等多媒体技术直接表述数值计算结果, 可以选择不同的坐标系, 可以设置颜色、线型、视角等, 可以在图中加上比例尺、标题等标记, 也可以在程序运行结束后控制图形句柄、改变图形标记等。用户还可以将 WAVELAB 所生成的图形嵌入到 Word 文件中, 完成图文并茂的科研论文。

2) 应用程序接口, 延伸开放的系统架构特征

WAVELAB 提供了方便的应用程序接口 (API), 用户在 WAVELAB 环境下借助于 MATLAB 的 API 接口指令, 可以直接调用已经编译过的 C 和 Fortran 子程序, 可以在 WAVELAB 和其他应用程序之间建立客户机/服务器关系。同样, 在 C 和 Fortran 程序中, 也可以直接调用 WAVELAB 的函数或命令, 直接读写 WAVELAB 的 MAT 数据文件, 或者将 WAVELAB 当作计算引擎使用。

3) 便于研究创新、自由扩展的软件开发环境

WAVELAB 不仅为小波及其应用的研究提

供了系统建模、算法验证、数据分析与可视化等强大的功能, 而且具有支持用户自由地进行第二次开发的可扩展性特征。WAVELAB 容许用户接触它的程序代码, 更新现有库函数, 甚至加入自己的函数。用户开发的小波应用程序, 既可以作为新的函数添加到 WAVELAB 相应的子目录中, 也可与 WAVELAB 独立地封装, 扩充为 MATLAB 新的工具箱。

4) 内部函数丰富, 易学易用的在线帮助系统

WAVELAB 提供了丰富的小波分析库函数, 分别封装在 50 多个子目录中。每个子目录都提供了一个 Contents 文件, 描述该子目录的小波分析内容、研制时间以及所包含的全部文件的名称及其功能。每个函数文件和脚本文件都提供了在线帮助、相应算法的源代码。用户可以在 MATLAB 环境下“在线”学习 WAVELAB 的各种函数的用法及其内涵。

WAVELAB 是非商业性软件, 用户可直接访问 WAVELAB 的 Internet 网站^[8], 下载整个系统的全部源代码, 还可获得系统安装与启动、系统手册、系统维护与扩展、版本更新等更丰富的信息。

3 WAVELAB 的应用实例

1) 图像的多分辨率塔式分解

设空间 $L^2(R)$ 的一列闭子空间 $\{V_j\}_{j \in \mathbf{Z}}$ 是 $L^2(R)$ 的一个多分辨率分析 (MRA), V_j 是张量积, 即 $V_j = V_j \otimes V_j$, 则 $\{V_j\}$ 是空间 $L^2(R^2)$ 的一个多分辨率分析^[9,10], 相应的尺度函数为 $\Phi(x, y) = \varphi(x)\varphi(y)$, 其中 φ 是一维多分辨率分析的尺度函数。由 $\Phi(x, y)$ 的伸缩与平移所生成的函数族

$$\Phi_{j, m, n}(x, y) = 2^j \varphi(2^j x - m) \varphi(2^j x - n),$$

$$m, n \in \mathbf{Z}^2 \quad (1)$$

构成 V_j 的标准正交基。又设 $\psi(x)$ 是与 $\varphi(x)$ 对应的一维小波函数, $\Psi^{(1)}(x, y) = \varphi(x)\psi(y)$, $\Psi^{(2)}(x, y) = \psi(x)\varphi(y)$, $\Psi^{(3)}(x, y) = \psi(x) \cdot \psi(y)$ 是 3 个二维小波函数, 由它们伸缩、平移生成的函数族

$$\Psi_{j, m, n}^{(1)}(x, y) = 2^j \varphi(2^j x - m) \psi(2^j x - n)$$

$$\Psi_{j, m, n}^{(2)}(x, y) = 2^j \psi(2^j x - m) \varphi(2^j x - n)$$

$$\Psi_{j, m, n}^{(3)}(x, y) = 2^j \psi(2^j x - m) \psi(2^j x - n)$$

$$m, n \in \mathbf{Z}^2$$

构成 W_j 的标准正交基, $\{\Psi_{j, m, n}^{(1)}, \Psi_{j, m, n}^{(2)}, \Psi_{j, m, n}^{(3)}\}$ 构成 $L^2(R^2)$ 的标准正交基^[2]。这里,

W_j 是 V_j 在 V_{j+1} 中的正交补, 即

$$W_j \oplus V_j = V_{j+1}, \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j = L^2(\mathbb{R}^2) \quad (3)$$

设原始图像为 $f_0(m, n)$, 大小为 $N \times N$, 并假设 $f_0(m, n)$ 为能量有限可测函数 $f(x, y) \in L^2(\mathbb{R}^2)$ 在分辨率 2^0 下的离散近似值, 记为 $A_0 f$ 。根据 Mallat 算法^[2, 11], 可利用式(1)的尺度函数和式(2)的 3 个小波函数, 将 $A_0 f$ 分解为 1 个低频图像和 3 个高频细节图像, 分别记为 $A_{-1} f$ 、 $D_{-1}^1 f$ 、 $D_{-1}^2 f$ 、 $D_{-1}^3 f$, 其大小均为 $\frac{1}{2} N \times \frac{1}{2} N$ 。这里的 $A_{-1} f$ 可以看成是 $f(x, y)$ 在分辨率 2^{-1} 下的离散近似值, 它又可以进一步分解为 $A_{-2} f$ 、 $D_{-2}^1 f$ 、 $D_{-2}^2 f$ 、 $D_{-2}^3 f$ 。如此类推, 可对图像进行多级小波分解。图 1 给出了原始图像被分解为三级多分辨率子带图像的示意图。反之, 根据小波逆变换, 由图 1 所示的各子带图像可以合成为原始图像 $A_0 f$, 即 $f_0(m, n)$ 。

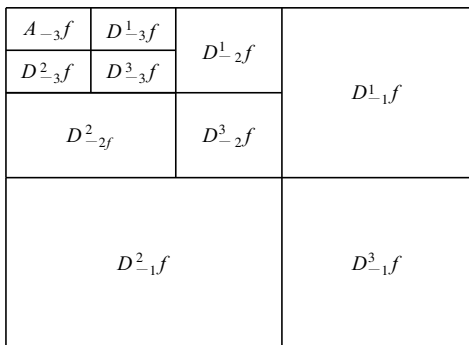


图 1 图像的多分辨率塔式分解

Fig. 1 Pyramidal Decomposition for Resolution Image

2) 小波系数的压缩编码

以 Lena 图像为例, 采用 Coiflet 小波基, 先对原始图像进行小波变换, 再对变换后的图像进行压缩编码, 最后利用小波逆变换重构图像。要求输出原始 Lena 图像、小波变换图像、重建图像以及离散余弦变换(DCT)压缩结果等可视化对象。笔者在 WAVELAB 的基础上编写了一个简单的 MATLAB 程序:

```
% LENA Image Compression Program
lena=ReadImage('Lenna');
subplot(221)
```

```
Gray Image(lena);
```

```
% Take LENA into the Wavelet Domain
```

```
qmf=MakeONFilter('Coiflet', 2);
```

```
wlena=FWT2-PO(lena, 3, qmf);
```

```
% Investigate Sparsity in the Wavelet Domain
```

```
[sp-lena, cw-lena, wcerr] = MakeSparse(wlena);
```

```
subplot(222); spy(sp-lena);
```

```
icw-lena=IWT2-PO(cw-lena, 3, qmf);
```

```
% Try to compress LENA in the Fourier Domain.
```

```
[icf-lena, fcerr]=FourierDCT(lena);
```

```
% A side-by-side comparison of the 95% wavelet and Fourier compressions
```

```
subplot(223)
```

```
Gray Image(icw-lena);
```

```
subplot(224)
```

```
Gray Image(icf-lena);
```

```
title('Fourier Compression');
```

程序运行的结果如图 2 所示。如果还希望采用数值方式比较两种不同变换方法的压缩效果, 则增加以下语句即可, 运行结果如图 3 所示。

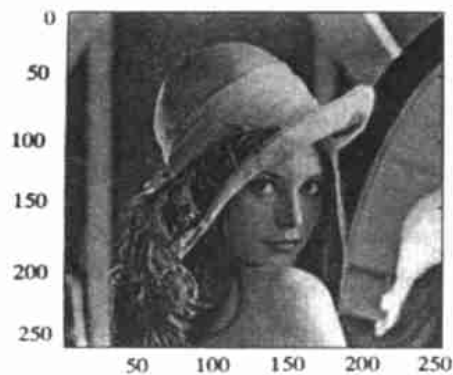
```
% Compare compression numbers for the wavelet and DCT transforms of LENA
```

```
figure
```

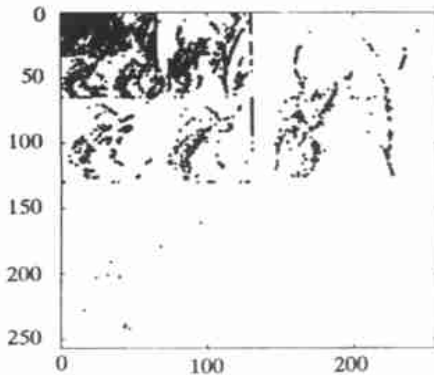
```
ComparePlot(wcerr, fcerr);
```

在此程序中, 1) subplot, title, figure, spy 等是 MATLAB 的库函数; 2) FWT2-PO, Gray Image, IWT2-PO, MakeONFilter, ReadImage 系直接调用 WAVELAB 的内部函数; 3) ComparePlot, FourierDCT, MakeSparse 是在 WAVELAB 的基础上编写的函数, 也十分简单, 此处略。

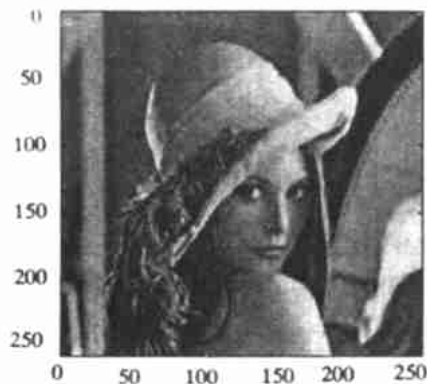
试验表明, 利用 WAVELAB 开发小波应用软件是可行的, 因而具有实际意义。需要指出的是, 在小波的研究与应用实践中, 往往还需解决针对特定算法的编程问题。此时, WAVELAB 的许多内部函数仍具有通用性, 可像上述 2) 那样直接调用, 有些场合下也只不过需要适当修改个别参数即可。



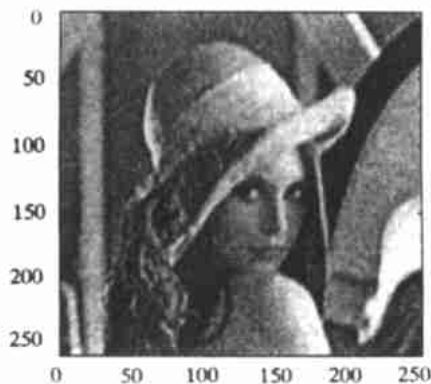
(a) Lena 原始图像



(b) 小波变换图像



(c) 小波压缩图像



(d) DCT 压缩图像

图 2 程序运行的结果

Fig. 2 The Results for Running Programs

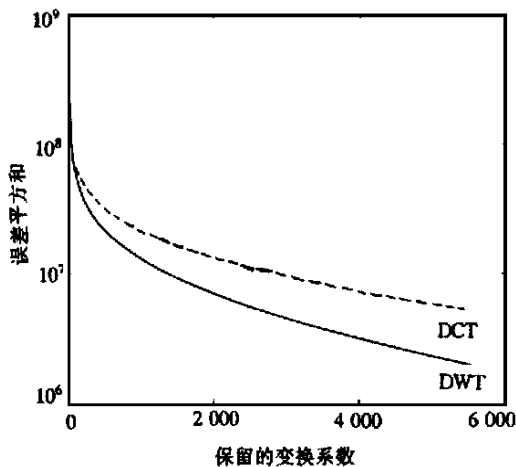


图 3 小波压缩与 DCT 压缩的数值比较

Fig. 3 Compare Compression Numbers for the Wavelet and DCT Transforms

参 考 文 献

1 Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. Philadelphia: SIAM, 1992

2 Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing. San Diego; Academic Press 1998

3 秦前清, 杨宗凯. 实用小波分析. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998

4 Bruce A G, Donoho D, Gao H Y. Wavelet Analysis. IEEE Spectrum, 1996 33(10): 26 ~ 35

5 Graps A. Wavelet Software. <http://www.amara.com/current/wavesoft.html>, 2000

6 Earth Resource Mapping Pty Ltd. ER Mapper Compression White Paper. <http://www.ermapper.com>, 2000

7 樊启斌, 李虹. MATLAB 的功能、特点及其应用. 测绘信息与工程, 2000(4): 29 ~ 32

8 Donoho D, Duncan M, Huo X M, et al. About WAVE-LAB. <http://www-stat.stanford.edu/~wavelab> 2000

9 Shapiro J M. Embedded Image Coding Using Zerotrees of Wavelet Coefficients. IEEE Trans. Signal Processing 1993 41(12): 3 445 ~ 3 462

10 Strang G, Nguyen T. Wavelets and Filter Banks. Wellesley; Wellesley-Cambridge Press 1996

11 Wickerhauser M V. Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software. Boston; A K Peters Ltd., 1994

The Investigations for Developing Applied Programs Using Wavelet Software WVELAB

FAN Qibin¹ LI Hong² ZHANG Genshou³

(1 School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, LuoJia Hill, Wuhan, China 430072)

(2 School of Optics and Electron Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China 430079)

(3 School of Resource and Environment Science, Wuhan University, LuoJia Hill, Wuhan, China 430072)

Abstract: Wavelets provide very powerful problem-solving tools for analyzing, encoding, compressing, reconstructing, and modeling signals and images. They are useful in capturing, identifying, and analyzing local, multiscale, and nonstationary processes. Wavelet transforms can offer additional insight and performance in data analysis situations where Fourier techniques have previously been used. For example, signals and images with sharp changes and small or irregular detail are often better analyzed with wavelets than with traditional Fourier techniques. With wavelet analysis, engineers and scientists can see and explore aspects of data that other analysis techniques miss, such as trends, breakdown points, discontinuities in higher derivatives, and self-similarity.

By now, the amount of wavelets-related software for workstations and PCs, has been constantly multiplying. The scientific computing software such as MATLAB, Mathematica, and Mathcad integrates the wavelet application functions. Also ER Mapper, the most powerful and popular desktop integrated image processing software, provides a component for wavelet compression. Many wavelet analysis toolboxes are widely available in commercial or free of charge. WVELAB is one of the toolkits, which is developed with MATLAB, an integrated scientific computing environment that combines numeric computation, advanced graphics and visualization, and a high-level programming language. WVELAB is a library for wavelet analysis, wavelet-packet analysis, cosine-packet analysis and matching pursuit. The library, provided for use in MATLAB 5. X on three platforms: Macintosh, UNIX and Windows NT/98/2000, is available free of charge over the Internet.

This paper analyzes the system structure and developing environment on wavelet analysis software WVELAB, and investigates the problem of developing applied wavelet software based on WVELAB. An example compressing Lena image by wavelet methods is given, which includes a simple MATLAB program with several results from running the program. The experiment shows that developing applied programs with wavelet software WVELAB is feasible, getting twice the result with half the effort, and of important significance.

Key words: wavelet analysis; image encoding; WVELAB; applied software