DOI:10.13203/j.whugis1998.02.009
第23卷第2期 武汉测绘科技大学学报 Vol. 23 No. 2
1998年6月 Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping June 1998

基于 Voronoi 图的空间邻近定义与查询*

李成名 陈 军 朱英浩

（武汉测绘科技大学测绘遥感信息工程国家重点实验室，武汉市珞喻路129号，430079）

摘 要 首先在点 Voronoi 图的基础上，引进了空间目标的 Voronoi 图的定义，进而论述了空间目标 Voronoi 图在 GIS 中定义空间邻近及其邻近查询中的作用。最后给出了部分实验结果。

关键词 Voronoi 图；空间邻近

分类号 O18；TP715；P208

Voronoi 图是一种基本的几何结构，它接近于自然现象本质，并具有惊人的数学特性，是解决相关几何问题强有力的工具[3]，因此，在气象、地质、测绘、考古、分子化学、生态学和计算机科学等领域中都进行了广泛而深入的研究。80年代后期，有关 Voronoi 图的理论方法和应用成为研究的热点内容。近年来，Voronoi 图又被引入 GIS，用来描述空间邻近关系，实现 GIS 中的空间邻近操作、Buffer 分析、空间内插，数字化过程中的断点捕捉和多边形构造等等[1,2,4]。Voronoi 图作为 GIS 中一种辅助手段，可以解决 GIS 中许多传统方法不能解决或者较难解决的问题，如目标之间侧向邻近关系的判别和空间目标的自动综合。

GIS 中的空间邻近是一类极其重要的空间关系，在自然地表内插、GIS 中空间邻近查询、地形特征线的提取等诸多方面都有应用[1,4]。但是，空间邻近的定义却纷繁复杂，极不统一。Voronoi 图是对空间的一种剖分，见图1，剖分得到的子空间

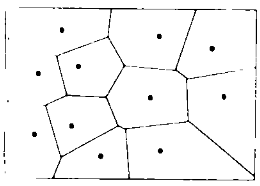


图1 离散点的 Voronoi 图

Fig. 1 Voronoi Diagram of Discrete Points

不相互重合，所有子空间的并集刚好铺满整个空间，这种结构将空间邻近关系隐含在其中。因此，利用 Voronoi 图的概念和性质定义空间邻近比较合理[1]，从而可以进行多种邻近查询。此外，将 Voronoi 图及其性质用于 GIS 中，可以不经过线交叉计算，仅利用其本身结构就可以有效地进行空间邻近分析。在这方面不少研究人员做了有益的尝试，并取得了一些研究成果[1]。但是，这些研究仅仅是初步的，整个体系缺乏完备性、统一性和前后一致性。Voronoi 图除在查询方面表现了广阔的应用前景外，在空间数据结构、空间数据建模等 GIS 领域也已有了应用研究。

1 空间目标 Voronoi 图的定义

点、线、面是 GIS 中3类最基本的空间数据，早期的 Voronoi 图考虑的对象主要是点，利用离散点的 Voronoi 图进行等高线分析。尽管从本质上讲各类空间物体生成 Voronoi 图时没有差异，然而以往却较少考虑了线和面作为生成元的 Voronoi 图，从而在 GIS 中的应用受到了限制。因此，本文从空间中的距离定义出发，逐步引进 GIS 中空间目标的 Voronoi 图的定义。

定义1 设 x, y 是两个点，其坐标分别为 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 和 $(y_1, y_2, \cdots, y_n)$，那么，x 与 y 之间的距离定义为：

$$\text{Distance} = -\ ((x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \cdots + (x_n - y_n)^2)^{1/2}$$

定义2 设 C 是一空间目标，x 是一个点，那么，x 与 C 之间的距离定义为：

$$\text{Distance}(x, C) = \min\{\text{Distance}(x, y), y \in C\}$$

定义3 设 C_1、C_2 是两空间目标，x, y 是2个点，那么，C_1 与 C_2 之间的距离定义为：

$$\text{Distance}(C_1, C_2) = \min\{\text{Distance}(x, y),$$

收稿日期：1997-06-02. 李成名，男，29岁，博士生，现从事 GIS 基础理论研究。

* 国家自然科学基金资助项目，编号49471059。

$y \in C_2, x \in C_1\}$

有了以上几种距离定义，就可以得到空间目标的 Voronoi 图。

定义4　设一幅图中包含 n 个空间目标元素 $P_1, \cdots, P_n$，目标 P_i 的 Voronoi 多边形定义为：

$$\text{Voronoi}(P_i) = \{x \mid \text{Distance}(x, P_i) = \text{Distance}(x, P_j), j = 1, \cdots, n, j \neq i\}$$

边界为：

$$B(P_i) = \{x \mid \text{Distance}(x, P_i) = \text{Distance}(x, P_j), j = 1, \cdots, n, j \neq i\}$$

那么，空间目标的 Voronoi 图就为：

$$\text{VD}(P) = \{\bigcup_{k=1}^{n} \text{Voronoi}(P_k)\} \cup \{\bigcup_{k=1}^{n} B(P_k)\}$$

根据上述空间目标 Voronoi 图的定义，可以生成含有137个空间目标的武测校园 Voronoi 图，如图2所示，实线为空间目标的边界线，虚线为空间目标 Voronoi 图的边界线。

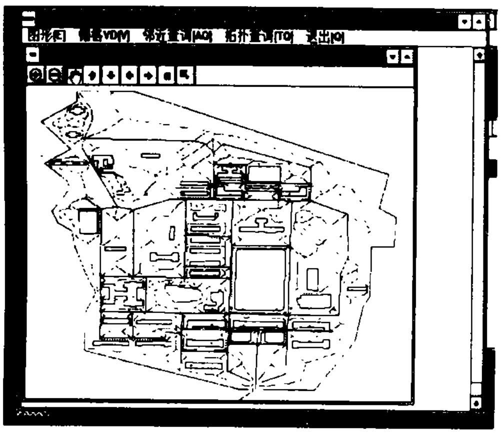


图2　武测校园 Voronoi 图

Fig. 2　Voronoi Diagram of Campus of WTUSM

2　基于 Voronoi 图的空间邻近定义

根据空间目标的 Voronoi 多边形是否邻接，可以定义空间目标之间的邻近关系。由于空间目标的类型不同，这种邻近关系也就定义为不同的形式。

定义5　设 P 是二维笛卡儿空间 $\mathscr{R}^2$ 中有限凸域上空间目标 $P_1, \cdots, P_n$ 集合，$P_i, P_j \in P(i \neq j, i, j = 1, \cdots, n)$，$P_i$ 的 Voronoi 区域为 $V(P_i)$，P_j 的 Voronoi 区域为 $V(P_j)$。如果 $V(P_i)$，$V(P_j)$ 存在且 $\langle P_j, \text{ImmeNeighbor}, P_i\rangle$ 为真，则称 P_i 与 P_j 之间存在直接邻近关系，见图3(a)。

$$\langle P_j, \text{ImmeNeighbor}, P_i\rangle = \langle P_i, \text{ImmeNeighbor}, P_j\rangle \Leftrightarrow (V(P_i) \cap V(P_j) \neq \varnothing)$$

定义6　设 P 是二维笛卡儿空间 $\mathscr{R}^2$ 中有限凸区域上空间目标 $P_1, \cdots, P_n, L$ 集合，其中，L 为线目标。$P_i, L \in P(i = 1, \cdots, n)$，$P_i$ 的 Voronoi 区域为 $V(P_i)$、L 的 Voronoi 区域为 $V(L)$。若 $V(P_i)$，$V(L)$ 存在且 $\langle P_i, \text{LateralNeighbor}, L\rangle$ 为真，则称 P_i 与 L 间存在侧向邻近关系，见图3(b)。

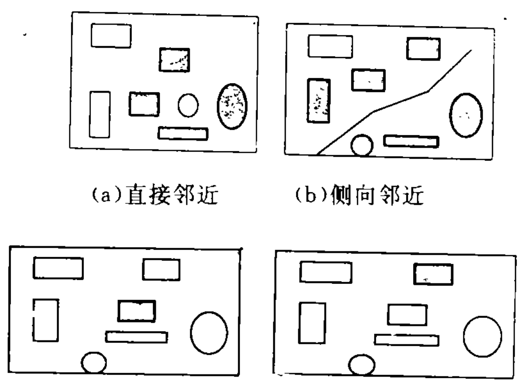
$$\langle L, \text{LateralNeighbor}, P_i\rangle \Leftrightarrow (V(O_i) \cap V(L) \neq \varnothing)$$

定义7　设 P 是二维笛卡儿空间 $\mathscr{R}^2$ 中有限凸区域上空间目标 $P_1, \cdots, P_n$ 集合，$P_i, P_j \in P(i \neq j, i, j = 1, \cdots, n)$，$P_i$ 的 Voronoi 区域为 $V(P_i)$，P_j 的 Voronoi 区域为 $V(P_j)$。如果 $V(P_i)$，$V(P_j)$ 存在且 $\langle P_j, \text{MNNeighbor}, P_i\rangle$ 为真，则称 P_i 与 P_j 之间存在最邻近关系，见图3(d)。

$$\langle P_j, \text{MNNeighbor}, P_i\rangle = \langle P_i, \text{MNNeighbor}, P_j\rangle \Leftrightarrow (V(P_j) \cap V(P_j) \neq \varnothing) \wedge (\text{Distance}(P_j, P_i) = \min)$$

定义8　设 P 是二维笛卡儿空间 $\mathscr{R}^2$ 中有限凸区域上空间目标 $P_1, \cdots, P_n$ 集合，X 是空间上的一点，$P_i \in P$，P_i 的 Voronoi 区域为 $V(P)$，如果 $V(P)$ 存在且 $\langle X, IN, V(P_i)\rangle$ 为真，则称 P_i 为 X 的立即邻近目标，见图3(c)。

$$\langle X, IN, V(P_i)\rangle = \langle X \in V(P_i)\rangle$$



(a)直接邻近　(b)侧向邻近

(c)最邻近　(d)立即邻近

图3　基于 Voronoi 图的空间邻近关系

Fig. 3　Spatial Adjaceney Relation Based on Voronoi Diagram

3　利用 Voronoi 图完成空间邻近查询

3.1　混合数据组织

在基于 Voronoi 图的空间数据模型中，包括

两类数据。一类是铺盖数据(Tessellation)，每一个空间实体都唯一对应一个 Voronoi 多边形。另一类是矢量几何数据，基本的几何目标有点、线段、环和面。两类数据和它们之间的联系构成了混合数据的概念模型，见图4。

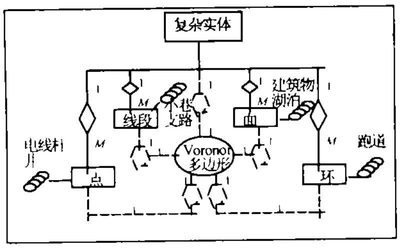


图4 基于 Voronoi 图的空间数据建模

Fig. 4 Spatial Data Modelling Based on Voronoi Diagram

两类数据的物理储存结构如表1所示。

表1 混合数据储存

Tab. 1 Hybrid Data Storage Structure

目标 ID
几何数据及操作
Voronoi 数据及操作
属性数据及操作

几何数据仅仅记录坐标位置，不存储任何拓扑包含、拓扑邻接关系。对于4类基本类型，其存储形式为：

1)点　类别标识号，(x,y)

2)线段　类别标识号，(x_1,y_1)，(x_2,y_2)

3)环线　类别标识号，(x_1,y_1)，…，(x_n,y_n)，(x_1,y_1)

4)面　类别标识号，(x_1,y_1)，…，(x_n,y_n)，(x_1,y_1)

每一个空间实体所对应的 Voronoi 多边形，其 Voronoi 图的对偶 Delaunny 三角网内容以矢量形式存储。$DT(V_1,V_2,V_3,t_1,t_2,t_3)$中，$V_1$，$V_2$，$V_3$为顺时针方向3个顶点，$t_1$，$t_2$，$t_3$为 Delaunny 三角形3条边所对应的3个邻接三角形，见图5。

每一个空间实体所对应的 Voronoi 多边形，若以栅格形式存储，存储的形式分为两步：

1)每一个空间实体对应的 Voronoi 多边形构成了等值图斑，它们可以用简单编码、行程编码或四叉树编码的形式存储。

2)Voronoi 多边形的邻接关系。Voronoi 图的邻接关系以二维关系表的方式存储。图2中，前3个空间目标的邻接关系可记为表2的形式。

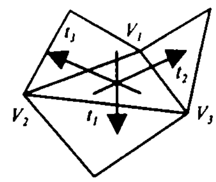


图5 Delaunny 三角网存储结构

Fig. 5 Delaunny Triangulation Structure

表2中，“—”代表 Voronoi 多边形不邻接；“※”代表 Voronoi 多边形邻接。混合模型中的属性数据以关系模型存储。

表2 Voronoi 多边形邻接表

Tab. 2 Relation Table Between Voronoi Regions

邻接关系	1	2	3
1	—	※	—
2	※	—	—
3	—	—	—

3.2 空间邻近查询

在基于 Voronoi 图的空间查询中，搜索范围的缩小提高了搜索的效率。一般来说，仅仅邻近的两个空间目标有关系。如果两个空间目标的 Voronoi 图不邻接，那么这两个空间目标必然是分离的。只有邻近的空间目标，才有可能具有包含、交叉和相接关系。因此，在进行空间查询时，搜索的范围限制在与该目标具有邻近关系的目标集合。图6给出了空间关系查询的框图，图7给出了以骨干路为核心，查询其两侧房屋的侧向邻近查询实例。

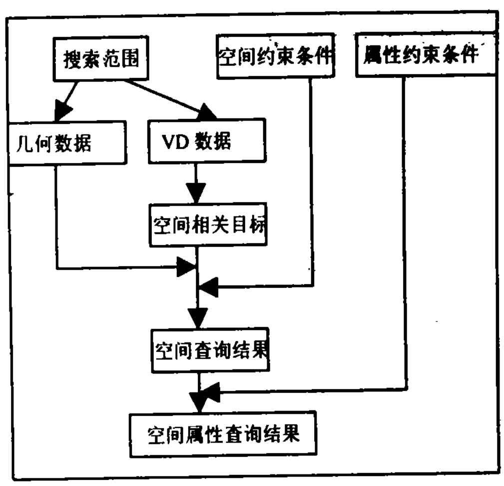


图6 基于 Voronoi 图空间查询框图

Fig. 6 Spatial Query Based on Voronoi Diagram

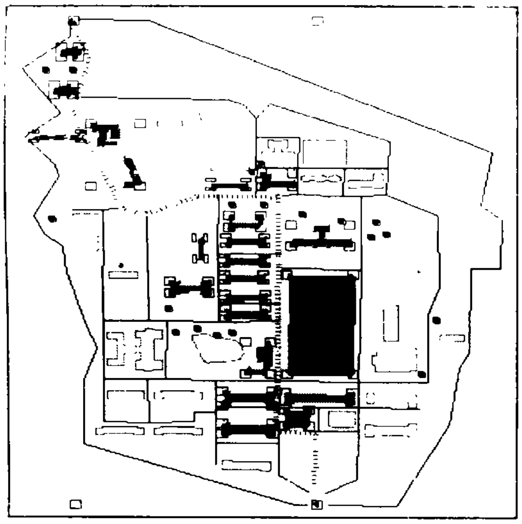


图7 侧向邻近查询实例

Fig. 7 Example for Lateral Adjacency Query

4 结论

根据上述分析和实例研究，本文可以得出这样几点结论：

1）从点 Voronoi 图向空间目标 Voronoi 图扩展，Voronoi 图的性质并没有改变，可以利用它合理、有效地定义空间目标之间的邻近关系。

2）把 Voronoi 图数据和不存储拓扑关系的几何数据组织在一起，可以通过 Voronoi 多边形的邻接性质实现空间邻近关系的查询。

3）通过简单的分析可知，利用 Voronoi 图完成与空间有关的查询时，可以缩小空间查询范围，提高查询效率。

参考文献

1 Gold M. Spatil Adjacency—a General Approach. Auto-carto9, 1989. 298～312

2 Gold M, Nantel J, Yang W. Outside-in: an Alternative Approch to Forest Map Digitizing. International Journal of Geographical Information Systems, 1996 10(3): 291～310

3 Aurenhammer. Voronoi diagram-a Survey of a Fundamental Geometric Data Structure. 1991.

4 Li C, Chen J. Describing Spatial Relationship Based on Voronoi Diagram in Discrete Space. In: International Archives of ISPRS, 1996(B2). 227～231

Spatial Adjancency Query Based on Voronoi Diagram

Li Chengming Chen Jun Zhu Yinghao

(National Laboratory for Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract First at the base of point Voronoi diagram, the definition of the spatial object's Voronoi diagram is brought forth. Then according to spatial object's Voronoi diagram, the definition of spatial adjacency are given and the applications in spatial query are discussed. At last some experiment results are given.

Key words Voronoi diagram; spatial adjacency