

文章编号: 1000-050X(2000)03-0273-276

# 抗震结构时变抗力及其动力可靠度研究

管昌生<sup>1</sup> 韩光东<sup>2</sup>

(1 武汉工业大学土木工程与建筑学院, 武汉市珞狮路 14 号 430070)

(2 武汉测绘科技大学城市建设学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

**摘要** 研究了抗震结构的动力反应以及结构的随机性与时变性, 提出了结构的抗力时变模型以及相应的结构时变可靠度的分析方法。该方法对结构维护与评估具有广泛的应用价值。

**关键词** 钢筋混凝土; 时变抗力; 动力反应; 可靠度

**分类号** O327 **文献标识码** A

## 1 混凝土结构的时变抗力模型

长期以来, 许多学者对混凝土强度的时变规律进行了研究, 对早期强度的预测已取得了较大进展, 但对后期强度的预测尚处于研究阶段。设  $R_h(0)$  为混凝土构件在建造初期数年后趋于稳定的强度,  $R_g(0)$  为钢筋的初期强度。在忽略早期强度提高的条件下, 混凝土后期强度和钢筋强度的预测表达式可分别写为<sup>[1,2]</sup>:

$$R_h(t) = R_h(0)(1 - 8 \times 10^{-7} t^3) \quad (1)$$

$$R_g(t) = R_g(0)(1 - 2.2 \times 10^{-6} t^3) \quad (2)$$

据固体力学理论, 材料的弹性模量与强度的  $1/3$  次方成线性关系, 因此材料的弹性模量预测表达式分别为:

$$E_h(t) = \sqrt[3]{1 - 8 \times 10^{-7} t^3} E_h(0) \quad (3)$$

$$E_g(t) = \sqrt[3]{1 - 2.2 \times 10^{-6} t^3} E_g(0) \quad (4)$$

式中,  $E_h(0)$  和  $E_g(0)$  分别为混凝土和钢筋的初始弹性模量。

## 2 抗震结构的时变可靠度计算公式

抗震结构的可靠度研究必须考虑地震发生的概率性质。在一定的年限内, 地震发生的次数、时间、空间及强烈程度都是随机的, 通常可采用地震危险性分析对场址所在地区一段时间内遭受地震作用的可能性进行估计。

设  $P_f(R(t) < S(t) | a)$  表示在烈度  $a$  下结

构失效的条件概率, 则结构在使用期限内发生破坏的概率可表示为<sup>[3]</sup>:

$$P_f = \int_0^{\infty} P_f(R(t) < S(t) | a) f(a) da \quad (5)$$

式中,  $S(t)$  和  $R(t)$  分别为结构的反应与抗力;  $f(a)$  为结构物在使用期间内最大地震强度参数的概率密度函数。

常用的离散型时变可靠度计算公式可表示为:

$$P_f = \sum_j (P_f)_j (R(t) < S(t) | I_j) P(I_j) \quad (6)$$

式中,  $P_f$  为抗震结构在使用期内发生破坏的概率;  $P(I_j)$  为场地所在地区及在结构使用期限内  $I_j$  烈度发生的概率;  $(P_f)_j$  为在  $I_j$  烈度地震作用下结构失效的条件概率。

抗震结构在使用期限内的时变可靠度  $P_S$  为:

$$P_S = 1 - P_f = \sum_j (P_f)_j (R(t) \geq S(t) | I_j) P(I_j) \quad (7)$$

## 3 结构的随机地震反应分析

实际的地震地面运动加速度是一非平稳随机过程, 常将其简化为平稳随机过程, 进一步还可假定为高斯平稳随机过程<sup>[2]</sup>。

水平地面峰值加速度与加速度反应的标准差之间的统计关系可表示为:

$$A = r \sigma_{\dot{x}_g} \quad (8)$$

式中,  $r$  为峰值因子, 取决于期望交零率和持时  $\Delta\tau$ 。

考虑随机时变结构多自由度体系振动方程:

$$M(t)\{\ddot{y}\} + C(t)\{\dot{y}\} + K(t)\{y\} =$$

$$-M(t)\{I\}\ddot{x}_g \tag{9}$$

对于弱时变结构体系,采用振型分解法,结构的反应可表示为:

$$\{y\} = \sum_{j=1}^n \{\Phi_{\tau}\}_j q_j(\tau, t) \tag{10}$$

式中,  $\{\Phi_{\tau}\}_j$  为第  $j$  振型状态反应;  $q_j(\tau, t)$  为第  $j$  振型广义坐标。假设阻尼为正交阻尼,利用振型的正交性得第  $j$  振型广义坐标的振动方程,进而求出相应的结构反应的统计量。

若考虑地震地面运动从开始、主震到自然衰减的全过程,其随机过程只有作为非平稳过程才能比较正确地反应实际的地震。若将非平稳过程平稳化,一般地,地震动加速度可表示为:

$$A_g(t) = g(t)\ddot{x}_g(t) \tag{11}$$

式中,  $\ddot{x}_g(t)$  是平稳过程;  $g(t)$  是表征非平稳性的时间包线。

### 4 结构承载能力的时变可靠度分析

在计算随机时变结构“小震不坏”的可靠度时,就是对结构在多遇地震作用下进行其弹性范围内承载能力的可靠度分析。采用首次超越破坏机制,则有<sup>[4]</sup>:

$$P_{S_i}(\Delta\tau) = P\{\max S_i(t) \leq R_i(t) \cap \min S_i(t) \geq -R_i(t), t \in [\tau, \tau + \Delta\tau]\} \tag{12}$$

取反应超越安全界限的事件符合泊松假定,则有:

$$P_{S_i} = \exp\left\{-\frac{\Delta\tau}{2\pi} \left[ \exp\left(\frac{-R_i^2}{\sigma_{S_i}^2}\right) + \exp\left(\frac{-R_i^2}{\sigma_{S_i}^2}\right) \right]\right\} \tag{13}$$

对于多层建筑可取楼层剪力作为控制指标。第  $i$  层剪力  $Q_i$  及其导数  $\dot{Q}_i$  的标准差分别表示为:

$$\sigma_{Q_i} = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{l=1}^n \omega_j^2 \Phi_{jl} m_l \right) \sigma_{q_j} \tag{14}$$

$$\sigma_{\dot{Q}_i} = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{l=1}^n \omega_j^2 \Phi_{jl} m_l \right) \sigma_{\dot{q}_j}$$

第  $i$  层最大剪力的统计量可表示为:

$$E[\max Q_i] = P_i \sigma_{Q_i} \tag{15}$$

$$\sigma[\max Q_i] = f_i \sigma_{Q_i}$$

式中,  $P_i, f_i$  为峰值因子。

### 5 抗震结构基于时变破坏准则的时变可靠度分析

破坏准则的研究、破坏机理的分析以及破坏指标的确定,对于合理地进行结构的可靠度分析

具有重大的意义。笔者提出几种有代表性的时变结构的时变破坏准则和时变可靠度的分析方法。

#### 1) 随机时变强度破坏准则

随机时变强度破坏准则的定义为:随机时变结构受力大于允许承载能力而导致其破坏。“小震不坏”的可靠度分析是基于强度破坏准则而进行的,但塑性变形仍在发展。故基于强度破坏准则的可靠性分析,即结构的承载能力的可靠性对于延性结构只是反应其进入塑性状态的概率,并不代表抗震结构破坏的概率。但是,由于一般结构的设计均不采用承载能力状态设计方法,因此,基于强度破坏准则的可靠度分析是以概率为基础的抗震设计方法所要研究的基本问题之一。

#### 2) 随机时变变形破坏准则

因为结构的总体或层间位移超过了变形指标而导致其破坏。变形破坏准则比强度破坏准则评价抗震结构的破坏情况更为接近实际。实际上,剪切型钢筋混凝土框架结构的地震反应  $S$  和极限变形指标  $R$  (均指层间最大位移角),在任一时刻  $t$  服从对数正态分布。对于剪切型结构,认为每榀框架具有统一的层间位移角,各柱的层间位移角为相同分布。将柱子的极限变形指标视为层间变形极限指标,可按柱子的剪跨比来确定其破坏的临界最大位移角统计量:

$$\mu_R = 5.4964 + (20.7525 + \frac{2-q}{1+0.5q})e^{0.1q} \tag{16}$$

$$\sigma_R = 0.3642\mu_R \tag{17}$$

式中,  $q$  为柱子的剪跨比。

当地震地面运动强度为  $A$  时,持时  $\Delta\tau$  内结构层间最大位移反应  $X_{m_i} = \max\{x_i\}$  的统计,层间最大位移角  $S_i$  地震反应的统计量为:

$$\mu_{S_i} = E[X_{m_i}] / H_i \tag{18}$$

$$\sigma_{S_i} = \sigma_{X_{m_i}} / H_i \tag{19}$$

式中,  $H_i$  为第  $i$  层层高。

因此,在考虑了荷载效应及抗力的随机时变性时,第  $i$  层结构发生破坏的概率为:

$$P_{f_i} = P(R_i(t) < S_i(t) | A, \Delta\tau) = 1 - \Phi(\beta(\Delta\tau)) \tag{20}$$

$$\beta(\Delta\tau) = \ln \left[ \frac{\sqrt{1 + V_{S_i}^2}}{\sqrt{1 + V_{R_i}^2}} \cdot \frac{\mu_{R_i}}{\mu_{S_i}} \right] /$$

$$\sqrt{\ln(1 + V_{R_i}^2)(1 + V_{S_i}^2)}$$

$$V_{R_i} = \sigma_{R_i} / \mu_{R_i}, V_{S_i} = \sigma_{S_i} / \mu_{S_i}$$

式中,  $\mu, \sigma$  分别为均值与标准差。

若认为结构的任何一层发生破坏, 则整个结构发生破坏, 那么结构的可靠度  $P_S$  应在下式所表达的范围内<sup>[3]</sup>:

$$\prod_{i=1}^n P_{S_i} \leq P_S \leq \min_{i=1}^n P_{S_i} \quad (21)$$

式中,  $P_{S_i}$  为第  $i$  层的可靠度。

算例 取文献[5]中的例子, 天津地区某钢筋混凝土框架厂房在建成初期有关参数列于表 1。

表 1 某钢筋混凝土框架厂房有关参数

Tab. 1 Some Relative Parameters on the Plant House with Reinforced Concrete Frame

层次	计算层高 / cm	计算质量 / kg	计算刚度 / (kN·cm <sup>-1</sup> )	阻尼比 / %
1	497	1 020	85.66	0.05
2	433	980	66.10	0.05
3	400	775	48.87	0.05

采用反应谱法计算, 求得相应的第一自振周期  $T=1.06s$ , 振型参与系数  $\eta=1.319$ , 第一振型向量  $\Phi=\{0.374, 0.699, 1\}$ ; 取地震持续时间  $\Delta\tau=10s$ , 按多遇地震的影响系数曲线及反应谱计算公式, 求得层间最大剪力  $Q_m$  的统计量见表 2。

表 2 层间最大剪力的统计量/kN

Tab. 2 Statistic Values of Maximum Shear between Layers/kN

层次	$E[Q_m]$	$\sigma_{Q_m}$
1	227.39	18.44
2	178.50	14.44
3	89.31	1.24

当取时变抗力  $\varphi(t)=1-8 \times 10^{-7} t^3$ , 不同的初始界限  $\lambda_1=1.5 \sigma_{Q_m}$ ,  $\lambda_2=2 \sigma_{Q_m}$ ,  $\lambda_3=2.5 \sigma_{Q_m}$  时, 求得结构底层柱子的时变可靠度见表 3。

从计算结果可知, 随着结构抗剪强度的衰减, 结构的抗剪可靠度也会减小。而对于不同的界限

值, 结构的时变可靠度及衰减程度是不同的, 本例中可靠度的最大衰减幅度可达 12.57%。

表 3 某厂房顶层柱子时变可靠度

Tab. 3 Time-dependent Reliability of Colum in Top Layer of the Plant House

t/a	0	10	20	30	40	50
R <sub>c</sub> /kN	294	293.7	292.1	287.6	278.9	264.6
$P_S(\lambda_1)$	0.84	0.844	0.839	0.821	0.792	0.739
$P_S(\lambda_2)$	0.97	0.970	0.969	0.962	0.949	0.917
$P_S(\lambda_3)$	0.99	0.996	0.996	0.995	0.992	0.983

## 6 结 论

基于随机过程、结构动力学以及结构可靠度理论, 研究了抗震结构的时变可靠度问题, 提供了相应的结构时变可靠度计算公式。结果表明, 该方法对于结构的可靠性预测具有重要的应用价值。此外, 它还可用于抗风结构的时变可靠度分析。

### 参 考 文 献

- 1 管昌生, 李桂青, 江世宏. 时变结构和时变可靠度评述. 武汉工业大学学报, 1995, 17(4): 36~38
- 2 刘西拉, 苗澍柯. 混凝土结构中的钢筋腐蚀及其耐久性计算. 土木工程学报, 1986, 23(4): 231~267
- 3 李桂青, 曹 宏, 李秋胜, 等. 结构动力可靠性理论及其应用. 北京: 地震出版社, 1993. 26~43
- 4 管昌生, 李桂青, 高兑现. 抗震结构时变动力可靠度分析的随机过程法. 应用力学学报, 1997, 14(1): 70~76
- 5 管昌生. 随机时变结构可靠性理论及其应用. [学位论文]. 武汉: 武汉工业大学, 1997

管昌生, 男, 41 岁, 副教授. 现从事结构可靠性理论与工程应用研究. 代表成果: 三峡大坝厂房坝段结构可靠性研究  
E-mail: gcs8@public.wh.hb.cn

## Analysis of Dynamic Reliability on Aseismic Structure Based on Time-dependent Resistance

GUAN Changsheng<sup>1</sup> HAN Guangdong<sup>2</sup>

(1 College of Civil Engineering, Wuhan University of Technology, 14 Luoshi Road, Wuhan, China, 430070)

(2 School of Urban Studies, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

**Abstract** Reinforced concrete is a very complex material in structural construction. Even the concrete strength will increase in early time, with the time change this strength usually decreases. Also the steel strength in reinforced concrete will decrease with time variation. However, for a long

time the time-dependent property of construction materials has not been considered importantly in design and research of structure engineering. In this paper the time-dependent resistance models on concrete and steel decrease strengths are introduced. If the initial strength of concrete increased can be neglected, the time-dependent strength of concrete and steel in reinforced concrete can be composed by means of a time variable function and the initial strength.

The probability characteristic of earthquake occurrence should be considered for analyzing a-seismic structure. In a certain period the time, space, number and intensity of earthquake are all random variables. The general method for evaluating earthquake effect is an analysis procedure of earthquake risk. The safety probability of structure under the earthquake effect can be expressed by a probability integral. The integral functions are composed by the failure condition probability of structure and probability density function of maximum earthquake parameter.

Structural dynamic response of earthquake effect actually is a non-stationary stochastic process, which can be simplified as a stationary process. Under this assumption the vibration equation of multi-degree freedom structure can be analyzed by the mode superposition method. Usually, the earthquake acceleration expressed by the time function and a stationary process should be considered in random dynamic response of earthquake acting on construction structures.

To insure "no failure under small earthquake effect", the capacity of aseismic structure within the elastic region is studied, and first passage failure model is applied. If the passage event meets the Poisson assumption then the reliability integral can be expressed simply.

It is significant for the analysis of criterion, mechanics and index of failure in structural reliability evaluation. In this paper two typical failure criteria are proposed; one is random time dependent strength criterion, and the other is time dependent deformation criterion. Both failure criteria can be used as the boundary of reliability analysis in construction structures. The whole reliability of time-dependent structure is also studied in this paper.

Finally, an engineering structure example is given. The time dependent reliability is computed and the results show that if the action time of earthquake is short, then the maximum shears between layers of the structure are used as load response. The shear resistance of the structure appears obviously decreased with the time change. In this example several different kinds of boundaries are given by computing the time-dependent reliability.

The method and theory introduced in this paper give a practical way to evaluate the reliability depending on the time variation.

**Key words** reinforced concrete; time-dependent resistance; dynamic response; reliability

---

GUAN Changsheng, male 41, associate professor. His research orientation is Structural Reliability and Its Engineering Application. His specialities include the research of the dynamic reliability analysis of power house in Three Gorges Dam etc.

Email: gcs8@public.wh.hb.cn