

在 FFT 中实现同址运算的一种快速方法

林 军

(湖北商业高等专科学校电子系, 武汉市珞喻路 33 号, 430070)

摘 要 提出了一种在时间抽取和频率抽取的基 - 2 FFT 算法中实现同址运算的快速方法。以一维的 FFT 为例来说明这个方法的应用, 给出了用 C 语言编制的程序。

关键词 同址运算; 逻辑顺序; 运算速度; FFT

分类号 TP39

在实现时间抽取 FFT(快速傅立叶变换)算法和频率抽取 FFT 算法时, 同址运算是存储原始数据、中间结果以及计算结果的有效而实用的方法。同址运算是将原始数据存入一组存储单元后, 每一级蝶形运算的结果仍然存储在上一组存储单元中, 直至最后, 输出结果也存储在这组存储单元中。从而 N 点的 DFT(离散傅立叶变换)只需 $N \times 2$ 个单元来分别存放序列的实部与虚部, 节省了存储单元。为了实现同址运算, 对于时间抽取基 - 2 FFT, 要对输入的下标按位序倒转的编排次序进行排列; 对于频率抽取基 - 2 FFT 要对输出的下标按位序倒转的编排次序进行排列。这种排列一般是通过交换数据的方法来实现的。然而, 序列长度 N 越大, 交换数据次数就越多, 影响了运算速度。使用以逻辑顺序对数据进行操作的方法实现同址运算就可以避免数据交换, 提高运算速度。特别是对于二维信号的 DFT, 这种方法的优点就更为突出。

1 方法简介

假设序列 $x(n)$ 长度为 $N = 2^M$, M 为正整数。将 $N = 2^M$ 的序列 $x(n)$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$) 的实部与虚部按自然顺序分别存入一维数组 XR 和 XI 中。将倒转位序后的下标号存入一维数组 PP 中, 作为 XR 和 XI 的下标, 从而建立起按逻辑顺序排列的下标号与数据之间一一对应关系。以存放实部的数组 XR 为例, 这种对应关系如图 1 所示。

这是一种逻辑的排列数据方法, 数组 PP 的作用是为数组 XR 和 XI 提供下标, 相当于一个指针。如果使用 C 语言编程, 也可使用指针数组来代替数组 PP 。

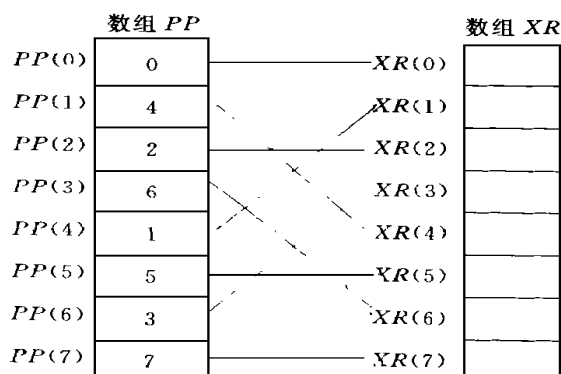


图 1 当 $N = 8$ 时, 位序倒转下标号与数据之间一一对应关系的示意图

Fig. 1 When $N = 8$, the Corresponding Relationship Between the Subscript of the Binary Number in Contrary Order and the Data

2 方法的应用

2.1 在一维 DFT 中的应用

对于时间抽取基 - 2 FFT, 其操作步骤如下:

- 1) 将序列 $x(n)$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$) 的实部与虚部以自然顺序分别输入到数组 XR 和 XI 中;
- 2) 计算出位序倒转后的下标号, 存入一维数组 PP ;
- 3) 以数组 PP 提供的逻辑顺序对 $x(n)$ 进行同址运算;
- 4) 以数组 PP 提供的逻辑顺序输出最后结果, 依次得 $x(0), x(1), \dots, x(N-1)$, 即 $X(k), k = 0, 1, \dots, N-1$

对于频率抽取基 - 2 FFT, 其操作步骤如下:

- 1) 将序列 $x(n)$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$) 的实部与虚部以自然顺序分别输入到数组 XR 和 XI 中;
- 2) 计算出位序倒转后的下标号, 存入一维数

组 PP ;

3) 以自然顺序对 $x(n)$ 进行同址运算;

4) 以数组 PP 提供的逻辑顺序输出最后结果, 依次得 $x(0), x(1), \dots, x(N-1)$, 即 $X(k), k = 0, 1, \dots, N-1$.

2.2 在二维 DFT 中的应用

在二维 DFT 中使用这种方法, 需要引入两个一维数组 A 和 B , 分别存放按位序倒转后的行指标和列指标。原始数据的实部与虚部分别存放在两个二维数组 XR 和 XI 中。以存放实部的数组 XR 为例, 数据存放图如图 2 所示。为了说明这个方法的应用, 二维离散傅里叶变换定义如下:

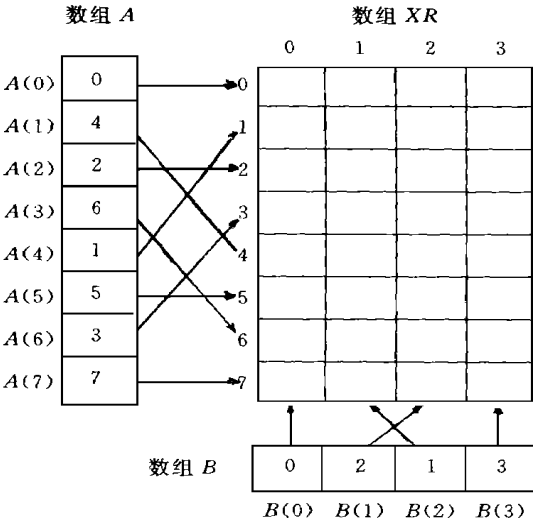


图 2 当 $M=8, N=4$ 时, 位序倒转下标与数据之间一一对应关系的示意图

Fig. 2 When $M=8, N=4$, the Corresponding Relationship Between the Subscript of the Binary Number in Contrary Order and the Data

$$X(k, l) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} x(m, n) W_M^{km} W_N^{ln} \quad (1)$$

$$k = 0, 1, \dots, M-1; l = 0, 1, \dots, N-1$$

这种计算包含以下形式的 M 个 DFT:

$$A(m, l) = \sum_{n=0}^{N-1} x(m, n) W_N^{ln} \quad (2)$$

$$m = 0, 1, \dots, M-1; l = 0, 1, \dots, N-1$$

和以下形式的 N 个 DFT:

$$X(k, l) = \sum_{m=0}^{M-1} A(m, l) W_M^{km} \quad (3)$$

$$k = 0, 1, \dots, M-1; l = 0, 1, \dots, N-1$$

对于时间抽取 FFT, 其操作步骤如下:

1) 将二维序列 $x(m, n)$ 的实部与虚部分别存入到两个 $M \times N$ 的二维数组 XR 和 XI 中;

2) 分别计算出位序倒转后的行、列下标指数, 并分别存入一维数组 A 和 B 中;

3) 根据 (2) 式以数组 B 中数据提供的逻辑顺

序为列指标, 以自然顺序为行指标, 采用同址运算的方法计算 M 个 DFT;

4) 根据 (3) 式, 以数组 B 中数据提供的逻辑顺序为列指标, 以数组 A 中数据提供的逻辑顺序为行指标, 采用同址运算的方法计算 N 个 DFT;

5) 分别根据数组 A, B 所提供的行指标和列指标, 输出最后结果

对于频率抽取 FFT, 其操作步骤 1)、2)、5) 都与时间抽取 FFT 相同, 3) 和 4) 的操作如下:

3) 根据 (2) 式, 行与列都以自然顺序进行操作, 采用同址运算的方法计算 M 个 DFT;

4) 根据 (3) 式, 行以自然顺序, 列以自然顺序, 用同址运算的方法计算 N 个 DFT

3 应用举例

* 按频率抽取的 FFT * /

* 以逻辑顺序进行处理 * /

* 数组下标从 0 开始 * /

define XR(u) * (XR+ u)

define XI(u) * (XI+ u)

define PP(u) * (PP+ u)

include <stdlib.h>

include <math.h>

main()

{ int n, n1, a, c, d, f, g, h, i, j, l, q, r, * PP;

double * XR, * XI;

double b, e, co, si, kk, ll;

printf("请输入序列 $x(n)$ 的长度 $N=$ ");

scanf("%d", &n);

XR= calloc(n, 8);

XI= calloc(n, 8);

printf("XR(n)\n"); /* 输入 * /

for (i= 0; i < n; i+ +)

scanf("%lf", XR+ i);

printf("XI(n)\n");

for (i= 0; i < n; i+ +)

scanf("%lf", XI+ i);

printf("\n");

printf("序列 $x(n)$ \n");

for (i= 0; i < n; i+ +)

printf("XR(%d)= %f XI(%d)= %f \n", i, XR(i), i, XI(i));

n1= 0; /* 计算指数 n1 * /

i= 1;

while (i < n)

```

    {i* = 2; n l+ + ; }
* 计算倒转位序的值 * /
PP= calloc(n, 2);
for (i= 0; i < n; i+ + )      /* 清零 * /
    PP(i)= 0;
r= 1;          /* 计算 * /
q= 2;
for (i= 1; i <= n 1; i+ + )
    {l= 0;
    while (l < n)
        {l= l+ n / q;
        for (j= 1; j <= n / q; j+ + )
            {PP(l)+ = + r;
            l+ + ;
            }
        }
    r= q;
    q* = 2;
    }
a= n;
b= acos((double)(- 1))* 2/(double)n; /* b
= 2π / n; * /
for (c= 1; c <= n 1; c+ + )
    {d= a;
    a /= 2;
    e= 0;
    for (f= 1; f <= a; f+ + )
        {co= cos(e);
        si= sin(e);
        et = b;
        for (g= d; g <= n; g+ = d)
            {h= g- d+ f- 1;
            j= h+ a;
            kk= XR(h)- XR(j);
            ll= XI(h)- XI(j);
            XR(h)= XR(h)+ XR(j);
            XI(h)= XI(h)+ XI(j);
            XR(j)= ω* kk+ si* ll;
            XI(j)= co* ll- si* kk;

```

```

    }
    }
    b* = 2;
    }
    printf("序列 X(k)\n");
    for (i= 0; i < n; i+ + )      /* 输出 * /
        printf("XR(%d)= %f  XI(%d)= %f \
n", i, XR(PP(i)), i, XI(PP(i)));
    }

```

4 结 语

用交换变量值的方法在 FFT中实现同址运算,需要多次交换数据。以二维的 FFT为例,当 $M= N= 2^8$ 时,实部和虚部需要交换变量的总次数为 122 880次。若每一次交换需要 3个赋值语句,则需要执行 368 640个赋值语句。当 $M= N= 2^{10}$ 时,实部和虚部需要交换的总次数为 2 031 616次,需要执行 6 094 848个赋值语句。其交换变量的次数随着 M 和 N 的增大而增加。用本文提出的方法则避免了数据本身的交换,提高了运算速度,特别是对有限二维 DFT作用比较明显。而且 M 和 N 越大,作用就越明显。以逻辑顺序对数据进行操作的方法保持了数据存放的物理顺序不变。这种方法只需要增加少量的存储单元,就能提高运算速度。对于 N 点的一维 DFT只需要增加 N 个单元;对于 $M \times N$ 的二维 DFT只需要增加 $M+ N$ 个单元。总之,这种方法是在基-2FFT中实现同址运算的一种快速方法。

参 考 文 献

- 1 Oppenheim A V, Schafe R W. Digital Signal Processing. Prentice-Hall Inc., 1975
- 2 姚天任,江太辉.数字信号处理.武汉:华中理工大学出版社,1988. 109~ 131
- 3 李素芝,万建伟.时域离散信号处理.长沙:国防科技大学出版社,1994. 315~ 332
- 4 蒋增荣,曾泳泓,余品能.快速算法.长沙:国防科技大学出版社,1993. 103~ 108

A Fast Method Implementing the Identical Address Operation in FFT

Lin Jun

(Department of Electron, Hubei Commercial College, 33 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

Abstract This paper presents a fast method implementing the identical address operation in the decimation-in-time FFT and the decimation-in-frequency FFT. An example of the one dimension FFT is cited to state how to apply this method. The program of the example in C language is shown.

Key words identical address operation; logical order; operating speed; FFT

(上接第 267 页)

设计和实验室调试,结果基本与预计相符,准备在改进型 JW P01 像片解析仪中加以应用。

参 考 文 献

- 1 刘家松.内建自测试 (BIST)简介.微电子测试, 1994 (4), 1995(1, 2)
- 2 杨龙祥.自动测试技术的最新进展和趋势.电子与仪表, 1995(1)
- 3 周青龙.故障诊断与监控.北京:兵器工业出版社,

1992

- 4 Kondrat M. Integration Makos IDD Test Practical. Test & Measurement World, 1994, 14(1)
- 5 Romanchik D. Vse Boundary Soan for Test. Test & Measurement World, 1994, 14(13)
- 6 卢昆祥.整机系统可靠性设计理论与实用技术.天津:天津科学技术出版社, 1987
- 7 周广涛,肖端庄.电子设备与系统可靠性设计.航天工业部第二研究院院刊, 1984

The Research of the Self-detection Technology for Electrical Part of the Analytical Photo-positioning Apparatus JWP01

Han Jianzhong Dai Tongqing Liang Yinzong

(School of Photoelectric Engineering, WTU SM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract The analytical photo-positioning apparatus JW P01, as a vehicle-borne instrument, works in a rough environment and is required to have high reliability. The reliability of the electrical part has been considered when the instrument is designed. Based on the discussion of the designs aiming at the reliability of the electrical part of the instrument the self-detection issues are discussed.

Key words reliability; BIST; function test