

一种三维凸边界生成算法*

李清泉 李德仁

(武汉测绘科技大学科技处,武汉市珞喻路129号,430079)

摘要 给出了一组空间离散点三维凸边界的定义,提出了基于八叉树的空间分块索引方法,在此基础上发展了一种生成三维凸边界的算法,并利用实验对算法进行了验证。

关键词 三维;凸边界;算法

分类号 P208;O18

对于一组空间离散点,定义它的三维凸边界为一由三角形格网构成的最小封闭多面体,且这组点中任意两点的连线均包含在多面体内部,同时三角形满足 Delaunay 条件。图1是一组空间点的三维凸边界。

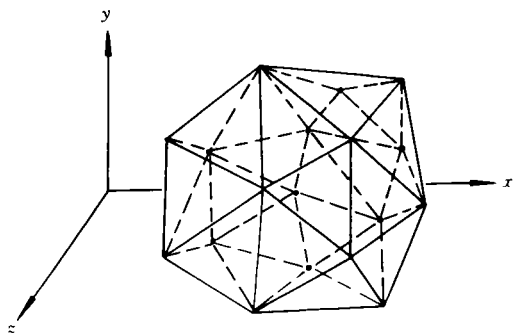


图1 空间点的三维凸边界

Fig. 1 The Convex Hull of a Set of Spatial Points

空间离散点的三维凸边界,由于其满足 Delaunay 条件,因而具有空间唯一性,可以用于空间离散点的可视化、空间体积计算、空间等值面生成等操作与分析,是空间数据处理中一种重要的算法。

本文首先讨论三维空间分块索引方法,然后讨论三维凸边界生成算法,并利用模拟数据对算法进行验证。

1 空间分块索引

空间索引的目的是为了提高检索和查询速度,现已广泛应用于空间几何算法。通常的作法是将空间划分成大小相等的块,这些块按一定顺

序一维排列,根据每一个点的空间坐标建立点与块之间的联系,形成空间索引。换句话说,根据点的空间位置进行分组,建立二维或三维空间点的一维索引。通过建立空间索引,使得搜寻空间数据点的范围大大缩小,从而提高整个算法的运算速度。数据量越大,节省时间越显著。

设 N 为总的空间点数, k 为每一分块的平均点数,则对于二维分块,行、列数为 $\sqrt{N/k}$;对于三维分块,行、列和深度为 $\sqrt[3]{N/k}$ 。 k 的取值对运算速度有一定的影响,根据文献[1]的讨论,在二维情形下, k 取4;三维情形,则取5。

在实际应用中,由于点在空间的分布通常是不均匀的,按照上述的分块索引方法,就会出现某些块内可能一个点也没有或远远少于 k 个点,而其它一些块内可能多于 k 个点,这对提高运算时间是不利的。为此,作者提出了利用八叉树结构对三维空间点进行分块索引,即根据点在空间分布的疏密程度不同,变化空间分块的大小。基于八叉树结构的分块索引方法如图2所示,这一方法在二维空间即为四叉树的索引方法。

在图2的索引表中,第一列是空间分块编号,采用八叉树结构进行索引,可以直接用八叉树的 Morton 码作为块的编号,在 Morton 码中隐含了块的大小和位置^[2]。第二列是指向每一块第一个点位置的指针(这里用点号表示)。在坐标表中第1~3列为点的坐标值(x, y, z),第4列是指向同一块下一个点位置的指针(这里用点号表示)。

建立空间分块索引分两步进行:第一步是建立一个等大小分块的空间索引;第二步是按照由下至上建立八叉树的方法^[2],对等大小分块的空间索引进行合并,最终得到基于八叉树结构的空

收稿日期:1997-06-16. 李清泉,男,33岁,副教授,现从事GIS理论研究。

*国家自然科学基金资助项目,编号49681001及49601017。

间分块索引.图3是第一步的工作框图。

索引表		坐标表			
块号	首点号	X	Y	Z	下一点号
00	6	x1	y1	z1	4
10	2	x2	y2	z2	3
...		x3	y3	z3	9
20	1	x4	y4	z4	8
...		x5	y5	z5	7
34	5	x6	y6	z6	12
35	—	x7	y7	z7	10
36	—	x8	y8	z8	11
37	—	x9	y9	z9	13
...	—	x10	y10	z10	—
		x11	y11	z11	14
		x12	y12	z12	—
		x13	y13	z13	—
		x14	y14	z14	—
		...			—

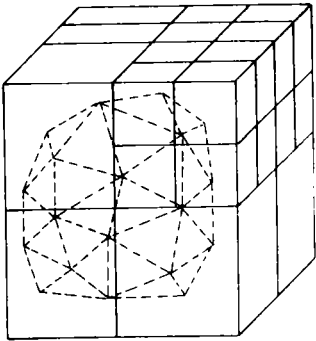


图2 基于八叉树的空间索引

Fig. 2 Spatial Index Based on Octree

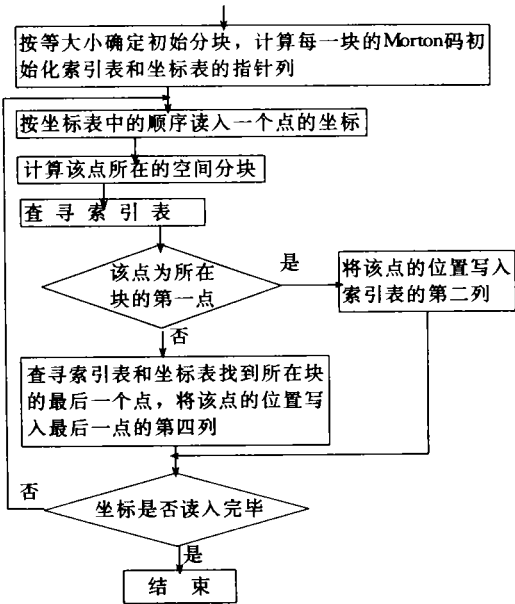


图3 建立空间点分块索引的过程

Fig. 3 The Framework of Space Partitioning Index

第二步合并的原则是从八叉树结构的最底层开始,将属于同一结点的8个子块的点数之和与k比较.若小于等于k时,将这8个子块合并成一个

分块;若大于k,则不作合并.按上述原则逐层考察,直到八叉树的根为止.在合并的过程中,对空间索引表和坐标表中的相关数据进行更新。

2 凸边界生成

凸边界的生成包括两个内容:一是找出凸边界上的点,并构成三角网;二是利用 Delaunay 准则考察所有三角形,并运用 Lawson 的 LOP 对角线交换原则使所有三角形满足 Delaunay 条件.具体步骤如下:

1)确定4个凸边界上的点,建立初始四面体.初始点可以从以下8个点中进行选择,即 $x+y+z$, $x+y-z$, $x-y+z$, $x-y-z$ 最小和 $x+y+z$, $x+y-z$, $x-y+z$, $x-y-z$ 最大.如图4(a)中的1,3,4,6点,将初始4个三角形及相互关系写入凸边界数据结构,并使得每一个初始三角形的法向量指向四面体的外部,且三角形顶点的顺序满足右手定律。

2)以凸边界数据结构中每一个三角形 $\Delta(I, J, K)$ 为基面,判断与它相交和在它外面的块,计算这些块中的点到基面三角形的距离,并找出投影点在基面三角形内且具有距离最大值的点L.如图4(b)中,对于 $\Delta(1, 6, 3)$ 找到点2。

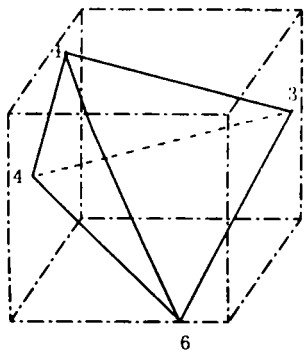
3)如果最大距离为正或零,即点在基面三角形的外部,则在数据结构中删除基面三角形 $\Delta(I, J, K)$,增加3个新的三角形 $\Delta(I, J, L)$, $\Delta(I, L, K)$ 和 $\Delta(L, J, K)$.如图4(b)中, $\Delta(1, 2, 3)$, $\Delta(2, 1, 6)$ 和 $\Delta(3, 2, 6)$ 增加到凸边界数据结构,而 $\Delta(1, 6, 3)$ 则删除。

4)重复2),3)直到对于所有的基面三角形均无新点发现.至此,凸边界上的点已被找出,并已构成三角形格网,如图4(c)所示。

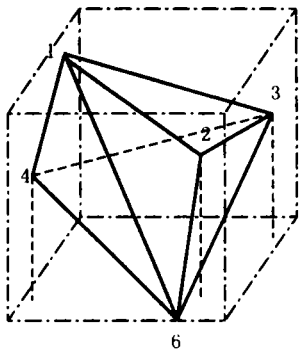
5)考察每一个三角形是否满足 Delaunay 条件,即三角形的外接圆内是否含有其它点(由于凸多面体通常较大,可以把局部看成是平面来处理).如果有,则对由2个三角形构成的四边形进行对角线交换处理,形成2个新的三角形,并更新凸边界数据结构内的内容.依照此方法考察所有的三角形,直到均满足 Delaunay 条件为止.这样就构成了满足 Delaunay 条件的空间点的凸边界,如图4(d)所示。

3 实验与结论

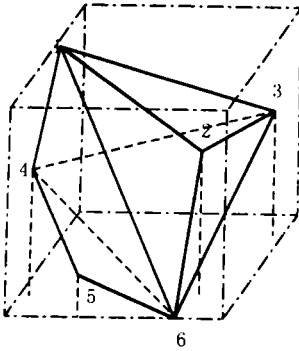
作者在 PC 机上利用 C 语言编制了凸边界生



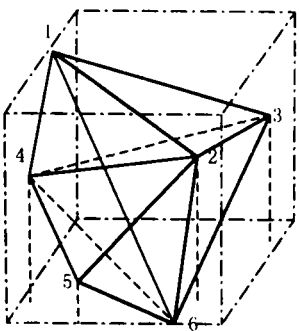
(a)



(b)



(c)



(d)

图4 空间点凸边界生成过程

Fig. 4 The Procedure of Convex Hull Generation

成的程序,程序中采用如下凸边界数据结构:

```

Struct POINT{
    folat xyz[3];/* 点的 x,y 和 z 坐标 */
    long next; /* 指向下一个点位置的指针 */
};
Struct EDGE{
    long nn[2]; /* 线段的起点和终点 */
    long lr[2]; /* 线段的左、右三角形 */
};
Struct TRIANGLE{
    long en[3]; /* 三角形的3条边 */
    long at[3]; /* 三角形的3个相邻三角形 */
    folat xc[3]; /* 三角形外接圆圆心坐标 */
    folat r2; /* 三角形外接圆半径的平方 */
};

```

实验数据是通过计算机模拟在给定范围之内随机分布的空间点.多组实验数据的运算结果列于表1.

表1 空间凸边界实验结果

Tab. 1 The Results of Convex Hull Creation

总点数	边界点数	边界线段数	边界三角形数
50	18	48	32
100	21	57	38
300	45	129	86

从表1中的结果可以看出,所生成的凸边界三角形格网完全满足 Euler-Poincare 准则,即

$$N_{\text{三角形}} + N_{\text{点}} - N_{\text{边}} = 2$$

由于形成的是一个封闭的三角形格网,方程的右边是“2”而不是平面格网的“1”,图5是100个点生成的三维凸边界.

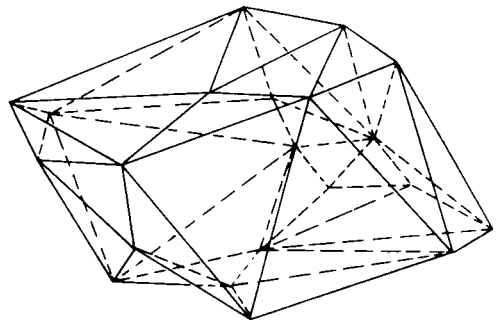


图5 100个空间点的三维凸边界

Fig. 5 3D Convex Hull of 100 Spatial Points

综上所述,本文对空间离散点的凸边界生成算法进行了深入讨论,利用八叉树结构实现了空间点分块索引,实现了不等分块,克服了等大小分块在空间点位分布不均匀时带来(下转第144页)

A Temporal Data Structure of Land Use Change in Land Resource Information System

Zhang Ziping Xiao Ping Gong Jianya

(Dep. of Surveying Engineering, Jiaozuo Institute of Technology, Jiaozuo, China, 454150)

Abstract In order to model and represent the spatial-temporal process of land use dynamic change present, this paper analyzes the characteristics and forms of land use change and proposes a temporal data structure about land use types in Land Resource Information System (LRIS or LIS), which can handle the temporal problem.

Key words land use type; land parcel; temporal LRIS; data structure

(上接第 123 页)

的不足。发展了空间离散点凸边界的生成算法,并通过实验数据对算法进行验证。这一算法为三维空间数据处理提供了一个有力的工具,可广泛用于空间数据的可视化、空间数据几何特征计算、空间等值面的生成与表示以及空间离散点四面体结构的生成过程中。

参 考 文 献

1 Larkin B J. An Ansi C Program to Determine in Expected Linear Time the Vertices of the Convex Hull

of a Set of Planar Points. *Computers & Geoscience*, 1991, 17(3):431~443

2 李清泉,李德仁. 八叉树的三维行程编码. *武汉测绘科技大学学报*, 1997, 22(2):102~106

3 Victor J D. Delaunay Triangulations in TIN Creation an Overview and a Linear-time Algorithm. *Int. J. Geographical Information Systems*, 1993, 7(6):501~524

4 Li Qingquan, Li Deren. Tetrahedral Network (TEN)——A Vector Structure In 3-D GIS. In: *Proceedings of GIS AM/FM Asia'97 & GeoInformatics'97*. Taipei, 1997. 319~328

An Algorithm for Three Dimensional Convex Hull Creation of a Set of Spatial Points

Li Qingquan Li Deren

(Projects and Consulting Office, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract In this paper, a definition of three dimensional convex hull of a set of spatial points is presented. The partitioning index method based on octree for spatial points is proposed. An algorithm for three dimensional convex hull creation is developed and some tests are made to confirm the algorithm.

Key words three dimension; convex hull; algorithm