第24卷第2期 DOI:10.13203/j.whugis1999.02.002　武汉测绘科技大学学报　Vol. 24 No. 2
1998年 6月　Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping　June 1999

# 重力场中的大地奇异性问题*

王东明　朱灼文

(北京大学地球物理系,北京市海淀区,100871)

摘　要　研究了大地奇异性对大地测量的影响及重力场在大地奇点附近的结构,揭示了奇异性的本质。

关键词　大地奇异性;Gauss曲率;五参量;Marussi坐标;重力场

分类号　P312.1

进行大地测量有一种美好的愿望即大地测量的各种坐标系之间的转换关系是存在和惟一的。这一观点受到理论大地测量学家的怀疑。在大地测量最常用的地心直角坐标系 $(X, Y, Z)$ 和局部笛卡尔坐标 $(x, y, z)$ 与地球重力场物理性质最密切相关的自然坐标系 $(\Lambda, H, W)$ (习惯上又称 Marussi坐标系) 的转换关系中,重力场中所在的某些点,由于重力场的某些特定性质,使得相对于某一坐标系所测的物理量将无法转换到另一个坐标系中去,而这种转换在大地测量中却是非常必要的。这样的问题称为大地奇异性问题[1],转换关系不存在的点称为大地奇点。大地奇异性的存在对大地测量会产生一定的影响,它破坏了不同坐标系之间的一一对应关系和转换关系,造成了重力场中不同的点具有相同的自然坐标。这给天文测量带来不利,同时也说明了自然坐标系描述重力场的不足。大地奇异性也给 Marussi的内蕴大地测量学[2]理论带来致命打击,因为 Marussi的理论在大地奇点处失效。然而在实际测量中,没有感觉到大地奇异性的问题,其原因是:① 地球从整体大范围结构来看近似一个球,内部物质密度分布基本上成层状分布,因而大部分地区是无奇性的;② 大地奇异性只与重力场有关,也就是只有以重力场为参照的测量才受大地奇异性的影响。研究大地奇异性问题不仅在理论上,而且在实际中都是非常有意义的,它可以使我们更深入地了解重力场的结构、内蕴特性及地球物理意义,并对大地测量起指导作用。目前由于对地球重力场的信息了解并不够,它的大地奇点存在性问题还不能完全肯定,但对于任意形状的星球,大地奇点的存在性是肯定的。Bocchio[3,4]给出两个存在大地奇异性的例子。Grossman[5]给出一个星球具有凹陷曲面的的充分条件。凹陷曲面一定存在非孤立的大地奇点。

本文详细研究了大地奇异性的特征,找出一类特殊的大地奇点——孤立奇点,它对大地测量没有影响,是可去的,从而把奇点对大地测量的影响减到最小。然后寻找什么样的条件下只有孤立奇点,这种情形下重力场可认为是无奇异性的。

## 1　大地奇异性的数学描述

首先引入几个坐标系。地心直角坐标系 $(X, Y, Z)$,又称地固坐标系,原点在地球质心,$Z$轴过地球质心与地球自轴转平行,$X$轴与格林尼治子午面平行,$Y$轴与 $Z$轴、$X$轴构成右手系。局部笛卡尔坐标系 $(x, y, z)$,$z$轴沿测点的天顶方向,$y$轴平行于测点的天顶方向与 $Z$轴构成的平面,$x$轴与 $y$轴、$z$轴构成右手系。自然坐标系 $(\Lambda, H, W)$,$W$是地球重力位,$\Lambda$ 是天文经度,$H$是天文纬度。当坐标系选定之后,重力场中任一点就有确定的坐标 $(X, Y, Z)$, $(x, y, z)$, $(\Lambda, H, W)$。它们之间的函数关系分别为:

$$
\begin{aligned}
(\Lambda, H, W) &= f_1(x, y, z) \\
(\Lambda, H, W) &= f_2(X, Y, Z)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$f_1$、$f_2$的显式表达式在目前还无法给出,但其微分关系式为:

$$
(\mathrm{d}\Lambda \quad \mathrm{d}H \quad \mathrm{d}W)^{\mathrm{T}} = F(\mathrm{d}x \quad \mathrm{d}y \quad \mathrm{d}z)^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} \sec H\, i_1 & \sec H\, f & \sec H\, V_1 \\ f & i_2 & V_2 \\ 0 & 0 & -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{d}x \\ \mathrm{d}y \\ \mathrm{d}z \end{pmatrix} \tag{2}
$$

而 $(x, y, z)$ 与 $(X, Y, Z)$ 的微分关系式为:

---

收稿日期:1998-07-27.王东明,男,31岁,博士后,现从事地球重力学研究。

* 国家自然科学基金及测绘遥感信息工程国家重点实验室资助项目,编号 49484002及 WKL(94) 0202

$$(\mathrm{d}x\quad \mathrm{d}y\quad \mathrm{d}z)^{\mathrm{T}} = F_1\begin{pmatrix} -\sin\Lambda & \cos\Lambda & 0 \\ -\sin H\cos\Lambda & -\sin H\sin\Lambda & \cos H \\ \cos H\cos\Lambda & \cos H\sin\Lambda & \sin H \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathrm{d}X \\ \mathrm{d}Y \\ \mathrm{d}Z \end{pmatrix} \tag{3}$$

式中,$F$是把非完整坐标 $(x,y,z)$ 变换为完整坐标 $(\Lambda, H, W)$的 Frobenius变换矩阵[1];矩阵中的参数 $i_1$、$i_2$、$f$、$V_1$、$V_2$为文献 [6]中定义的重力场五参量,即平行圈的法曲率、子午线的法曲率、子午线的测地挠率、力线在平行圈及子午方向的曲率,它们和重力梯度张量的 5个独立分量只差一个重力因子 $g$。$F$的行列式 $\det(F)$为:

$$\det(F) = -gK\sec H \tag{4}$$

其中 $K= i_1 i_2 - f^2$ 是重力位等位面的 Gauss曲率。函数关系式 (1)的转换 Jacobi就是 $\det(F)$、$\det(FF_1)$。当 $\det(F)= 0$时,式(1)的 Jacobi为 0,由隐函数定理知函数关系式(1)的逆不存在。重力场的 $g$不为 0,则 $\det(F)= 0$时有 $K= 0$。等位面上满足 $K= 0$的点就是大地奇点。Gauss曲率是一种内蕴量,而大地奇异性是重力场的内蕴特性,不可能通过某种数学方法来消除或创造。

## 2 大地奇点附近重力场的结构

记 Marussi坐标为 $y^r= (\Lambda, H, W)$, $r= 1, 2, 3$。重力场中一点的位置矢量 $R= R(\Lambda, H, W)$,在此坐标系下的自然协变基为 $V_r= \partial R/\partial y^r$,逆变基为 $V^r= \mathrm{grad}\,y^r$,并满足下列关系式:

$$\mathrm{d}R = V_r\mathrm{d}y^r,\quad \mathrm{d}y^r = V^r\mathrm{d}R$$
$$V^r V_s = V_r V^s = \delta^r_s \tag{5}$$

其中,$\delta$是 Kronecker符号。设 $\lambda_r$ 为局部天文标架,即沿坐标轴 $x$、$y$、$z$ 上的单位向量,则可求得 $(\Lambda, H, W)$ 坐标的梯度即逆变基 $V^r$ 为:

$$\begin{aligned} \mathrm{grad}\Lambda\cos H &= i_1\lambda_1 + f\lambda_2 + V_1\lambda_3 \\ \mathrm{grad}H &= f\lambda_1 + i_2\lambda_2 + V_2\lambda_3 \\ \mathrm{grad}W &= -g\lambda_3 \end{aligned} \tag{6}$$

由对偶关系式 (5) 求得协变基 $V_r$ 为:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\cos H i_2}{K} & \dfrac{-\cos H f}{K} & 0 \\ -\dfrac{f}{K} & \dfrac{i_1}{K} & 0 \\ \dfrac{i_2V_1 - fV_2}{gK} & \dfrac{i_1V_2 - fV_1}{gK} & -\dfrac{1}{g} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} \tag{7}$$

从 $(x,y,z)$ 变换到 $(\Lambda, H, W)$的 Jacobi $J_1$为:

$$J_1 = \mathrm{grad}\Lambda\cdot\mathrm{grad}H\times\mathrm{grad}W = -gK\sec H \tag{8}$$

在大地奇点处 $J_1= 0$,说明向量 $\mathrm{grad}\Lambda$、$\mathrm{grad}H$、$\mathrm{grad}W$ 落在同一平面内。

设 $\mathrm{grad}_s$ 是 grad在等位面上的投影向量,称为曲面梯度,则有:

$$\begin{aligned} \mathrm{grad}_s\Lambda &= \sec H(i_1\lambda_1 + f\lambda_2) \\ \mathrm{grad}_sH &= f\lambda_1 + i_2\lambda_2 \end{aligned} \tag{9}$$

它们的方位角分别为 $\arctan(i_1/f)$, $\arctan(f/i_2)$,一般情况下是不相同的,但在奇点处 $K= i_1 i_2 - f^2= 0$时有 $i_1/f= f/i_2$,说明两个方位角相等,$\Lambda$、$H$的曲面梯度朝同一方向。$\Lambda$、$H$的曲面梯度是沿等位面上 $\Lambda$、$H$变化最快的方向,则可断言等位面上非零主曲率方向就是 $\arctan(i_1/f)$,由垂直性可得另一零主曲率方向为 $\arctan(-i_2/f)$。验证如下:

由式 (9) 得曲面的 Weingarten变换 $T_W$[7]的矩阵形式为:

$$\begin{pmatrix} i_1 & f \\ f & i_2 \end{pmatrix} \tag{10}$$

$T_W$ 变换的两个特征值 $k_1$、$k_2$就是等位面的主曲率,不妨设 $k_1\geqslant k_2$。求解特征方程得:

$$k_1, k_2 = H\pm(H^2 - K)^{1/2} \tag{11}$$

其中,$H= (i_1+ i_2)/2= (k_1+ k_2)/2$为等位面的平均曲率。再求解特征方向得:对于 $k_1= i_1+ i_2\neq 0$时的主方向为 $\arctan(i_1/f)$, $k_2= 0$时的主方向为 $\arctan(-i_2/f)$,从而验证了论断。

**定理 1** 经度和纬度在沿等位面上变化最快的方向在向奇点逼近时逐渐趋向一致,朝等位面上最大主曲率方向;当在大地奇点时,它们方向一致,都朝等位面的非零主曲率方向。

协变基向量 $V_1$、$V_2$都是等位面上的曲面向量。令 $V_r^* = KV_r$,则 $V_r^*$ 和 $V_r$ 有相同的方向。容易求得 $V_r^*$ 与 $V^r$ 的夹角 $\theta$为:

$$\begin{aligned} \cos\theta &= V_r^*\, V^r/(|V_r^*||V^r|) = \\ &K/(|V_r^*||V^r|) \end{aligned} \tag{12}$$

从式 (6) 看出 $V_r^*$ 和 $V^r$ 的模长都是有限非零的。从上式看出当曲面上的点逐渐趋近奇点时,$V_r^*$ 和 $V^r$ 趋于垂直,在奇点时它们互相垂直,这时 $V_1^*$、$V_2^*$、$V_3^*$ 都是等位面上的曲面向量,且可验证它们的方向一致,方位角都是 $\arctan(-i_2/f)$。由上面的讨论知,它正好是主曲率为零的方向,沿该方向 $\Lambda$、$H$、$W$的值不变,所有 $V_r$ 变成无穷大导致奇异性的产生。

**定理 2** 在大地奇点处,自然协变基和逆变基互相垂直,且都是等位面上的曲面向量,方向一致,都朝 $\Lambda$、$H$、$W$不变的零主曲率方向,从而导致

大地奇异性的产生。

## 3 孤立奇点的可去性

以 $y^r = (\Lambda, H, W)$为坐标的重力场的度量为:

$$ds^2 = g_{rs} dy^r dy^s, \quad r, s = 1, 2, 3 \qquad (13)$$

$$g_{11} = (i_2^2 + f^2)\cos^2 H / K^2$$

$$g_{12} = -(i_1 + i_2) f \cos H / K^2$$

$$g_{13} = [\cos H / (gK^2)][i_2(i_2 V_1 - fV_2) - f(i_1 V_2 - fV_1)]$$

$$g_{22} = (f^2 + i_1^2) / K^2$$

$$g_{23} = [i_1(i_1 V_2 - fV_1) - f(i_2 V_1 - fV_2)] / (gK^2)$$

$$g_{33} = [K^2 + (i_2 V_1 - fV_2)^2 + (i_1 V_2 - fV_1)^2] / (g^2 K^2)$$

从上式可以看出,在大地奇点 $K = 0$处,$g_{rs}$具有无穷大的奇异性,度量式 (13) 无意义。这说明了用 $(\Lambda, H, W)$ 坐标来描述重力场是不完备的,在奇点处无能为力。

现在讨论一种特殊的奇点,这种奇点并不破坏 $(\Lambda, H, W)$ 在空间的单值性,即重力场中一点只对应一个坐标 $(\Lambda, H, W)$。重力场中不同的点肯定具有不同的坐标,虽有奇点存在,但由单值性知一定可以建立起 $(X, Y, Z)$ 与 $(\Lambda, H, W)$ 的一一对应关系,在奇点处的关系由极限状态确定,在这种意义下整体的坐标转变关系式仍然存在,不会出现引言中所述的问题 这样的奇点对实际大地测量没有影响,称之为可去奇点 现将证明等位面上孤立奇点是可去奇点 对此仅需证明等位面上 $(\Lambda, H)$ 的单值性必有 $(\Lambda, H, W)$ 的单值性,因为不同的等位面具有不同的 $W$值。用反证法,假定等位面上有两个不同的点 $A$、$B$ 具有相同的 $(\Lambda, H)$,作两条光滑的曲线 $C_1$、$C_2$连接 $A$、$B$两点形成一条封闭曲线。在 $C_1$上任选一点 $E$,当 $C_1$同伦变化到 $C_2$也即 $C_1$连续变化到 $C_2$时,$E$点经过一条路径 $C_3$变化到 $C_2$的相应点 $F$。由连续性和中值定理知,可以使得 $C_3$具有相同的 $(\Lambda, H)$坐标,由 $(\Lambda, H)$ 定义知它具有相同的 Gauss映射像,这说明 $C_3$是直线段,在 $C_3$上等位面的 $K = 0$,这与孤立奇点矛盾。

定理 3　等位面上的孤立大地奇点是可去的。

下面讨论等位面上孤立奇点可去性的合理性。这就是说以 $(\Lambda, H)$ 坐标来描述等位面上的点时,它的度量的孤立奇异性并不重要,照样可进行解算。由于在非奇点处度量式 (13) 有意义,所以只需讨论经过奇点度量的解算。设等位面上任意两点 $(\Lambda_1, H_1)$、$(\Lambda_2, H_2)$ 和一条经过奇点 $(\Lambda_0, H_0)$ 连接此两点的光滑曲线 $\Lambda = f(H)$,求解它们之间的距离 $S$,这就是传统大地测量主题反算问题的一般化。把 $\Lambda = f(H)$ 代入到式 (13) 得:

$$S = \int_{H_1}^{H_2} \frac{1}{K}[f'^2(i_2^2 + f^2)\cos^2 H - 2f'(i_1 + i_2) f \cos H + f^2 + i_1^2]^{1/2} dH = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Delta}{K} dH \qquad (14)$$

其中 $f' = d\Lambda / dH$,$\Delta$ 代表整个根式。上式是个奇异积分,在奇点处 $\Delta / K$ 为无穷大。以奇点为圆心作半径为 $W$的测地圆,设测地圆与曲线 $\Lambda = f(H)$的交点为 $(\Lambda_0 - X_1, H_0 - X_2)$, $(\Lambda_0 + X_1, H_0 + X_2)$,这里 $W$、$X_1$、$X_2$都是非常小的正数。式 (14) 积分分解成:

$$S = \int_{H_1}^{H_0 - X_2} + \int_{H_0 + X_2}^{H_2} + \int_{H_0 - X_2}^{H_0 + X_2} \frac{\Delta}{K} dH \qquad (15)$$

前两个积分没有奇异性,是可积的;第三个积分是求交点 $(\Lambda_0 - X_1, H_0 - X_2)$ 到 $(\Lambda_0 + X_1, H_0 + X_2)$ 的距离,当测地圆足够小时,可认为第三个积分就是 $2W$。整个积分有意义。

反之,如果等位面上一点 $(\Lambda_1, H_1)$ 以及一条连接 $(\Lambda_1, H_1)$、$(\Lambda, H)$ 的光滑曲线 $\Lambda = f(H)$,设 $(\Lambda_1, H_1)$ 到 $(\Lambda, H)$ 的距离为 $S$,求解 $(\Lambda, H)$,这就是传统大地测量主题正算问题的一般化。有:

$$\Lambda = \Lambda_1 + \int_0^S K f' [f'^2(i_2^2 + f^2)\cos^2 H - 2f'(i_1 + i_2) f \cos H + f^2 + i_1^2]^{-1/2} ds$$

$$H = H_0 + \int_0^S K [f'^2(i_2^2 + f^2)\cos^2 H - 2f'(i_1 + i_2) f \cos H + f^2 + i_1^2]^{-1/2} ds \qquad (16)$$

由此两式看出,即使经过奇点也不具有奇异性。综上所述,等位面上的孤立奇点对用度量式 (13)进行的计算没有任何影响,这也是认为它可去的充分原因。

## 4 孤立奇点

地球是一个有限的形体,因此它所产生的等位面是一个紧致有限的光滑闭曲面,故地球重力场的等位面不可能处处是大地奇点。

定理 4　等位面上必存在非大地奇点。

证　取一个完全包含此等位面的球面,然后让这个球面进行收缩,直到它与此等位面刚好相切,而又把整个等位面包含在内,则切点就是椭圆点 $K > 0$,是非奇点。

由于对地球重力场了解不够,并不能肯定它的奇点的存在性,由§3讨论知,即使地球重力场存在大地奇异性,但如果仅仅存在孤立的(指等位面上而非全空间,下同)大地奇点,它对大地测量影响不大,是可去的。这使我们考虑什么样的情形下地球重力场仅存在孤立的大地奇点。

依据大地测量的实践经验,一般认为地球重力场的等位面是凸的(即 $K\geqslant 0$),这个假定比较客观,符合地球的实际情况。再假定测地挠率为0,这样假定是依据定理5[7]。

定理5 曲面上一条曲线为曲率线的充要条件是在曲线的每点处,关于切向的测地挠率为0。

引理1 设地球重力场的 $K\geqslant 0$, f= 0,则等位面上不存在一个区域,在这个区域上 $K=0$。

证 若不然,在等位面上存在这样的一个区域K满足 $K=0$。在K上选取相邻的两条子午线和两条平行圈构成一个曲线四边形 $ABCD$,其中 $AD$、$BC$为子午线,$AB$、$CD$为平行圈(逆时针方向)。由 f= 0知子午线和平行圈都是曲率线,由文献[6]中的定理2知子午线是测地线。设 i₁、i₂是五参量中的两个,即平行圈、子午线的法曲率,由 $K=$ i₁ i₂ − f₂= i₁ i₂= 0知,必有一个为零。由于地球重力场的平行圈除赤道外,不是测地线[6],故有 i₁≠ 0, i₂= 0。利用 Gauss-Bonnet公式

$$\sum_{i=1}^{n}\int k_g(s)\,\mathrm{d}s+\iint_{K}K\,\mathrm{d}\sigma+\sum_{i=1}^{P}\theta_i=2\pi\,\mathrm{i}(K)\qquad(17)$$

其中 $k_g(s)$是曲线的测地曲率;K为曲线所围的区域,这里为曲线四边形 $ABCD$;$n$为曲边数;$\theta_i$为曲线的转角;$P$为转角数;i(K)是区域K的Euler示性数,这里i(K)= 1。由 f= 0知,子午线平行圈都是曲率线,取逆时针为积分方向,则转角 $\theta_i=\pi/2$,在子午线 $AD$、$BC$上 $k_g=0$。把上面的条件代入式(17)得:

$$\int_{AB}+\int_{CD}k_g(s)\,\mathrm{d}s=0\qquad(18)$$

由 $ABCD$的任意性知,$k_g(s)=0$,这说明平行圈 $AB$、$CD$都是测地线,与定理3矛盾。证毕。

引理2 设重力场的 $K\geqslant 0$, f= 0,则等位面上不存在一条曲线,在这曲线段上 $K=0$。

证 假定存在这样的曲线,在这曲线上 $K=0$。在这曲线上任选两点 $A$、$B$,再在等位面上任选一点 $C$,由于等位面是二维的光滑流形,由黎曼几何知存在测地线 $CA$、$CB$连接 $C$、$A$和 $C$、$B$。$C$点的法向沿 $CA$、$CB$连续变化到 $A$、$B$点的法向。在 $CA$上任选一点 $E$,当 $CA$连续变化到 $CB$时,$E$点将连续变化到 $CB$的 $F$点。由 $AB$的 Gauss映射像是一个点和中值定理,可使 $EF$的 Gauss映射像也是一个点,这说明 $EF$上 $K=0$,由 $E$的任意性知,$AEFB$上 $K=0$,这与引理1矛盾。证毕。

综合引理1、引理2,有定理6、7。

定理6 设地球重力场的 $K\geqslant 0$, f= 0,则等位面上有且仅有孤立的大地异点。

定理7 设地球重力场的 $K\geqslant 0$, f= 0,则等位面上存在的孤立奇异点的个数是有限的。

证 假如存在无限个孤立的大地奇点,由等位面的紧致性及 Bolzano-Weierstrass定理知必存在奇点的聚点,显然与孤立性矛盾。证毕。

定理6、定理7的意义在于在 $K\geqslant 0$, f= 0情况下,即使有奇点存在,奇点也只是有限个,都是可去的,完全可以把重力场看作没有奇点。从证明过程看,证明都是在局部范围内进行的,即使地球不完全符合 $K\geqslant 0$, f= 0的假设,但只要在局部范围内满足 $K\geqslant 0$, f= 0,那么在这个区域内定理就成立,所以 $K\geqslant 0$, f= 0可以作为判定的条件。

本文仅得出了一些理论性的初步结果,具有理论与应用价值。但对于实际地球还有很多问题需要解决,如实际地球是否存在大地奇异性;如果存在,在什么地方;大地奇异性与地球内部物理密切相关,怎样以大地奇异性反演地球内部物理,这些都是有待解决的问题。

## 参 考 文 献


1 Grafarend E. Three Dimensional Geodesy, I, the Holonomity Problem. ZfV, 1975, (100): 270~281

2 Marussi A. Intrinsic Geodesy. Berlin: Springer, 1985

3 Bocchio F. An Inverse Geodetic Singularity Problem. Geophys. J. Astr. Soc., 1981, (67): 181~187

4 Bocchio F. Geodetic Singularities in the Gravity Field of a Non-homogeneous Planet. Geophys. J. R. Astr. Soc., 1982, (68): 643~625

5 Grossman N. Is the Geoid a Trapped Surface. Boll. Geod. Sic. Affini., 1978, (2~3): 173~193

6 王东明,朱灼文.重力场的内蕴特性.武汉测绘科技大学学报,1999, 24(1): 40~44

7 苏步青,胡和生,沈纯理.微分几何.北京:高等教育出版社,1979


(下转第111页)

## 参 考 文 献


1 施　闯,刘经南.基于相关分析的粗差理论.武汉测绘科技大学学报, 1998, 23 (1): 5~ 9

2 崔希璋,刘经南.国家高精度 GPS网数据处理个别问题探讨.武汉测绘科技大学学报, 1994, 19 (增刊): 3~ 10

3 李德仁.误差处理和可靠性理论.北京: 测绘出版社, 1988

4 菲利普斯 G M著.数值分析的理论及其应用.熊西文等译.上海: 上海科技出版社, 1980


# Outlier Analysis in the Integrate Adjustment of National High-precision GPS Network


*Shi Chuang　Liu Jingnan*

(School of Geo-science and Surveying Engineering, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)



**Abstract**　The national high-precision GPS network for geodetic control is surveyed from 1991 to 1997. The GPS observation data are processed by GAMIT software. GAMIT baseline solution are used as observations for integrate adjustment. In this case the outlier baseline is very difficult to find out from 4 935 independent baselines. This paper uses correlation analysis theory to snoop the outliers. In the adjustment the outliers are kept but downweighted. This theory can find out multi-outliers in correlative observations, and reduce the influence of the outliers. This paper also gives the step and principle for this outlier analysis theory. And gives the comparison of the result of the national high-precision GPS network with outlier analysis.



**Key words**　national high-precision GPS network; outlier analysis; correlation analysis; robust estimation


---

(上接第 102页 )

# Geodetic Singularity Problem in Gravity Field


*Wang Dongming　Zhu Zhuowen*

(Department of Geophysics, Beijing University, Beijing, China, 100871)



**Abstract**　In the paper the authors have studied the influence of the geodetic singularity on geodesy and the structure of the gravity field near the singular point, exposed the nature of the singularity, and drawn the following conclusions: reference [1] Isolated geodetic singular points are removable; reference [2] Under the condition that Gauss curvature of equipotential surface is non-negative and geodetic torsion of meridian vanishes. If there exist geodetic singular points on the equipotential surface of the earth's gravity field, their number is finite and they are isolated.



**Key words**　geodetic singularity; Gauss curvature; five parameter; Marussi coordinate; gravity field