

随机时变抗风结构动力可靠性分析*

韩光东 周家泽 管昌生 李桂青

(武汉测绘科技大学城市建设学院,武汉市珞喻路 39 号,430070)

摘要 研究了随机时变结构特性,提出了随机时变强度的衰减表达式;在随机动力荷载作用下,用振型分解法分析了时变参数结构的动力响应,得到了此类结构的动力响应谱与数字统计式;给出了确定时变界限的方法;在若干基本假设下,得到了时变结构的可靠度计算公式;提出了在役结构时变可靠度的分析方法,以及结构在设计使用期与预计使用期限内可靠度评估公式。

关键词 随机时变结构;动力反应;时变界限;时变动力可靠性

分类号 TU 327

随机时变结构及其时变动力可靠性的研究,近年来受到了国内外工程与理论界的广泛重视^[1]。由于这一课题的研究要涉及多门学科,其难度较大,因此完善的理论体系还没有建立起来。本文初步提出了这一问题的分析方法。

1 随机时变结构特性

目前,可靠性设计一般仅考虑了结构的随机因素,而忽略了结构的时变性,故其可靠性与时间变化无关。随着耐久性、工程结构可靠性鉴定等方面研究的发展,考虑结构在使用期内结构抗力随时间衰减,致使结构的可靠性与时间变量有关的研究成为可靠性研究的重大课题^[2,3]。此外,结构的抗力还具有随机性,因此,与实际状况更合适的应是研究其随机时变可靠性。

以钢筋混凝土结构为例,一般而言,其强度随时间衰减,而引起这种衰减的主要因素有:混凝土的碳化、钢筋锈蚀、疲劳损伤以及混凝土的收缩徐变、化学腐蚀等等。对于随机时变结构强度分析,应考虑以下 3 种不确定性:① 材料实际强度的不确定性,② 构件几何尺寸的不确定性,③ 强度函数的不确定性。因此,随机时变强度的计算模型可表示为:

$$R(t) = K_p g_f(t) R_p(t) \quad (1)$$

式中 K_p 为强度函数, $g_f(t)$ 为钢筋混凝土材料的强度时变函数, $R_p(t)$ 为按计算模式计算的强度。

2 风荷载作用下随机时变动力反应

时变结构的动力反应是很复杂的。因为在结构分析中,其控制方程已成为随机过程参数微分方程,对这类方程的求解一般都是困难的。因此,为简化起见,在建立脉动风压作用下的时变结构振动方程时,需作如下假定:① 对于多自由度结构,其质量集中在几个质点上,且随时间改变。② 脉动风荷载是作用在质点上的集中荷载,并假设为 Gauss 过程。③ 结构的振动在脉动风持时内为线性振动,阻尼为瑞雷复阻尼。于是时变结构多自由度体系的振动方程可写为:

$$\begin{aligned} [M(t)]\ddot{y} + [C(t)]\dot{y} + \\ [K(t)]y = \{P(t)\} \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $[M(t)]$ $[C(t)]$ $[K(t)]$ 分别为结构在 t 时刻的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵。

方程 (2) 可用数值方法或 Monte Carlo 方法求解。

如果考虑在荷载作用时间段 $[f, f + \Delta f]$ 的动力反应,由于持时 Δf 一般很小,结构参数的改变甚微,故可设其在 $[f, f + \Delta f]$ 内为常数,显然与时间参数 f 有关。于是方程 (2) 可改写为:

$$\begin{aligned} [M(f)]\ddot{y} + [C(f)]\dot{y} + \\ [K(f)]y = \{P(t)\}, t \in [f, f + \Delta f] \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $[M(f)]$ $[C(f)]$ $[K(f)]$ 分别为 $[M(t)]$ $[C(t)]$ $[K(t)]$ 在 $t = f$ 时刻的常矩阵。于是方程 (3) 的解将不难求得。

现设式 (3) 中第 i 质点的脉动风荷载 $P_i(t)$

为:

$$P_i(t) = A_i W_i(t) \quad (4)$$

式中 A_i 、 $W_i(t)$ 分别为第 i 质点处的迎风面积和脉动风压

在风荷载作用下结构位移按振型分解为:

$$\{y\} = [O]\{x\} \quad (5)$$

式中 $[O]$ 为振型函数矩阵,它满足:

$$[O]^T [K(f)] [O] = [\text{diag}(k_j^2(f))] \quad (6)$$

$$[O]^T [M(f)] [O] = [I]$$

将式 (5) 代入 (3) 可得:

$$\ddot{x}_j + 2\beta_j(f) \dot{x}_j + k_j^2(f) x_j = P_j^*(t) \quad (7)$$

$$t \in [f, f + \Delta f], j = 1, 2, \dots, n$$

式中 $\beta_j(f)$ 和年广义荷载 $P_j^*(t)$ 分别定义为:

$$[O]^T [C(f)] [O] = [\text{diag}(2\beta_j(f)k_j(f))] \quad (8)$$

$$[O]^T \{P(t)\} = \{P^*(t)\} \quad (9)$$

由于脉动风压一般为零均值的平稳 Gauss 过程,故式 (9) 定义的一年广义荷载 $P_j^*(t)$ 也是零均值的平稳 Gauss 过程。在这种情况下,式 (7) 的广义位移的平稳反应谱密度和方差可表示为:

$$S_{x_j}(k(f)) = |H_j(k(f))|^2 S_{P_j^*}(k(f)) =$$

$$|H_j(k(f))|^2 \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n \{O\}_i \{O\}_l^T S_{P_i P_l}(k(f)) \quad (10)$$

$$e_{x_j}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{x_j}(k(f)) dk(f) \quad (11)$$

而 x_j 的导数过程 \dot{x}_j 的方差为:

$$e_{\dot{x}_j}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} k^2(f) S_{x_j}(k(f)) dk(f) \quad (12)$$

对于一般高耸结构,频率谱比较稀疏,广义位移之间在统计意义上可以近似地视为独立。因此,由式 (5) 可得到第 i 质点的位移及其导数的方差为:

$$e_{y_i}^2 = \sum_{j=1}^n Q_j e_{x_j}^2 \quad (13)$$

$$e_{\dot{y}_i}^2 = \sum_{j=1}^n Q_j e_{\dot{x}_j}^2 \quad (14)$$

相应于第 i 质点所在截面的弯矩及其导数的方差为:

$$e_{M_i}^2 = \sum_{j=1}^n e_{M_{ij}}^2 \quad (15)$$

$$e_{\dot{M}_i}^2 = \sum_{j=1}^n e_{\dot{M}_{ij}}^2 \quad (16)$$

式中 $e_{M_{ij}}$ 和 $e_{\dot{M}_{ij}}$ 分别是第 i 截面对应于第 j 振型的弯矩及其导数的均方值,其表达式为:

$$e_{M_{ij}} = k_j^2(f) e_{x_j} \sum_{l=i+1}^n (h_l - h_i) Q_l m_l \quad (17)$$

$$e_{\dot{M}_{ij}} = k_j^2(f) e_{\dot{x}_j} \sum_{l=i+1}^n (h_l - h_i) Q_l m_l \quad (18)$$

而截面的剪力及其导数的方差为:

$$e_{Q_i}^2 = \sum_{j=1}^n [k_j^2(f) e_{x_j} \sum_{l=i+1}^n Q_l m_l]^2 \quad (19)$$

$$e_{\dot{Q}_i}^2 = \sum_{j=1}^n [k_j^2(f) e_{\dot{x}_j} \sum_{l=i+1}^n Q_l m_l]^2 \quad (20)$$

3 时变界限 $R(t)$ 的确定

根据本文第一节分析,确定了强度变化规律之后,即可得出相应的结构安全准则。其安全界限 $R(t)$ 是与时变性相关的,称为时变界限,一般呈衰减状态。而结构的安全准则应为在荷载持时阶段 $[f, f + \Delta f]$ 内,结构的抗力 $S(t)$ 不超越界限,可表示为:

$$\Theta = \{S(t) < R(t); t \in [f, f + \Delta f]\} \quad (21)$$

一般 $S(t)$ 与 $R(t)$ 都是随机过程。

4 随机时变抗风结构动力可靠性

为简化起见,采用如下基本假设:① 标准高度的年最大平均风速符合伯努利实验^[4]。② 结构的刚度、强度随时间变化。③ 结构控制点处反应首次超越某界限值,即发生破坏。④ 不同方向的结构破坏事件是彼此独立发生的。

在基本假设①、②下, T 年内结构在平均风压和脉动风压共同作用下不发生破坏的概率定义为结构的时变动力可靠度,记为:

$$P_S(T) = \prod_{k=1}^T P_S(k) \quad (22)$$

式中 $P_S(k)$ 为第 k 年内结构不发生破坏或失效的概率,称为年动力可靠度,它显然与结构的时变性有关。一般 $P_S(k)$ 可表示为:

$$P_S(k) = \int_0^{\infty} P_V \{S(t) < R(t);$$

$$V = V_0, t \in [k, k+1]\} f(V_0) dV_0 \quad (23)$$

式中 $f(V)$ 为标准高度年最大平均风速的概率密度函数。 $P_V \{S(t) < R(t); V = V_0, t \in [k, k+1]\}$ 为当年平均风速为 V 时,结构反应 $S(t)$ 不超越界限 $R(t)$ 的概率。式 (23) 的离散形式为:

$$P_S(k) = \sum_{i=1}^m P_V \{S(t) < R(t);$$

$$V = V_i\} [F(V_i) - F(V_{i-1})] \quad (24)$$

式中 $F(V)$ 为 $f(V)$ 的概率分布函数。

按我国现行风荷载规范, $f(V)$ 是不考虑风向的年最大平均风速的概率密度。当考虑风向对结构反应的影响时,按假设 (4) 有:

$$P_S(k) = \prod_{j=1}^N P_{S_{D(j)}}(k) \quad (25)$$

式中 $P_{S_{D(j)}}$ 为 $D(j)$ 方向的动力可靠度,仍由式 (23) 或 (24) 确定。

因为 $S(t)$ 为平均风压所产生的静力反应值 S_0 与脉动风压所产生的动力反应值 $S_1(t)$ 的叠加, 显然, 当 $S_0 \geq R(t)$ 时, $P_V = 0$, 只有当 $S_0 < R(t)$ 时, P_V 才是结构在荷载 $V = V_i$ 作用下的时变动力可靠度。这时 P_V 与脉动风压的持时 Δf 以及结构的时变衰减时间 f 有关, 且可表示为:

$$P_V\{S(t) < R(t); V = V_i\} = P\{\min S_1(t) > R(t) - S_0 \cap \max S_1(t) < R(t) - S_0\} \quad (26)$$

式 (26) 中不仅考虑了风荷载的随机过程性, 同时还考虑了结构参数的时变性。因此, 式 (26) 称为抗风结构时变动力可靠度。

5 在役抗风结构时变动力可靠性分析

考虑结构当服役到 T_1 时刻, 在余下的使用期限 $T - T_1$ 内的动力可靠性。当 T_1 只是预计时刻, 则这类可靠性是 T 和 T_1 的函数, 其表达式为:

$$P_S(T_1, T) = P\{(S(t) < R(t); t \in [0, T_1]) \cap (S(t) < R(t); t \in [T_1, T])\} \quad (27)$$

如果假设超越事件是独立的, 则式 (27) 可写为:

$$P_S(T_1, T) = P\{(S(t) < R(t); t \in [0, T_1])\} \cdot P\{S(t) < R(t); t \in [T_1, T]\} \quad (28)$$

由于在动力可靠性分析中, 界限 $R(t)$ 一般较高, 因此动力反应与界限交差的概率仍然很小, 其交差次数可看成服从 Poisson 分布的随机变量, 于是可得:

$$P\{n_{R(t)}(t) = i\} = \frac{1}{i!} \left[\int_{t_1}^{t_1+t} V_R(f) df \right]^i \cdot \exp\left[-\int_{t_1}^{t_1+t} V_R(f) df\right] \quad (29)$$

式中 $n_{R(t)}(t)$ 为 $[t_1, t_1+t]$ 时间内的交差次数, $V_R(t)$ 是 $n_{R(t)}(t)$ 的期望值

根据式 (26)、(29), 可得:

$$P_V\{S(t) < R(t); V = V_i, t \in [f, f + \Delta f]\} = P\{n_{R(t)}(f) = 0\} \quad (30)$$

式中, Δf 为风荷载在 f 时刻作用的持时, $n_{R(t)}(f)$ 为 $[f, f + \Delta f]$ 内的交差次数。

式 (30) 即为时变结构在风荷载作用下的动力可靠性。当分别考虑结构的正、负交差时, 式 (30) 可写为:

$$P_V\{S(t) < R(t); V = V_i, t \in [f, f + \Delta f]\} = P\{n_{R(t)}^+(f) = 0\} + P\{n_{R(t)}^-(f) = 0\} \quad (31)$$

式中 $n_{R(t)}^+(f)$, $n_{R(t)}^-(f)$ 分别为 $[f, f + \Delta f]$ 时间内的正、负交差次数。

利用式 (29), 式 (31) 可改写为:

$$P_V\{S(t) < R(t); V = V_i, t \in [f, f + \Delta f]\} = \exp\left[-\int_f^{f+\Delta f} (V_{R(t)}^*(t) + V_{R(t)}^-(t)) dt\right] \quad (32)$$

式中 $V_{R(t)}^*$, $V_{R(t)}^-$ 分别为 $n_{R(t)}^+(f)$, $n_{R(t)}^-(f)$ 的期望值。

由于结构预测一般以年为单位, 故 N 年内结构的可靠性可表为:

$$P_S(N) = \prod_{k=0}^{N-1} P_V\{S(t) < R(t); V = V_i, t \in [k, k+1]\} \quad (33)$$

对于在役结构, 由式 (27) 可得:

$$P_S(T_1, T) = P_S(T_1) \cdot P\{S(t) < R(t); V = V_i, t \in [T_1, T]\} \cdot P\{S(t) < R(t); V = V_i, t \in [0, T_1]\} \quad (34)$$

式 (34) 即为考虑结构的设计基准期与预计服役时间 T_1 时的动力可靠性公式。

如果结构已经服役到时刻 T_1 , 且结构安全可靠, 则式 (34) 成为:

$$P_S(T_1, T) = P\{S(t) < R(t); V = V_i, t \in [T_1, T]\} \cdot P\{S(t) < R(t); V = V_i, t \in [0, T_1]\} \quad (35)$$

由式 (34) 或 (35) 可知, 根据结构在役时间 T_1 的变化, 其可靠性是不相同的。此外, 预测可靠性显然与风荷载持时 Δf , 结构时变因素 $R(t)$, 以及在役预测时间 T_1 有关。一般说来, 式 (34) 或 (35) 的计算是复杂的, 如果考虑 Gauss 平稳动力反应时, 则公式的计算可以得到很大的简化。

参 考 文 献

- 1 管昌生, 李桂青, 江世宏. 时变结构与时变动力可靠性评述. 武汉工业大学学报, 1995, 17 (4)
- 2 李田, 刘西拉. 砼结构的耐久性设计. 土木工程学报, 1994 (4)
- 3 刘西拉, 李田. 工程结构可靠性鉴定标准及展望. 建筑结构, 1994 (5)
- 4 李桂青, 曹宏, 李秋胜, 等. 结构动力可靠性理论及其应用. 北京: 地震出版社, 1993.

Random Time Dependent Dynamic Reliability of Structure under the Action of Wind Load

Han Guangdong Zhou Jiase Guan Changsheng Li Guiqing

(School of Urban Studies, W TU SM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

Abstract In this paper the characteristic of random time dependent structure is studied, and the decline formula of stochastic process strength is proposed. In the effect of dynamic load the dynamic response of stochastic coefficient structure is analyzed by vibration mould decomposed. The dynamic response spectrum and statistic formula are obtained. The time dependent boundary function is determined. Under some basic assumptions, the reliability formula of time dependent structure is gained. Also the reliability analysis method of servicing structure, and the evaluation formula both in designing period and estimating period are given.

Key words random time dependent structure; dynamic response; time dependent bound; time dependent dynamic reliability

(上接第 82 页)

校验的方法判断出错问题,同时可纠正出现的少量错误。其二是采用奇偶校验和 CRC 校验的方法,发现传送过程中的错误。

参 考 文 献

1 周明德. 微型计算机硬件软件及其应用. 北京: 清华大学出版社, 1989.

2 戴梅萼. 微型计算机技术及应用. 北京: 清华大学出版社, 1994.

3 肖冬荣. 微型计算机实时控制的抗干扰. 武汉: 湖北科学技术出版社, 1983.

4 沈美明. IBM-PC 汇编语言程序设计. 北京: 清华大学出版社, 1991.

The Design of Detecting and Controlling Water Factory System

Su Guangkui

(School of Information Engineering, W TU SM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

Abstract Based on the analysis of production technological process in water factory, the advanced solutions to problems in production control are discussed in this paper. Problems in each part of production, such as data gathering, signal processing and real-time monitoring ect. are also discussed in detail.

Key words water factory; data gathering; real-time monitoring