

高斯平面波场狭缝菲涅耳衍射的一些特性

翁兴涛 何平安 曾深波 邢鹤亭

(武汉测绘科技大学光电工程学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘要 用计算机数值求解了高斯平面波场的狭缝菲涅耳衍射图样, 以均匀平面波的衍射图样为参照, 求出了不同光斑尺寸、横向偏移高斯光场衍射图样与参照图样之间的相关系数。对几种参数下的高斯光束衍射图样提取了重心坐标, 研究了衍射图样的重心在空间的轨迹形状及拟合方程。

关键词 高斯光束; 狭缝衍射; 菲涅耳衍射

分类号 O436; TN24

衍射是光波在传播过程中遇到障碍而引起传播方向改变的光学现象, 是光的波动性的重要标志, 通常分菲涅耳衍射、夫琅和费衍射两类现象进行研究。单色平面波场的狭缝、矩孔、圆孔衍射是波动光学中的经典问题, 而夫琅和费衍射因在数学上对应于傅立叶变换而显得简洁明了。理想的单色平面波在实践中是不存在的, 因此上述衍射现象均是实际过程的抽象和简化。作为目前单色性最好的激光源, 其输出一般都是高斯光束, 即光场的振幅在光束横截面内呈高斯分布, 而波阵面是曲率半径按一定规律变化的球面, 所以研究高斯球面波的衍射现象特别是菲涅耳衍射现象更具有实践意义。笔者以数值积分法研究了高斯平面波场的狭缝菲涅耳衍射分布, 由此发现了一些值得激光应用领域重视的特殊现象与规律。

1 数值积分法高斯平面波场的狭缝菲涅耳衍射场分布

衍射的研究, 在数学上可归结为求解菲涅耳-基尔霍夫衍射积分。在直角坐标下经菲涅耳近似后其形式如下:

$$E(x, y, z) = \frac{\exp ikz}{i\lambda z} \iint E(x_0, y_0, 0) \cdot \exp\{(ik/2z)[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\} dx_0 dy_0 \quad (1)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$; $E(x_0, y_0, 0)$ 为衍射孔径所在面内的光波场。对于矩孔衍射, 可简化为两个方向的狭缝衍射。所以将孔径函数及衍射场函数进行变量分离, 可得狭缝衍射:

$$E(x, z) = \frac{1}{\exp ikz / i\lambda z} \int \exp\{(ik/2z)(x-x_0)^2\} dx_0 \quad (2)$$

设处于 $z=0$ 面内的狭缝宽度为 $2a$, 中心在 z 轴上。现有束腰位于狭缝面内, 腰斑尺寸 w_0 , 光轴与 z 轴有一横向偏移量 b 的高斯光波场照明此狭缝, 这时有:

$$E(x, z; w_0, b) = \frac{1}{\exp ikz / i\lambda z} \int_{-a}^a (c/w_0) e^{-(x_0-b)^2/w_0^2} \cdot \exp\{(ik/2z)(x-x_0)^2\} dx_0 \quad (3)$$

式中, c 为与照明光强有关的常数

引入归化参数 $X_0 = x_0/a$, $X = x/a$, $W_0 = w_0/a$, $B = b/a$, 并引入菲涅耳数 $N = a^2/\lambda z$, 且略去常数因子, 则 (3) 式成为:

$$E(X, N; W_0, B) = \left[N \cdot \exp\left[i2\pi \frac{a^2}{N\lambda^2} - \frac{\pi}{2}\right] \right]^{\frac{1}{2}} \int_{-1}^1 \exp[-(X_0 - B)^2/W_0^2] \cdot \exp[i\pi N(X - X_0)^2] dX_0 \quad (4)$$

那么, 衍射场的光强分布为:

$$I(X, N; W_0, B) = |E(X, N; W_0, B)|^2 \quad (5)$$

由式 (5) 出发, 利用计算机作数值积分, 可计算出在给定 W_0, B 的情况下不同位置 z 处 (即不同 N 处) 的光强分布状况。图 1 即是 $W_0=2, B=0.1$ 时的狭缝衍射场强分布情况, 图中虚线是衍射孔径上的场强分布情况。

当 $B=0, W_0 \rightarrow \infty$ 时, 高斯平面波场演变为均匀平面波 (即通常意义上的平面波: 波阵面为平面, 振幅处处相等)。如以熟知的均匀平面波的菲涅耳衍射场光强分布为参照, 为研究高斯平面波

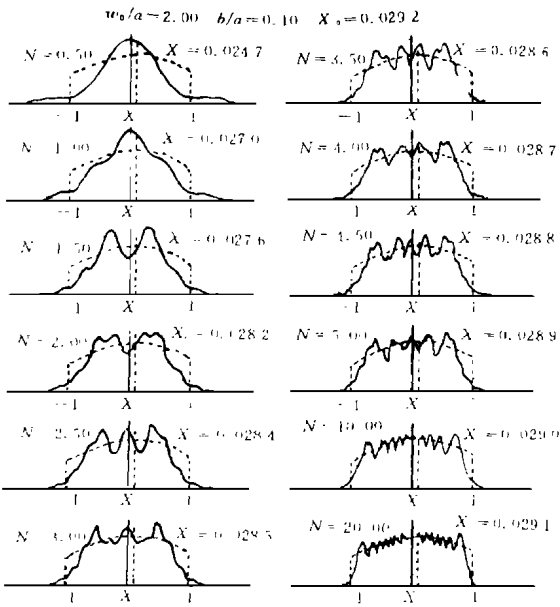


图 1 $W_0=2, B=0.1$ 时高斯平面波场的狭缝衍射场强分布

Fig. 1 The Intensity Distribution in Fresnel Diffraction Fields where Gaussian-plane Wave with Spot Size $W_0=2$ and Transverse Shift $B=0.1$ is Truncated by a Slit

表 1 $B=0$ 时, 高斯平面波和均匀平面波菲涅耳衍射光强分布曲线的相关系数

Tab. 1 The Correlation Coefficients of Fresnel Diffraction Intensity Distribution Curves Between Gaussian-plane Waves and Uniformly Planar Wave

W_0	N						
	20	10	5	2	1	0.5	$\rightarrow \infty$
5	0.999 76	0.999 77	0.999 78	0.999 83	0.999 84	0.999 86	0.999 72
4	0.999 41	0.999 44	0.999 48	0.999 58	0.999 62	0.999 65	0.999 32
2	0.991 17	0.991 57	0.992 11	0.993 62	0.994 29	0.994 69	0.990 01
1	0.906 33	0.908 91	0.912 92	0.925 80	0.933 81	0.938 09	0.900 14
0.5	0.668 90	0.671 61	0.677 50	0.705 70	0.735 42	0.743 63	0.664 96

2 光强重心的轨迹及其拟合方程

在求得了菲涅耳衍射场的光强分布后, 我们可以求出光强分布的重心值 (相当于用探测器探测到的光束中心位置) 显然, 该值不仅与 N 有关, 且有赖于 W_0, B 的取值, 即

$$X_c(N; W_0, B) = \frac{\int XI(X, N; W_0, B) dX}{\int I(X, N; W_0, B) dX} \quad (7)$$

当 $N \rightarrow \infty$ (即 $z=0$ 时), $X_c \rightarrow X_{c0}$, X_{c0} 为衍射孔径内光强的重心。表 2 列出几个典型的 X_c 数据

根据 N 与 z 的关系 $N = a^2 / \lambda z$, 我们可求出不同距离 z 处的光强重心所组成的空间轨迹的拟合方程。用 3 种方程形式拟合此重心轨迹, 即

$$X_c = X_{c0} / (1 + Z^n / k) \quad (8)$$

场照明狭缝时衍射场分布的相似性, 可定义两种光强分布曲线的相关系数为:

$$V = \frac{\int I_P(X, N; W_0 \rightarrow \infty, B=0) I_G(X, N; W_0, B) dX}{\left(\int I_P^2 dX \right)^{1/2} \cdot \left(\int I_G^2 dX \right)^{1/2}} \quad (6)$$

式中, I_P 表示均匀平面波的衍射场光强分布; I_G 表示高斯平面波的衍射场光强分布。显然, V 应随 W_0, B, N 而异。当 $B=0$ 时, 数值运算的结果如表 1 可以看出, 相关系数随 N 减小而增大, 随 W_0 增大而增大。同样地, 也可以计算出 $B \neq 0$ 时的相关系数。结果表明, 从近场 ($N=20$) 到接近远场 ($N=0.5$) 的区域内, 若要求相关系数不小于 0.999, 则

当 $W_0=5$ 时, $B=0.5$ 仍能满足要求; 当 $W_0=4$ 时, $B \leq 0.2$ 才能满足要求; 当 $W_0 \leq 3$ 时, $B=0$ 也无法满足要求

由此可见, 要将高斯平面波当作均匀平面波, 需视不同的使用场合进行扩束和对中, 越是近场使用, 要求越高

$$X_c = X_{c0} \exp(-Z^n / k) \quad (9)$$

$$X_c = X_{c0} + kZ \quad (10)$$

表 2 菲涅耳衍射场内光强分布的重心位置

Tab. 2 The Gravity Center Coordinates of Intensity Curves in Fresnel Diffraction Fields

W_0	B	N					
		$\rightarrow \infty$	20	10	5	2	1
$(z=0)$							
0.5	0.144 50	0.143 90	0.143 40	0.142 40	0.139 10	0.133 5	
2	0.4	0.116 20	0.115 60	0.115 30	0.114 40	0.111 00	0.107 3
0.3	0.087 40	0.087 00	0.086 80	0.086 10	0.084 10	0.080 8	
0.5	0.359 80	0.358 80	0.358 10	0.356 50	0.351 40	0.342 9	
1	0.4	0.295 40	0.294 60	0.294 10	0.292 80	0.289 00	0.282 4
0.3	0.226 30	0.225 70	0.225 30	0.224 40	0.221 60	0.216 9	

其中, $Z = 1/N$; k 和 n 分别为待定系数, 且 $n \in [1, 5]$ 取值。取剩余偏差 $s = [(X_c - X_{c0})^2 / (m-2)]^{1/2}$ (m 为拟合所用的数据组数) 为最小者作最佳拟合方程。数值计算表明, 最佳拟合为第三种直

线拟合,几个典型的结果如表 3

表 3 菲涅耳衍射场光强重心空间轨迹的拟合直线方程

Tab. 3 The Linear Equations Fitted for the Gravity Center Loci of Intensity Distributions in Fresnel Diffraction Fields

W_0	B		
	0.5	0.4	0.3
2	$X_c = 0.1445 - 0.0111Z$	$X_c = 0.1162 - 0.0089Z$	$X_c = 0.0874 - 0.0067Z$
1	$X_c = 0.3598 - 0.0169Z$	$X_c = 0.2954 - 0.0130Z$	$X_c = 0.2263 - 0.0094Z$

上述结果说明,照明光束的高斯分布相对于

狭缝中心存在横向偏移时,衍射后的光束中心不在狭缝中心。在近场区,虽然该光束中心的轨迹仍可视作直线,但该直线与狭缝中心轴之间有一倾角,且 W_0 越小, B 越大,倾角越大。另外,式(10)中的斜率 k 和截距 X_{c0} 都是由 W_0 、 B 决定的,但需大量实例分析才能获得。

参 考 文 献

- 1 梁铨廷. 物理光学. 北京: 机械工业出版社, 1986
- 2 周炳琨, 高以智, 陈家骅, 等. 激光原理. 北京: 国防工业出版社, 1995

Some Features of Fresnel Diffraction Fields of Gaussian-plane Waves Truncated by Slit

Weng Xingtao He Pingan Zeng Shenbo Xing Heting

(School of Photoelectric Engineering, W TUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract Fresnel diffraction intensity patterns are computed where Gaussian-plane waves with various spot size and transverse displacement are truncated by a slit. The correlation coefficients of these pattern curves and that one of uniformly planar waves are calculated. The gravity center coordinates of these patterns and the fit formula of space loci of the gravity centers are investigated.

Key words Gaussian beam; slit diffraction; fresnel diffraction