

文章编号: 1000-050X(2000)06-0500-05

联合卫星测高和海洋物理数据计算 近海稳态海面地形^{*}

章传银¹ 李建成¹ 晁定波¹

(1 武汉测绘科技大学地学测量工程学院, 武汉市珞喻路 129 号 430079)

摘要 从流体动力学基本方程出发, 推导出近海定常环流的高程模式, 由此高程模式利用有限差分法组成观测方程, 从而按最小二乘间接平差法解算联合问题, 最后联合 T/P、ERS-2 卫星测高和物理海洋观测数据, 计算了东中国海(北纬 22°~41°, 东经 116°~131°)的平均海面地形。

关键词 卫星测高; 联合问题; 定常环流; 稳态海面地形

分类号 P228.3; P229.2 文献标识码 A

1 基本方程和边界条件

1.1 三维海流基本方程和边界条件

采用右手直角坐标系, 并令 z 轴正方向与重力方向相反。在 Boussinesq 近似和准静压近似下, 有以下的三维海流基本方程^[1]:

1) 运动方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial u}{\partial z}) + A_1 \Delta u \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial v}{\partial z}) + A_1 \Delta v \quad (2)$$

2) 海水静压方程

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (3)$$

3) 海水连续性方程

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

式中, u, v, w 分别为速度在 x, y, z 方向上的分量; p 为压力场; ρ 为密度场; ρ_0 为参考密度; f 为科氏参数; μ 与 A_1 分别为垂直与水平涡动粘滞系数; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 为水平拉氏算子。设海水密度

场已知, 则以上 4 个方程式中包含 4 个未知数 u, v, w, p , 构成不定常三维海流动力学方程。

相应的边界条件为:

1) 在海面处, $z = \zeta(x, y, t)$ 处:

$$p = p_a \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 \mu \frac{\partial u}{\partial z} &= \tau_w^x \\ \rho_0 \mu \frac{\partial v}{\partial z} &= \tau_w^y \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (7)$$

2) 在海底处, 流速满足粘滞条件:

$$u = v = w = 0 \quad (8)$$

3) 在侧向边界的固体部分上, 流速满足粘滞条件:

$$u = v = 0 \quad (9)$$

1.2 近海定常环流基本方程和边界条件

为简化海水动力学方程, 首先使式(1)~式(4)无量纲化, 设

$$\begin{aligned} x &= L_0 x', y = L_0 y', z = H_0 z', t = \tau_0 t' \\ u &= V_0 u', v = V_0 v', w = V_0 \frac{H_0}{L_0} w' \\ f' &= f/f_0, p = p_0 p', \mu = \mu_0 \mu' \end{aligned} \quad (10)$$

式中, L_0 为水平特征尺度; τ_0 为特征时间; H_0 为垂直特征尺度; f_0 为特征科氏参数; μ_0 为系数 μ

收稿日期: 2000-08-10.

* 国家自然科学基金资助项目(49774211); 国家“863”计划资助项目(820-01-05)。

的特征量。这时, 式(1)与式(2)化为:

$$\frac{1}{f_0 \tau_0} \frac{\partial u'}{\partial t'} + R_0 (u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} + w' \frac{\partial u'}{\partial z'}) - f' v' = - \frac{\rho_0}{\rho_0 L_0 f_0 V_0} \frac{\partial p'}{\partial x'} + E_x \frac{\partial}{\partial z'} (\mu' \frac{\partial u'}{\partial z'}) + E_m \Delta u' \quad (11)$$

$$\frac{1}{f_0 \tau_0} \frac{\partial v'}{\partial t'} + R_0 (u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} + w' \frac{\partial v'}{\partial z'}) + f' u' = - \frac{\rho_0}{\rho_0 L_0 f_0 V_0} \frac{\partial p'}{\partial y'} + E_z \frac{\partial}{\partial z'} (\mu' \frac{\partial v'}{\partial z'}) + E_m \Delta v' \quad (12)$$

式中, $R_0 = \frac{V_0}{f_0 L_0}$ 为 Rossby 数; $E_z = \frac{\mu}{f_0 H_0^2}$, $E_m = \frac{A_l}{f_0 L_0^2}$ 分别为垂直与水平的 Ekman 数。

现以中国东海为例, 估计上述方程中各项量级的大小。取 $\tau_0 = 1$ 个月 $= 2.6 \times 10^6$ s (此时间尺度为本文涉及的最小时间尺度), $V_0 = 0.2$ m/s, $L_0 = 400$ km, $H_0 = 200$ m, $f_0 = 7 \times 10^{-5}$ s⁻¹, $\mu = 10^{-2}$ m²/s (各特征量的近似值取自文献[2]), 则 $\frac{1}{f_0 \tau_0} = 1.8 \times 10^{-3}$, $R_0 = 7 \times 10^{-3}$, $E_z = 4 \times 10^{-3}$, $E_m = 10^{-4}$ 。由此可知, 水平涡动粘滞系数项最小, 一般可以忽略, 仅在强海流区才需考虑是否保留; 所有非线性项和垂直涡动粘滞项是次小量, 在表、底 Ekman 层应保留, 但在 Ekman 层以外可以忽略。从式(11)与式(12)可知, 在表、底 Ekman 层外, 压力梯度项主要与科氏项相平衡, 即得到水平压力梯度尺度为:

$$(\nabla p)_0 \approx \rho_0 f_0 V_0 \quad (13)$$

当忽略时间变化项(定常)时, 式(1)~(4)就简化为如下的近海定常环流动力方程组:

$$\begin{aligned} -fv &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial u}{\partial z}) \\ fu &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial v}{\partial z}) \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho g \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

在强海流区, 当考虑保留非线性项时, 近海定常环流动力方程组可写为:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv &= \\ -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial u}{\partial z}) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu &= \\ -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial v}{\partial z}) & \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho g \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

在相应的边界条件中, 将式(5)~(9)中对时间求偏导的项去掉, 其余相同。

2 近海定常环流的高程模式

为便于推导, 先将式(14)改写为:

$$f \rho_0 \mathbf{k} \times \mathbf{q} = -\nabla p + \frac{\partial}{\partial z} \tau \quad (15)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (16)$$

$$\nabla q + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (17)$$

式中, q 为水平方向流速; \mathbf{k} 为 z 方向单位矢量;

∇ 为水平 del 算子; $\tau = \mu \frac{\partial q}{\partial z}$ 为水平切应力。

当场密度 ρ 已知时, 由方程式(16)积分得:

$$p = \rho_0 g \zeta + g \int_z^0 \rho dz \quad (18)$$

式中, $\zeta = \zeta_1 + P_a / \rho_0 g$, 其中, ζ_1 为海面相对于参考大地水准面(EGM96 或 OUS91)的高程; P_a 为大气压力。

对式(15)、式(16)进行垂直积分, 可得:

$$f \rho_0 \mathbf{k} \times \mathbf{V} = -\rho_0 g \nabla \zeta - \mathbf{R} + \frac{1}{H} (\tau_w - \tau_b) \quad (19)$$

$$\nabla \cdot (H \mathbf{V}) = 0 \quad (20)$$

式中, H 为水深; $\mathbf{V} = \frac{1}{H} \int_{-H}^0 q dz$ 是垂直平均的水平速度矢量; $\mathbf{R} = \frac{g}{H} \int_{-H}^0 dz \int_z^0 \nabla \rho dz'$ 表示斜压效应; τ_w 为海表面风应力; τ_b 为海底摩擦应力。

令 Ψ 为全流函数, 由式(20)得:

$$H \mathbf{V} = \mathbf{k} \times \nabla \Psi \quad (21)$$

由式(19)与式(21)得:

$$\begin{aligned} \nabla \Psi &= \frac{gH}{f} \nabla \zeta + \frac{g}{f \rho_0} \int_{-H}^0 (z + H) \nabla \rho dz - \\ &\frac{1}{f \rho_0} (\tau_w - \tau_b) \end{aligned} \quad (22)$$

对方程式(22)先作旋度运算, 然后再点乘 \mathbf{k} , 由 $\nabla^2 \Psi = 0$ 得:

$$J(H, \zeta) + \frac{1}{\rho_0} J(H, \int_{-H}^0 \rho dz) -$$

$$\frac{1}{\rho_0 g} \mathbf{k} [\nabla \times (\tau_w - \tau_b)] = 0 \quad (23)$$

假设水体可以分成 3 个部分, 上、底层分别为表、底 Ekman 层, 中间为地转流层, 则由底部 Ekman 层可以得到底摩擦应力与底部压力的关系:

$$\tau_b = \gamma [-\nabla p + \mathbf{k} \times \nabla p] \Big|_{z=-H} \quad (24)$$

式中, $\gamma = (\frac{\mu}{2f})^{\frac{1}{2}}$, μ 为待求参数。利用式(24), 则式(23)可转化为:

$$J(H, \zeta) + \frac{1}{\rho_0} J(H, \int_{-H}^0 \rho dz) - \frac{1}{\rho_0 g} \mathbf{k} \cdot \nabla \times \tau_w + \frac{\gamma}{\rho_0 g} (\Delta p) \Big|_{z=-H} = 0 \quad (25)$$

再将方程式(18)代入式(25), 最后可以得到 ζ 的方程式:

$$\gamma \nabla^2 \zeta + J(H, \zeta) = \frac{1}{\rho_0 g} \mathbf{k} \cdot \nabla \times \tau_w + \frac{1}{\rho_0} J(\Phi, H) - \frac{\gamma}{\rho_0} (\nabla^2 \Phi) \Big|_{z=-H} = 0 \quad (26)$$

式中, $\Phi = \int_z^0 \rho dz$ 。

在固体边界上, 满足全流速的法方向分量为零的条件, 从式(18)、式(22)、式(24)可得到 ζ 应满足以下的边界条件:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{-1}{\rho_0 H} \int_{-H}^0 \frac{\partial \rho}{\partial t} dz - \frac{1}{\rho_0} \int_{-H}^0 \frac{\partial \rho}{\partial n} dz + \frac{\tau_w}{\rho_0 g H} + \frac{\gamma}{\rho_0 H} \left[\int_{-H}^0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{\partial \rho}{\partial n} \right) dz + \frac{\gamma}{H} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{\partial \zeta}{\partial n} \right) \right] \quad (27)$$

综上所述, 近海定常环流的高程模式可用方程式(26)描述, 其边界条件为式(27)。

3 “联合问题”的解算方法

本文以东中国海(北纬 22°~41°, 东经 116°~131°)为例, 采用有限差分法求解此联合问题。将 $\sqrt{\mu}$ 作为参数, 物理海洋观测数据作为已知量, 基于参考大地水准面的稳态海面地形(以下称为初始海面地形)作为观测值, 用最小二乘法进行间接平差。初始海面地形的计算方法是: 联合 TOPEX 和 ERS-2 卫星测高海面高数据计算东中国海的平均海面高, 然后将平均海面高减去参考大地水准面(EGM96 或 OUS91)得到初始海面地形。

3.1 计算数据

已知数据: 平均海面风应力场、平均海水密度场、平均海面气压场、海底地形^[4];

观测数据: 初始海面地形;

未知参数: 垂直涡动粘滞系数的算术平方根 $\sqrt{\mu}$;

参考大地水准面: EGM96 或 OUS91。

3.2 固体边界条件的处理

设固体边界的法线方向 α 指向海区, 切线方向逆时针旋转 90°, 为与海水有关的某一物理量, 则

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial t} &= \sin \alpha \frac{\partial s}{\partial t} - \cos \alpha \frac{\partial s}{\partial y} \\ \frac{\partial s}{\partial n} &= \cos \alpha \frac{\partial s}{\partial t} + \sin \alpha \frac{\partial s}{\partial y} \\ s^t &= \sin \alpha s^x - \cos \alpha s^y \\ s^n &= \cos \alpha s^x + \sin \alpha s^y \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中, t 表示切线方向; n 表示法线方向; s^t 、 s^n 分别为物理量沿边界切线和法线方向的分量。

将式(28)代入固体边界条件式(27), 即可将与固体边界的切法线或其偏导数有关的物理量转换到经纬度方向上去, 从而, 可以使用有限差分法将固体边界条件转换为初始海面地形为观测量的观测方程(本联合问题中, 由于卫星测高数据给出了全区域的多余观测, 因而, 即使没有边界值和边界条件, 联合问题的最小二乘解也是存在的)。

3.3 特殊处理技术

1) 取平均海深的正常重力加速度(WGS84)为平均重力加速度。

2) 在平面坐标系中用 WGS84 椭球的参数和卫星测高给出的海面大地高, 计算经纬度方向上的差分距离(以 m 为单位), 使用不等距的有限差分法列观测方程, 从而使得在经纬度方向上的物理量与 X、Y 方向上的物理量等价。

3) 由于观测方程中的常数项含有初始海面地形, 因而须进行迭代法平差。

4) 由于计算常数项需用上一次迭代的海面地形平差值作为近似值, 所以, 为保证迭代平差的稳定性, 应保证每次迭代平差的海面地形改正不过量。因而, 这里采用小量改正法, 即将常数项中的海面地形与常数项的比值乘以对应的改正数, 作为每次迭代平差的改正数。

5) 在计算过程中剔除异常改正数对应的海面地形平差值, 用有效的海面地形内插出该异常点的海面地形, 作为下一次迭代的近似值。

4 计算结果与分析

4.1 计算结果

1) 稳态海面地形的迭代计算精度: 0.02m

(EGM96), 0.02m (OUS91);

2) 稳态海面地形的改正幅度: 0.29m (EGM96), 0.29m (OUS91), 此项是指平差前后海面地形改正数的均方根;

3) 取样数据个数: 2 925;

4) 异常剔除个数: 625 (EGM96), 617 (OUS91)(海面地形);

5) 未知参数平差值: 2.25×10^{-5} (EGM96), 2.70×10^{-5} (OUS91);

6) 稳态海面地形计算结果(图 1, EGM96)。

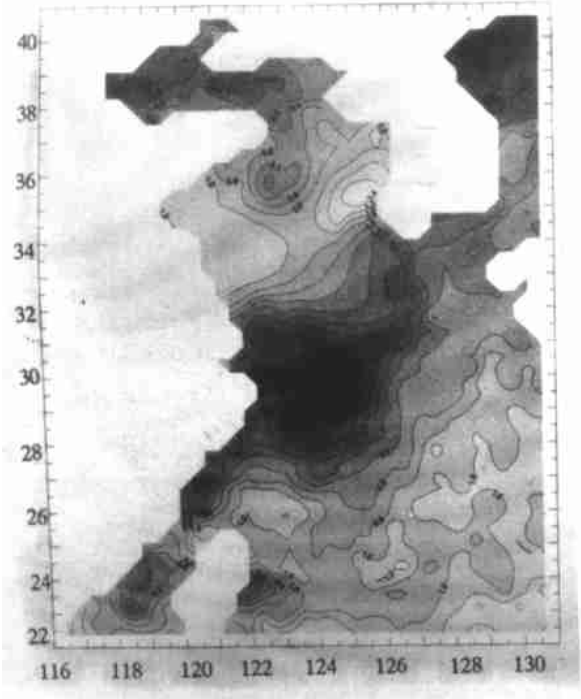


图 1 联合测高和海洋物理数据计算的稳态海面地形

Fig. 1 Stationary Sea Surface Topography Calculated with Altimeter and Oceanographic Data

4.2 计算结果分析

1) 尺度分析

在式(26)中, 若令 $\gamma = 10^{-3}$, $dx = dy = 10^5$, $\rho_0 = 10^3$, $d\rho = 2$, $dH = 100$, $H = 500$, $\zeta = 1$, $d\tau = 10$, $g = 10$ (以上均为国际单位制), 则有:

$$\gamma \nabla^2 \zeta = 10^{-13}, J(H, \zeta) = 10^{-8}$$

$$\frac{1}{\rho_0 g} \mathbf{k} \cdot \nabla \times \tau_w = 10^{-8}, \frac{1}{\rho_0} J(\Phi, H) = 10^{-8}$$

$$\frac{\gamma}{\rho_0} (\nabla^2 \Phi) |_{z=-H} = 10^{-13} \quad (29)$$

因而方程式(26)可近似写为:

$$J(H, \zeta) = -\frac{1}{\rho_0} J(\Phi, H) + \frac{1}{\rho_0 g} \mathbf{k} \cdot \nabla \times \tau_w \quad (30)$$

式中, $\frac{1}{\rho_0 g} \mathbf{k} \cdot \nabla \times \tau_w$ 表示海面风应力场的旋度在垂直方向上的分量。

由于含未知参数的项远小于主项, 故未知参数对方程式(26)是不敏感的, 因而联合问题求得的未知参数也是不可靠的。

2) 由式(30)知, 海底地形与海水密度场对海面地形起主导作用。由于海底地形和初始海面地形的精度相差悬殊, 而在使用方程式(26)求解时无法考虑, 因而在计算过程中出现异常改正, 此时可采用内插方法来弥补这一不足。

3) 由于本文采用的物理海洋观测数据是由文献[3]的等值线图数字化后得出的, 精度低, 因而求解过程没有顾及物理海洋观测数据的统计性质, 从而使解算结果有可能产生一定的系统偏差。

4) 由于观测方程是稳态海面地形的有限差分形式, 因而平差计算过程不能消除波长大于研究区域的参考大地水准面偏差, 故参考大地水准面起固定波长大于研究区域的海面地形作用。

5) 由图 1 可以明显看出, 在长江口附近, 存在较大一块由稠密等高线围成的旋涡; 琉球群岛附近的等高线比较混乱; 琉球群岛的西南边存在一条稠密的等高线, 可能与台湾黑流有关。

参 考 文 献

- 1 Rummel R. Satellite Altimetry in Geodesy and Oceanography. Berlin: Springer-Verlag, 1993
- 2 叶安乐, 李凤歧. 物理海洋学. 青岛: 青岛海洋大学出版社, 1992
- 3 冯士筭, 孙文心. 物理海洋数值计算. 郑州: 河南科技出版社, 1992
- 4 海洋图集编委会. 渤海黄海东海海洋图集(水文). 北京: 海洋出版社, 1992

章传银, 男, 32 岁, 博士生. 现从事卫星测高与地球动力学研究. 代表成果: 变形体的稳定性及其定量分析方法; 变形参考系及不同变形参考系中变形数据的联合处理; 联合卫星测高和物理海洋数据计算近海稳态海面地形的可行性分析等。

E-mail: casmzy@public.bta.net.cn

Calculating Stationary Sea Surface Topography of Coastal Area with Altimeter and Oceanographic Data

ZHANG Chuanyin¹ LI Jiancheng¹ CHAO Dingbo¹

(1 School of Geo-science and Surveying Engineering, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract The method that hydrodynamic models are reconciled with observation, e. g. altimeter and oceanographic data, is called as data assimilation. Calculating coastal stationary sea surface topography with altimeter and oceanographic data, called as combination problem for short, is a technique of data assimilation, which is one of the front research area in altimetry. In this paper, the basic equations are integrated in the vertical direction with approximation of Boussinesq and quasi-static on the basis equations of liquid dynamics. And then an elevation-mode of steady current and its solid boundary condition are derived with a reference geoid as reference surface. Observation equations are formed using finite difference method from the elevation-mode of steady current and its solid boundary condition with stationary sea surface topography as observation value and the square root of onflow friction coefficient as parameter, and the combination problem is solved with parameter adjustment. In the end, stationary sea surface topography of Eastern China Sea, in 22° N \sim 41° N and 116° E \sim 131° E, is calculated with T/P and ERS-2 altimeter and oceanographic data. It comes to the following conclusions from this paper: (1) Sea bottom relief and sea density field are main influence on stationary sea surface topography. (2) The reference geoid error the wavelength of which is longer than size of the selected area can not be eliminated by the parameter adjustment because the observation equations are finite difference of stationary sea surface topography. Hence, reference geoid is used to fix stationary sea surface topography the wavelength of which is longer than size of the selected area in this paper. (3) There is a denseness isoline whirlpool of stationary sea surface topography around entrance of the Changjiang River. The isoline near Liuqiu archipelago are disorder. There is a denseness isoline southwest Liuqiu archipelago, which could be relative with Taiwan Kuroshio.

Key words altimetry; combination problem; stationay current; stationary sea surface topography

ZHANG Chuanyin, male, 32, Ph. D candidate. He mainly studies on the application research of altimetry, deformation analysis of building, approach of local gravity field and earth dynamics. His representative publications are the stability of deformable object and preliminarily studying on its quantitative analysis, deformation reference system and integrate process of deformation data in different deformation reformation reference system; and the feasibility analysis on calculating stationary sea surface topography of sea near land with altimeter and oceanographic data, etc.

Email: casmzcy@public.bta.net.cn

本刊信息

据中国科技信息研究所统计,本刊 1999 年影响因子为 0.611, 比上年的 0.269 提高 1 倍多, 在全国所有收录的 2648 种科技期刊中排名第 70 位。名次和绝对数值比上年均有大幅度提高。被引频次为 176, 在测绘期刊中排名第 1。