

基于灰关联聚类分析的多点时空 非线性模型及其应用*

尹 晖 王尚庆

(武汉测绘科技大学地学测量工程学院,武汉市珞喻路129号,430079)

摘 要 用灰关联分析与模糊聚类方法进行变形点的多点分析,用地质定性分析与数学定量分析相结合的方式对三峡链子崖危岩体 $T_0 \sim T_6$ 缝区进行了整体变形分析与空间预测模型的建立。结果表明,多点时空非线性模型是解决贫信息条件下整体变形预测的理想方法。

关键词 多点;灰关联聚类分析;时空;非线性模型。

分类号 P258;O159

建立时空变形预测模型能反映变形体整体的变形趋势。与单点变形分析方法相比,它利用了多点间相互关联、相互影响的信息,是一种空间的整体分析方法。但将哪些点纳入多点模型中呢?本文采用灰关联分析与模糊聚类方法进行变形点的多点关联分析,用地质定性分析与数字定量分析相结合的方式对三峡链子崖危岩体 $T_0 \sim T_6$ 缝区进行了整体分析与空间模型建立。实例分析表明,多点时空非线性模型是解决贫信息条件下整体变形预测的理想方法,而地质分析与定量分析的结合有助于正确分析与解决工程的实际问题。

1 多点预测模型

设对某变形体的沉降监测有 m 个相互关联的变形观测点,获得了 n 周期的变形观测资料,相应的变形观测序列为:

$$\{x_i^{(0)}(k)\} (k=1,2,\dots,n; i=1,2,\dots,m)$$

为减少误差干扰,引入均值序列:

$$\{\bar{x}_i^{(0)}(k)\} (k=1,2,\dots,n; i=1,2,\dots,m)$$

其中, $\bar{x}_i^{(0)}(k) = x_i^{(0)}(k)$ 当 $k=1$ 时

$$\bar{x}_i^{(0)}(k) = (x_i^{(0)}(k) + x_i^{(0)}(k-1))/2$$

$$(k=2,3,\dots,n)$$

其一阶累加生成序列为:

$$\{\bar{x}_i^{(1)}(k)\} (k=1,2,\dots,n; i=1,2,\dots,m)$$

其中, $\bar{x}_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^k \bar{x}_i^{(0)}(j)$

$$(k=1,2,\dots,n; i=1,2,\dots,m)$$

建立多点的微分方程模型^[8]:

$$\dot{\bar{X}}^{(1)}(t) = \hat{A}\bar{X}^{(1)}(t) + \hat{U} \quad (t \geq 0) \quad (1)$$

其中,

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \hat{a}_{11} & \hat{a}_{12} & \hat{a}_{13} & \cdots & \hat{a}_{1m} \\ \hat{a}_{21} & \hat{a}_{22} & \hat{a}_{23} & \cdots & \hat{a}_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hat{a}_{m1} & \hat{a}_{m2} & \hat{a}_{m3} & \cdots & \hat{a}_{mm} \end{bmatrix}, \hat{U} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_m \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}^{(1)}(t) = [\bar{x}_1^{(1)}(t) \quad \bar{x}_2^{(1)}(t) \quad \cdots \quad \bar{x}_m^{(1)}(t)]^T$$

由积分生成变换(IGT)原理^[5~6],解上述微分方程得:

$$\bar{X}^{(1)}(t) = e^{At}(\bar{X}^{(1)}(0) + \hat{A}^{-1}\hat{U}) - \hat{A}^{-1}\hat{U} \quad (2)$$

或

$$\bar{X}^{(1)}(k) = e^{A(k-1)}(\bar{X}^{(1)}(1) + \hat{A}^{-1}\hat{U}) - \hat{A}^{-1}\hat{U} \quad (3)$$

式中,

$$\hat{A} = \ln[\bar{X}_K^{(0)T} \bar{X}_{K-1}^{(0)} (\bar{X}_{K-1}^{(0)T} \bar{X}_K^{(0)})^{-1}] \quad (4)$$

$$\hat{B} = [n \sum_{k=1}^n e^{A^T(k-1)} e^{A(k-1)} -$$

$$\sum_{k=1}^n e^{A^T(k-1)} \sum_{k=1}^n e^{A(k-1)}]^{-1} \cdot$$

$$[n \sum_{k=1}^n e^{A^T(k-1)} \bar{X}^{(1)}(k) -$$

$$\sum_{k=1}^n e^{A^T(k-1)} \sum_{k=1}^n \bar{X}^{(1)}(k)] \quad (5)$$

$$\hat{C} = \frac{1}{n} [\sum_{k=1}^n e^{A(k-1)} \cdot \hat{B} - \sum_{k=1}^n \bar{X}^{(1)}(k)] \quad (6)$$

$$\hat{U} = \hat{A}\hat{C} \quad (7)$$

收稿日期:1997-07-07. 尹晖,女,35岁,副教授,现从事变形分析与动态模型研究。

* 国家自然科学基金资助项目,编号49371054。

$$\bar{X}_{k-1}^{(0)} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1^{(0)}(1) & \bar{x}_2^{(0)}(1) & \cdots & \bar{x}_m^{(0)}(1) \\ \bar{x}_1^{(0)}(2) & \bar{x}_2^{(0)}(2) & \cdots & \bar{x}_m^{(0)}(2) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \bar{x}_1^{(0)}(n-1) & \bar{x}_2^{(0)}(n-1) & \cdots & \bar{x}_m^{(0)}(n-1) \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_k^{(0)} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1^{(0)}(2) & \bar{x}_2^{(0)}(2) & \cdots & \bar{x}_m^{(0)}(2) \\ \bar{x}_1^{(0)}(3) & \bar{x}_2^{(0)}(3) & \cdots & \bar{x}_m^{(0)}(3) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \bar{x}_1^{(0)}(n) & \bar{x}_2^{(0)}(n) & \cdots & \bar{x}_m^{(0)}(n) \end{pmatrix}$$

还原预测模型：

$$\hat{X}^{(0)}(k) = 2e^{\lambda(k-1)}(I + e^{-\lambda})^{-1}(I - e^{-\lambda})\hat{B}$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

模型精度为：

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^m V_i^T V_i / mn \quad (9)$$

其中，残差向量 V_i 为：

$$V_i = [v_i(1), v_i(2), \dots, v_i(n)]^T$$

$$v_i(k) = x_i^{(0)}(k) - \hat{x}_i^{(0)}(k)$$

$$(i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

若给出向前预测 l 步的实测值，则第 l 步的预测值为：

$$\hat{X}^{(0)}(n+l) = 2e^{\lambda(n+l-1)}(I + e^{-\lambda})^{-1}(I - e^{-\lambda})\hat{B} \quad (11)$$

模型预测精度为：

$$e_l = \left(\sum_{i=1}^m \frac{|x_i^{(0)}(n+l) - \hat{x}_i^{(0)}(n+l)|}{|x_i^{(0)}(n+l)|} \right) / m \quad (12)$$

2 灰关联聚类分析

研究地壳形变模型，地壳往往被视为均匀各向同性的弹性体，即同一块体上的点，其变形具有各向同性的性质。但实际上由于地壳内部介质本身的不完整性、非均匀性、非弹性和多层性以及人工营力、化学腐蚀、自然条件等多种因素的作用，使得同一块体上的点的变形不可能完全各向同性，但具有各向相似性。我们知道，一个变形体在力的作用下发生的变形，其变形状态可由物体上点的位移来确定，并且可用 x, y, z 来表示变形体在三维空间中的变形分量。因此，对此不确定性问题的逆向描述是：具有各向变形相似性的各变形点可视为同一变形块体上的点。

根据灰色理论^[1~2]，对系统因子间的不确定关系可采用灰关联分析方法描述系统因子间的相关程度。换句话说，就是根据变形观测数据，按一定标准来确定点与点之间的相近程度，通过模糊聚类分析方法把彼此相近的点归为同一类。其

基本步骤是：

1) 进行变形监测点的灰关联分析，计算它们的关联度或称为相似系数。关联度的计算可按下列方法求出^[2~4,7]：

a. 改进关联度法

$$r_{ij} = \frac{1}{2(n-1)} \left[\frac{x_i(1) \wedge x_j(1)}{x_i(1) \vee x_j(1)} + \frac{x_i(n) \wedge x_j(n)}{x_i(n) \vee x_j(n)} + 2 \sum_{k=2}^{n-1} \frac{x_i(k) \wedge x_j(k)}{x_i(k) \vee x_j(k)} \right]$$

b. 相对变率关联度法

$$r_{ij} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \left(1 + \left| \frac{\Delta x_j(k)}{x_j(k)} - \frac{\Delta x_i(k)}{x_i(k)} \right| \right)^{-1}$$

$$\Delta x_j(k) = x_j(k+1) - x_j(k)$$

$$\Delta x_i(k) = x_i(k+1) - x_i(k)$$

c. 斜率关联度法

$$r_{ij} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \left(1 + \left| \frac{\Delta x_j(k)}{\sigma_{x_j}} - \frac{\Delta x_i(k)}{\sigma_{x_i}} \right| \right)^{-1}$$

$$\sigma_{x_j} = \left[\left(\sum_{k=1}^n (x_j(k) - \bar{x}_j)^2 \right) / (n-1) \right]^{1/2}$$

$$\bar{x}_j = \sum_{k=1}^n x_j(k) / n$$

$$\sigma_{x_i} = \left[\left(\sum_{k=1}^n (x_i(k) - \bar{x}_i)^2 \right) / (n-1) \right]^{1/2}$$

$$\bar{x}_i = \sum_{k=1}^n x_i(k) / n$$

d. 相关系数法

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_i(k) - \bar{x}_i)(x_j(k) - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_i(k) - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^n (x_j(k) - \bar{x}_j)^2}}$$

e. 数量积法

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ \frac{1}{c} \sum_{k=1}^n x_i(k)x_j(k) & i \neq j \end{cases}$$

式中， c 为适当选取的正数，

$$c = \max_{i \neq j} \left(\sum_{k=1}^n x_i(k)x_j(k) \right)$$

f. 最大最小法

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^n (x_i(k) \wedge x_j(k)) / \sum_{k=1}^n (x_i(k) \vee x_j(k))$$

g. 算术平均最小法

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^n (x_i(k) \wedge x_j(k)) / \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (x_i(k) + x_j(k))$$

h. 几何平均最小法

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^n (x_i(k) \wedge x_j(k)) / \sum_{k=1}^n (x_i(k) \cdot x_j(k))^{1/2}$$

i. 夹角余弦法

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_i(k) \wedge x_j(k))}{\left(\sum_{k=1}^n x_i^2(k) \cdot \sum_{k=1}^n x_j^2(k) \right)^{1/2}}$$

j. 欧氏距离法

$$r_{ij} = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_i(k) - x_j(k))^2 \right)^{1/2}$$

k. 兰氏距离法

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^n |(x_i(k) - x_j(k))| / (x_i(k) + x_j(k))$$

l. 绝对值距离法

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^n |(x_i(k) - x_j(k))|$$

m. 绝对值倒数法

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ c / \sum_{k=1}^n |(x_i(k) - x_j(k))| & i \neq j \end{cases}$$

n. 绝对值减数法

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 1 - c \sum_{k=1}^n |(x_i(k) - x_j(k))| & i \neq j \end{cases}$$

2) 构造灰关联相似矩阵 $R, R = (r_{ij})_{m \times n}$ 表示变形点与点之间变形关系的相似矩阵, 它有以下特点:

a. 自返性: $r_{ii} = 1 (i = 1, 2, \dots, m)$, 即主对角线上元素都是1;

b. 对称性: $r_{ij} = r_{ji}$, 即 R 为对称方阵。

3) 聚类分析可采用等价闭包法、编网法、直接聚类法或最大树法中的一种进行, 由相似矩阵, 采用最大树聚类或直接聚类法, 可避免将模糊相似矩阵改造成模糊等价矩阵的繁琐计算^[3]。选定 $\lambda \in [0, 1]$, 当 $r_{ij} \geq \lambda$ 时, 就认为 i, j 两点的变形具有同样的性质或属同类; 当 $r_{ij} < \lambda$ 时, 则认为 i, j 两点的变形差异较大, 具有不同的变形性质。

3 实例分析

三峡链子崖是我国黄金水道长江上的大型崩塌体, 国家已投资巨额资金实施防治工程。本文以链子崖南部 $T_0 \sim T_6$ 缝危岩区内 T_2 及 T_6 缝北段围限的北东侧危岩体 (体积约 $70 \times 10^4 m^3$) 为实例, 进行整体变形的地质分析与定量描述。

3.1 地质分析

链子崖 T_2 及 T_6 缝围限的北东侧危岩体, 南、西界分别为 T_2 和 T_6 缝, 北、东侧为临空陡壁, 高约 110m。岩体软硬相间, 上部以坚硬巨厚层灰岩为主体, 下部为灰岩夹多层页岩, 底部为煤系地层形

成软基座。岩层走向北东 $30^\circ \sim 50^\circ$, 倾向北西, 倾角 $26^\circ \sim 35^\circ$ 。危岩区内裂缝发育, 其特征是: 裂缝张裂宽, T_2 缝宽 5.1m, T_6 缝宽 3.06~4.15m; 切割深, T_2, T_5, T_6 缝深 112m, 均切割至煤系地层; 裂缝追踪构造结构面发育呈“之”字形转折; 裂缝壁面溶蚀强烈, 明显追踪溶蚀缝、洞拉裂。根据滑坡块体理论, 从岩体结构、裂缝的发育特征及其组合关系与稳定程度综合分析认为: T_2 至 T_6 缝切割肢解的多个不规则菱形块体为同一变形体。其稳定性差, 目前处于准临界状态。

A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 点是位于 T_2 至 T_6 缝割裂的北东侧岩体顶部的变形监测点 (见图1), 处于 $T_0 \sim T_6$ 缝区前部的应力集中区, 是变形监测的关键部位。从历年位移时间曲线图 (图2) 可见, 除 A_1 点外, A_2 至 A_6 点朝北偏东 (临空陡壁方向) 累进性位移变化趋向基本一致。



图1 $T_0 \sim T_6$ 缝区测点位移场图

Fig. 1 Displacement Field of Points at $T_0 \sim T_6$ Crack Areas

3.2 多点变形的灰关联聚类分析

首先给出 A_1 至 A_6 点 1994、1995 两年的直观的变形过程线 (图3)。下面对它们的相互关系作量化分析。采取的步骤是: 以 1994、1995 两年的变形监测数据作为系统的行为因子, 分别以 A_1 至 A_6 点变形值为参考序列, 以其它 5 点变形值为比较序列, 计算点与点之间在 x, y, z 三维方向上的关联

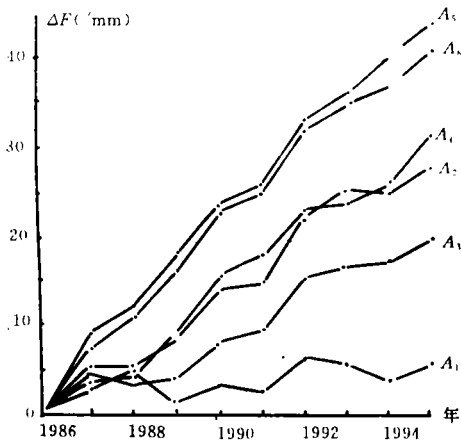


图2 $T_0 \sim T_6$ 缝区测点位移曲线

Fig. 2 Displacement Curves of Points at $T_0 \sim T_6$ Crack Areas

度 r_{ij}, r_{ij} 的计算共采用了如前所述的14种方法,由 r_{ij} 构造出它们的变形相似矩阵 R 。取 $\lambda=0.7$, 进行模糊聚类。表1列出了变形监测点在 x, y, z 方向上14种方法的聚类分析结果。

表1 灰关联聚类分析结果

Tab. 1 The Results of Grey Correlation Clustering Analysis

灰关联聚类分析	x 方向	y 方向	z 方向
$A_1-A_2-A_3-A_4-A_5-A_6$	3	5	4
$A_2-A_3-A_4-A_5-A_6$	9		8
$A_2-A_4-A_5-A_6$	1	4	
$A_2-A_3-A_4-A_5$			1
$A_2-A_3-A_5$			1
$A_4-A_5-A_6$		1	
A_2-A_4, A_5-A_6	1		
A_1-A_3, A_5-A_6		2	
A_5-A_6		2	

从表1可以看出,关联度的计算方法不同,聚类结果也略有差异,但总体趋势较为明显和集中。结合地质分析结果,我们可以基本认为 A_2 至 A_6 。

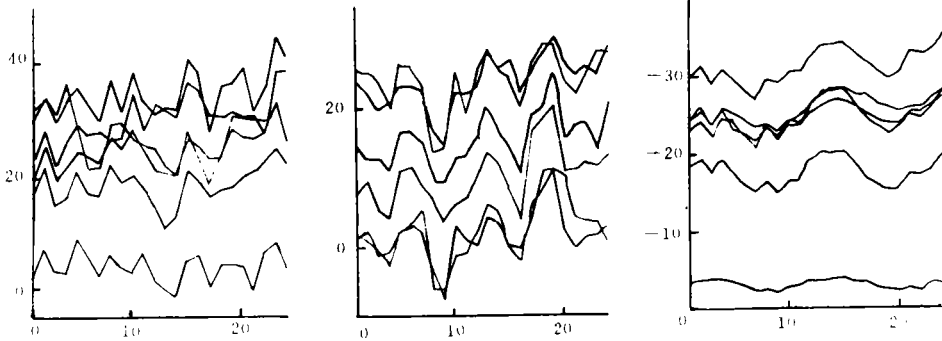


图3 $T_0 \sim T_6$ 缝区测点 x, y, z 三方向位移曲线

Fig. 3 Displacement Curves of Points in Dimension x, y, z at $T_0 \sim T_6$ Crack Areas

点为彼此影响较大,具有同类变形性质的点,可视为同一变形块体上的变形监测点。

3.3 模型建立

根据上述分析结果,作者用 A_2 至 A_6 5个点,1994、1995两年共计24期沉降观测资料进行多点模型的建立与检验。为了判断模型建立的正确性与预测值的可靠性,本文采用模型群的方式对24期资料的最后6期作预测比较。其结果如表2所示。

最后我们给出序列长度为13时的模型参数计算结果,模型预测值(虚)线与实测值(实线)的图形对照结果(图4)及其残差曲线图(图5)。

$$e^A = \begin{bmatrix} 2.374 & -4.186 & 2.094 & 0.041 & 0.043 \\ 1.560 & -3.385 & 2.609 & -1.403 & 1.170 \\ 1.405 & -4.310 & 4.416 & -3.279 & 2.511 \\ 2.768 & -7.366 & 4.548 & -1.839 & 2.126 \\ 3.675 & -8.754 & 4.406 & -1.392 & 1.933 \end{bmatrix}$$

表2 模型预测精度

Tab. 2 Prediction Accuracies of Models

数据	模型	一步预	二步预	三步预	四步预	五步预	六步预
长度	精度	测(%)	测(%)	测(%)	测(%)	测(%)	测(%)
18	2.51	8.7	8.8	2.2	3.3	0.8	4.9
17	2.37	10.4	11.1	4.7	7.0	4.9	2.6
16	1.61	10.4	11.3	4.9	6.9	4.3	2.7
15	1.44	9.0	10.1	3.9	5.9	3.0	3.9
14	0.79	8.1	9.1	4.2	8.3	8.1	4.3
13	0.46	6.2	6.3	1.1	5.0	5.8	3.2
12	0.52	9.3	8.7	2.5	2.9	2.6	7.8
11	0.42	5.2	3.1	11.4	17.0	29.2	44.5
10	0.87	7.1	5.5	3.1	2.6	6.0	12.0
9	0.14	9.7	16.9	14.3	16.1	7.9	6.2
8	0.13	4.5	6.3	2.8	2.4	4.9	13.4

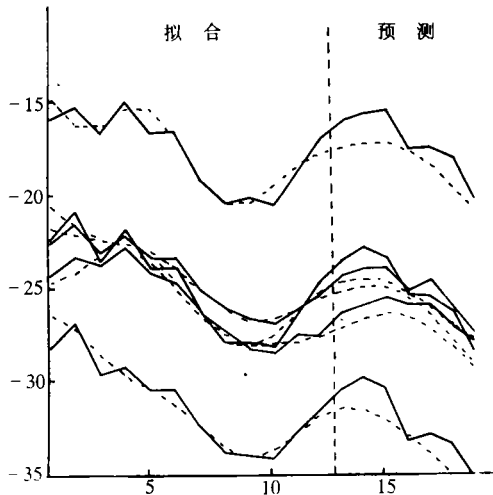


图4 模型拟合与预报曲线图

Fig. 4 The Simulated and Prediction Curves

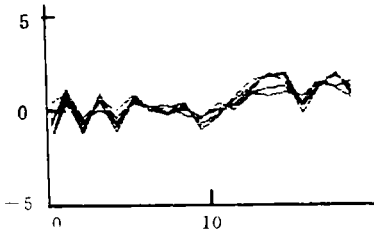


图5 残差曲线图

Fig. 5 The Residual Curves

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} -2.72 \times 10^3 \\ -2.575 \times 10^3 \\ -3.284 \times 10^3 \\ -2.165 \times 10^3 \\ -1.856 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

4 结 论

1) 多点时空变形预测模型能反映变形体整体变形趋势和变形规律,是一种时空非线性模型。

2) 采用多点灰关联分析方法,构造灰关联相似矩阵,用模糊聚类分析可以定量地判断各变形点间的相互关系及其变形特性。

3) 地质定性分析与数学定量分析的结合有助于正确分析与解决工程的实际问题。

4) 多点时空非线性模型是解决贫信息条件下整体变形预测的理想方法。

参 考 文 献

- 1 邓聚龙. 灰色系统理论教程. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990.
- 2 傅立. 灰色系统理论及应用. 北京: 科学技术文献出版社, 1992.
- 3 郭宗祥, 杨鸿铨. 模糊信息处理基础. 四川: 成都电讯工程学院出版社, 1989.
- 4 王树元. 大地与建筑物变形测量. 北京: 冶金工业出版社, 1994.
- 5 陈绵云. 制订城市总体规划的灰色系统方法. 华中理工大学学报, 1990(3)
- 6 Yin Pinglin, Chen Mianyun, Hu Kejian. The Algorithm Design of SCGM(1, h)₀ Model. In: Proceedings of SCI'94. HUST Press, 1995.
- 7 肖琳, 赵英林. 灰关联分析中几个问题的研究. 全国首届水文资源与水环境科学不确定性研究新理论新方法学术讨论会论文选编. 1994, 230~234
- 8 尹晖, 陈永奇, 张琰. 贫信息条件下的多点变形预测模型及其应用. 测绘学报, 1997(4)

Multi-point Spatial Nonlinear Model Based on Grey Correlation Clustering and its Application

Yin Hui Wang Shangqing

(School of Geo-science and Surveying Engineering, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract Grey correlation analysis and fuzzy clustering are used in multi-point analysis. Integrated deformation is analyzed and spatial prediction model is established combining the geological qualitative analysis with mathematical quantitative analysis to the $T_0 \sim T_6$ area of Lian Zi dangerous rock mass in The Three Gorges. The result shows that the multi-point spatial nonlinear prediction model used for integrated deformation prediction with poor data information is a recommended method.

Key words multi-point; grey correlation clustering; time and spatial; nonlinear model