

# 基于分形理论的地貌表达\*

杨玉荣

(武汉测绘科技大学信息工程学院, 武汉市珞喻路 39 号, 430070)

**摘要** 引用分形理论来定量区分和表达地貌特征, 对线维数、盒维数一及盒维数二等 3 种维数的性质和在地貌表达中的特点进行了剖析。最后测定了一些典型地貌的 3 种维数特征。

**关键词** 地貌; 等高线; 分数维; 分数维布朗运动

**分类号** P931; TP391

大量的理论及事实证明, 地球表面上高低起伏、粗糙不规则的地形、地貌具有很强的分形性质, 分形布朗运动曲面被认为是表达地形、地貌的最有效的随机模型。本文将在用分形理论来区分和表达各种地貌特征方面作一些研究。

## 1 线维数的测定

我们采用下式来测定等高线的线维数<sup>[1]</sup>:

$$N(L) = L_0^D L^{-D} \quad (1)$$

式中  $L$  为量测尺度,  $D$  为分维数,  $L_0$  为初始长度,  $N(L)$  为量测的尺度个数。

由公式(1)可知, 测量维数的关键是求  $N(L)$ 。根据尺度  $L$  去量测一条折线的长度时, 可能会遇到下面三种情况(图 1): 1) 尺度  $L$  落在一条折线上。2) 尺度  $L$  落在相邻两条折线上。3) 尺度  $L$  跨过三条或三条以上的折线段。

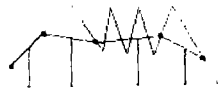


图 1

当我们用尺度  $L$  去测量曲线时, 若取的尺度  $L$  过小, 则量测过程相当于把折线近似地拉成直线处理, 反映不出折线的复杂度, 也就测不出合理的维数。所以, 用尺度  $L$  去量测曲线, 存在着一个最小量测尺度  $L_b$ 。当尺度  $L < L_b$  时, 量测过程反映不出曲线应有的复杂度, 而且从理论上讲, 此时测得的曲线维数会偏小。通过推导, 可得:

$$L_b = L_{\max} / M^{1/D} \quad (2)$$

式中  $L_b$  为最小量测尺度,  $M$  为该条折线的总点数,  $D$  为分维数,  $L_{\max}$  为折线的最大长度。由式(2)可知, 当  $L_{\max}$ 、 $M$  一定时, 维数  $D$  越大, 最小量测尺度  $L_b$  越大。

在实验中, 我们发现线维数能够用来表示等高线的复杂度, 且维数越大, 等高线越复杂。由于等高线的复杂度反映了地貌的特征, 所以线维数能够作为一个参数来定量地表示地貌特征。

但有些地貌仅考虑等高线的复杂程度是不够的, 还必须考虑等高线间的结构关系, 如等高线的疏密、等高线分布的不规则程度等。鉴于此, 我们引入了盒维数的方法。

收稿日期: 1995-10-05. 杨玉荣, 男, 24 岁, 硕士生, 现从事数字图形图像处理研究。

\* 国家测绘局测绘科技发展基金资助项目, 编号 C85-12-02-01。

## 2 盒维数一的测定

盒维数一的公式形式上与公式(1)相同,但一些符号的意义不同。此时量测的单元不是长度为  $L$  的线段,而是边长为  $L$  的正方形。 $L_0$  表示用一个盒子去覆盖分形所需的最小盒子的大小, $N(L)$  表示用一系列长度为  $L$  的盒子去覆盖分形体所需的非空盒子数。

测定盒维数的关键也在于求  $N(L)$ 。盒维数一测定  $N(L)$  的思想是:把被量测的分形体所在的空间分割成一系列长度为  $L$  的格网,然后去计算非空盒子数,即得  $N(L)$ 。

在实验中我们发现,盒维数一的量测方法虽然简单,但在表达等高线的特征方面还是成功的,其维数大小主要与等高线的疏密程度有关。一般来说,等高线越密,维数越大。

不难发现,这种方法不太严密,如图2所示。格网[1]含3个非零像素,格网[2]含1个非零像素,但它们却被同等地对待,即同被当作一个非零盒子数。因此,这种方法没有有效地考虑非零盒子中的非零像素的个数。

鉴于此,我们又引入了盒维数二的方法。

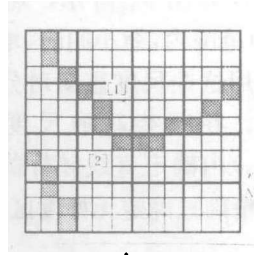


图2

## 3 盒维数二的测定

盒维数二测定的公式与符号意义同盒维数一,但  $N(L)$  的测定方法不同。盒维数二中  $N(L)$  的确定方法采用文献[3]中的 Voss 提出的改进的盒维数测定方法:

$$N(L) = \sum_{m=1}^N (1/m)P(m, L) \quad (3)$$

其量测方法是:在每个非零元素上都用一个长度为  $L$  的盒子去套合,算出盒子中非空像素的个数  $m$ ,并统计出含有  $m$  个像素的盒子数  $X_m$ 。

式(3)中  $N$  为一个盒子中最大可能的非零像素数, $P(m, L)$  表示有  $m$  个非零像素的盒子出现的概率。

从盒维数二中  $N(L)$  的计算过程和公式可以看出,在计算非空盒子数  $N(L)$  时,反映和体现了非空盒子中非零像素的个数  $m$  这一特征,因而相对盒维数一来说更科学和合理。

在实验中我们发现,盒维数二主要与等高线分布的复杂程度有关。一般来说,等高线分布越不均匀,等高线越密、越复杂,则求得的维数越大。

## 4 无标度区间的确定

自然界中大多数地形地貌并不具备完全的自相似性,而是具有统计自相似性,其分形存在一个最小和最大特征尺度。只有在特征尺度范围内,才存在着分形规律,其维数作为一种度量方法也只有在此范围内测得才有意义。否则,一旦逾越了这个范围,自相似性不复存在,测得的维数也毫无意义。

无标度区间的确定,目前还没有权威性的方法。本文采用由粗到精的人机交互方法来确定无标度区间,如图3所示。

先以较大的尺度间隔,在较宽的范围内测定一些尺度。在这些尺度范围内,确定直线较好的一段区域,从而粗略地确定了无标度区间的范围( $RR_1, RR_2$ ),如图3a所示。然后在( $RR_1, RR_2$ )范围内,缩小间隔,增加尺度个数,利用这些尺度重新对分形体进行量测。在这些新的尺度范围( $RR_1$ )( $RR_2$ )内确定直线较好的一段

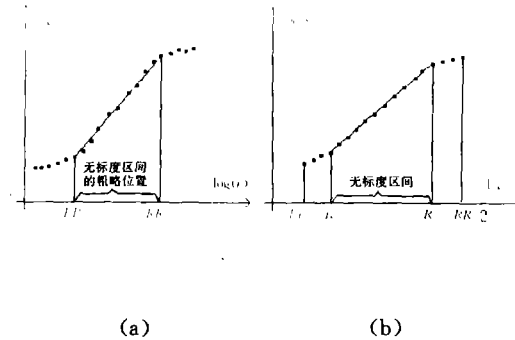


图3

区域,便可精确地确定无标度区间( $R_1, R_2$ ),如图3所示。然后在( $R_1, R_2$ )内解求维数。

## 5 实验分析

笔者利用上述方法测定了一些典型地貌的等高线的3种分数维值,并利用这3种维数来表达和区分这些地貌。数据取自李维能等编的《中国地貌图集》。通过扫描的形式输入计算机,扫描分辨力为250dpi。然后经过影像分割、二值化、细化、矢量化等一系列图像处理,最后得到细化后的二值等高线图像和矢量格式的等高线数据。从中选取了12幅较典型的地貌等高线图像作为实验数据,如图4所示。

等高线线维数的测定用的是矢量格式的等高线数据。由于一幅等高线图上,等高线的条数远不止一条,根据自相似性,实际中只要测定10多条较长的等高线即可。又由于同一幅等高线影像上,各条等高线测得的维数相差较小,所以对各条求得的维数取一简单平均,作为该幅等高线影像的线维数值。盒维数一和盒维数二测定用的是细化后的二值等高线图像。表1列出了12种地貌测得的分维值。

表1

地貌名称	线维数	盒维数一	盒维数二
地貌1(V字型河谷)	1.057	1.869	1.980
地貌2(褶皱地貌)	1.183	1.744	1.747
地貌3(倾伏褶皱)	1.125	1.670	1.497
地貌4(密集冲沟)	1.231	1.804	2.113
地貌5(喀斯特丘陵密集漏斗)	1.061	1.824	2.187
地貌6(山谷冰川)	1.090	1.866	2.202
地貌7(风蚀陡壁小丘)	1.150	1.709	1.928
地貌8(复合型沙丘)	1.092	1.709	2.095
地貌9(黄土梳状冲沟)	1.058	1.955	2.027
地貌10(黄土丘陵)	1.129	1.888	2.090
地貌11(人工地貌梯田)	1.090	1.886	2.140
地貌12(西北干燥剥蚀型地貌)	1.127	1.986	2.050

对照图4的等高线影像及表1的结果,我们不难得出以下结论:

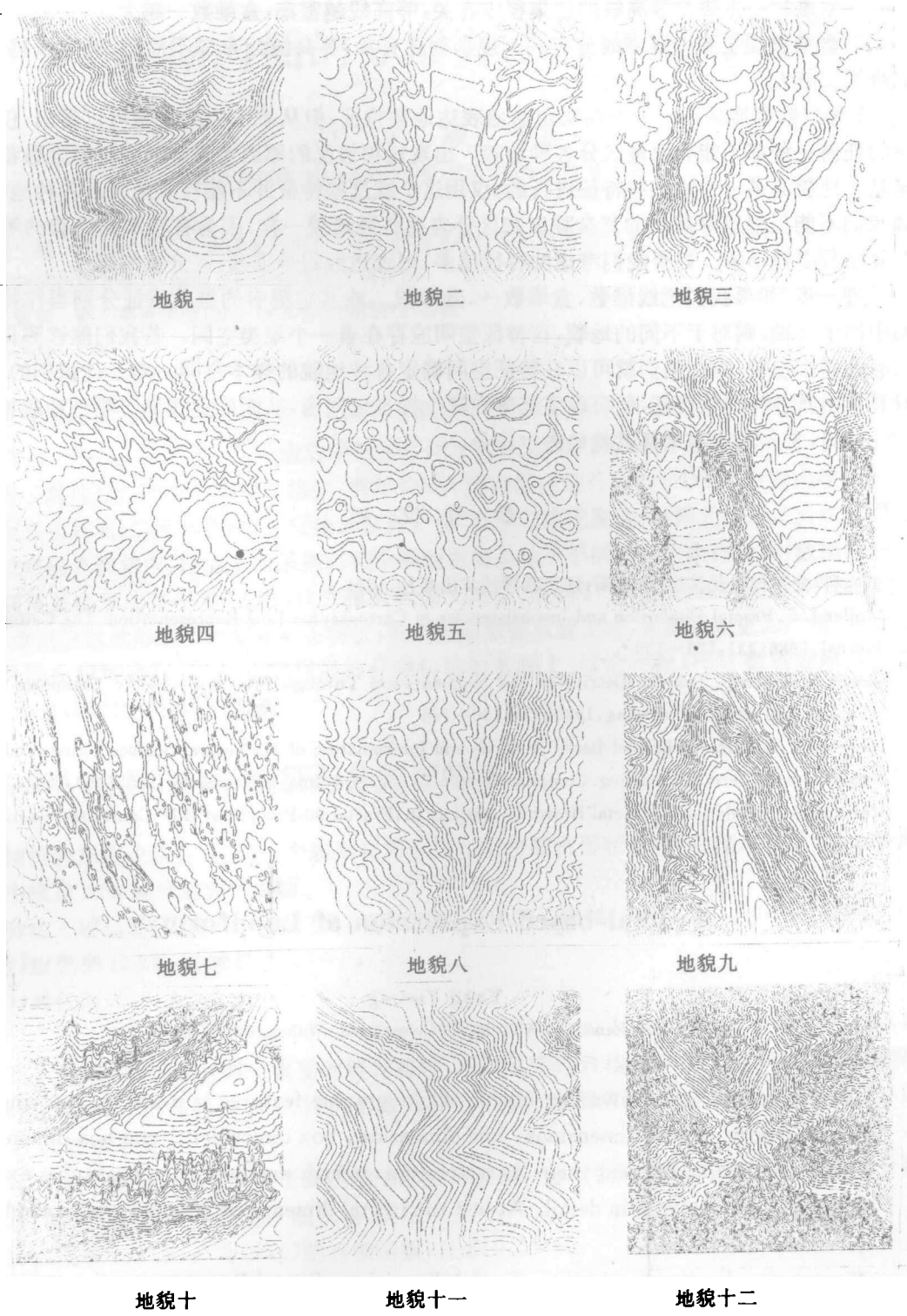


图 4

1) 线维数主要与等高线的复杂度程度, 即与各条等高线的不规则程度有关, 且等高线越复杂, 维数越大。

2) 盒维数一主要与等高线的密集程度有关,等高线越密集,盒维数一越大。

3) 盒维数二主要与等高线分布的不规则程度有关,等高线分布越不规则,等高线越密等,盒维数二越大。

3种维数都能从某一个方面来定量地表达地貌特征,但从表1中的数据可以看出,仅用其中的任何一种都不能有效地区分各种地貌。出现这种情况的原因主要是因为每种维数都仅仅是基于地貌的某一个或某些特征进行的,仅用这个或这些特征并不能有效地表示各种地貌。就如我们不能仅根据等高线的复杂程度来区分表达各种地貌一样,因为有些不同地貌的等高线其复杂程度差不多。如果我们考虑的特征越多,则表达地貌越准确,区分概率越大。

进一步,如果我们把线维数、盒维数一、盒维数二或其它更多的维数特征分别当作特征空间中的坐标轴,则对于不同的地貌,在特征空间应存在着一个聚类空间。若我们能够测得一些足够的样本地貌,那么我们就可以在特征空间确定各种地貌的样本空间。对于待识别的地貌,只要求出其各种维数特征,便可确定其落在哪个样本区间内,从而确定其属于哪种地貌特征。

致谢:衷心感谢郑肇葆教授的悉心指导。

### 参 考 文 献

- 1 董连科. 分形理论及其应用. 沈阳:辽宁科学技术出版社,1991.
- 2 Muller L C. Fractal Dimension and Inconsistencies in Cartographic Line Representation. *The Cartographic Journal*, 1986(23):123~130
- 3 James M, Chen S. Texture Description and Segmentation Through Fractal Geometry. *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 1989(35):150~166
- 4 Naokazu Y, Kazuiko Y. Fractal-Based Analysis and Interpolation of 3D Natural Surface Shapes and Their Application to Terrain Modeling. *Computer Vision Graphics, & Image Processing*, 1989(46):284~302
- 5 Rümelin W. Simulation of Fractal Brownian Motion. In: *Fractal 90-Proc. First IFIP Conf. Fractals*. Lisbon, 1990.

## Fractal-based Expression of Landform

*Yang Yurong*

(School of Informatics, WTUSM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

**Abstract** The quantitative expression of topographic features is made by applying fractal theory. Three dimensions; line dimension, box dimension 1 and box dimension 2, are proposed, and their characteristics, which are used in topographic expression, are analysed in detail. At last the fractal dimensions of some typical landforms are determined.

**Key words** landform; contour; fractal dimension; fractal Brownian motion