DOI:10.13203/j.whugis1995.04.009
第20卷第4期 武汉测绘科技大学学报 Vol.20 No.4
1995年12月 Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping Dec. 1995

海洋平均重力异常计算与精度估计*

黄谟涛 管 铮 欧阳永忠
（天津海洋测绘研究所，天津市友谊路40号，300061）

摘 要 提出了一种简便实用的重力异常推值方法——方位距离加权中数法，给出了直接使用重力异常变化梯度作为衡量平均重力异常计算精度的尺度，并运用OSU91A模型成功地建立起重力异常变化梯度与平均重力异常计算精度的相关关系，通过此关系可对海洋平均重力异常计算精度作出比较可靠的估计。

关键词 平均重力异常；内插；梯度；精度估计
分类号 P312.1;P223

我们知道，进行重力测量得到的是一些分散点上的重力异常值，而实际应用的是地面许多小方块的平均异常值。用一个点的异常值代替一块面积的平均异常引起的误差称为代表误差。代表误差大小一般通过代表误差系数进行估算。空间异常的代表误差系数表示了该地区空间异常变化的复杂程度，它与区域内的地形起伏情况有着密切的联系。因此，在陆地，人们经常使用地形高度的代表误差来估算平均重力异常的代表误差。在海洋地区，由于缺少密集的海深资料，加上目前对海面重力异常与海深的相关关系还缺乏深入的了解，故不能完全照搬陆地上使用的传统方法来估算海洋平均重力异常的计算精度。

1 计算方法

如前所述，海洋平均重力异常可以直接通过实测空间重力异常点值进行计算。考虑到测点分布的不均匀性，我们将海洋平均重力异常（这里以 $1°\times1°$ 方块为例）计算分为两个阶段，首先把 $1°\times1°$ 方块分划为144个 $5'\times5'$ 子块，通过适当内插和推估把测点空间异常转换为分布相对均匀的网格化异常，然后求其平均值。

关于重力异常内插和推值问题，从重力资料应用起步至今，人们已相继提出了许多种计算方法。这些方法归纳起来可分为两大类，即解析推值和统计推值。我们以为，选择一种好的计算方法固然重要，但是，决定推值精度的主要因素并不是数学方法，而是数据结构本身。只有以合理的数据分布为前提，最后才有可能获得满意的推值结果。我们在文献[5]中已经作了推证，不论是统计推值，还是解析推值，也不论它们的最初形式是什么样子，抛开它们数学上和物理上的具体含义，经过适当的数学变换以后，都可以将它们转换为简单的加权中数模型，即

$$\Delta g_p = \sum_{i=1}^{m} q_i \Delta g_i \tag{1}$$

上式将推估信号（Δg_p）表示为周围数据点信号（Δg_i）的线性组合；q_i 称为权系数。不同的推值方法就体现为具有不同的确定权系数的途径。一般说来，q 值大小不仅与方法本身所使用的基

收稿日期：1995－03－05．黄谟涛，男，34岁，工程师，现从事重力场模型理论及应用研究。
* 国家“八五”重大基础研究资助项目。

函数(对应解析推值)或协方差函数(对应统计推值)具体形式有关,还与数据点的相对位置有关。由内插实践得知[1~4],为了适应具有多种变化特征的信号场,理论和应用上都要求权系数分布相对集中,具体说,就是要优先加大靠近待求点信号的权比。由于传统加权中数内插法的权系数直接由权函数计算,故比较容易实现按以上原则来选择权函数。此外,许多试验结果表明[2~5],当数据点分布相对均匀时,使用加权中数法内插重力异常,在很多时候,都可以获得与其它一些更加严密的解析推值(如多面函数法)和统计推值(如最小二乘推估)方法同样好的效果。

传统加权中数内插法的突出优点是使用简便,不需要任何复杂的计算。这种方法唯一的缺点是其权系数的分布规律完全由数据点与待求点的相对位置决定,未能顾及已知数据点位置之间的相对变化。不管已知点实际位置分布如何,只要它们距待求点的距离相等,它们就有相同的权系数。传统加权中数法存在的这种缺陷,在实际应用中很容易造成选点不当而引起局部外延推值。特别是对于线状测量的海洋重力测量来说,由于测线布设较稀,测点分布不均匀,如果加权中数法简单以距待求点最近作为选点原则,那么在某些地区势必出现这样的情况,即在待求点 P 的一侧有过剩的数据点(譬如在测线交叉点附点),而在另一侧是空白(没有测线通过)。毫无疑问,由这种情形得到的推值结果是难以保证精度的。

为了改善加权中数模型的数据结构,我们建议在选点时除了考虑距离参数外,还应考虑方位角参数。这种思想可用数学模型描述为:

$$\Delta g_P = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{m_i} P_{ij} \Delta g_{ij} \tag{2}$$

其中,$P_{ij} = 1/d_{ij}^2$, $\| \vec{X}_{ij} - \vec{X}_P \| \leqslant R$,$R$ 满足$(m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot m_4) > 0$

$$0 < \alpha_{1,j} \leqslant 90°;\text{且}\ |\alpha_{1,j} - \alpha_{1,j+1}| > \Delta C$$

$$90° < \alpha_{2,j} \leqslant 180°;\text{且}\ |\alpha_{2,j} - \alpha_{2,j+2}| > \Delta C$$

$$180° < \alpha_{3,j} \leqslant 270°;\text{且}\ |\alpha_{3,j} - \alpha_{3,j+3}| > \Delta C$$

$$270° < \alpha_{4,j} \leqslant 360°;\text{且}\ |\alpha_{4,j} - \alpha_{4,j+1}| > \Delta C$$

式中,$\vec{X}_{ij}$ 和 $\vec{X}_P$ 分别代表已知数据点和待求点的位置矢量;d 为已知点与待求点之间的距离;R 表示数据搜索半径;m_i 为某一象限中选取已知点的个数;α_{ij} 代表矢量差$(\vec{X}_{ij} - \vec{X}_P)$的方向角。新模型的具体含义是:数据搜索半径的变化必须满足在以待求点为原点的四个坐标象限内均存在数据点;且为了避免信息冗余,又以最近距离为原则按一定角度间隔(ΔC)对搜索到的数据进行筛选。增加了方位角条件以后的新模型,可以确保最后参加加权计算的数据分布相对均匀,结构趋于合理。

下面首先选择我国大陆某地区重力测点密集且分布相对均匀的四个 1° × 1° 方块进行内插试验。为了说明推值精度,我们取其中的部分测点作为内插点,利用其余观测点上的数据推算内插点上的重力异常,然后同实测值作比较。现将分别按传统加权中数法和方位距离加权中数法的计算结果列于表 1。

表 1 计算结果说明,即使是在数据结构属于正常的情况下,方位加权中数模型的推值精度也略高于传统加权中数模型,提高幅度在 10% 左右。

表 2 是在某个局部地区出现数据分布不均,造成局部外延推值情况下,8 个内插点上的计算值与实测值的比较结果。

表 1　内插值与实测值比较结果(/mGal)

方块	已知点数	内插点数	传统加权		方位加权	
			最大差	均方差	最大差	均方差
1	602	223	6.36	±2.93	6.19	±2.71
2	774	371	6.35	±3.56	5.83	±3.20
3	612	285	6.49	±3.62	6.35	±3.36
4	811	382	7.25	±3.24	6.18	±3.03

表 2　内插值与实测值比较结果(/mGal)

点号	1	2	3	4	5	6	7	8
传统加权	5.00	5.00	5.00	0.92	0.78	−1.03	0.48	5.00
方位加权	1.70	0.35	−0.32	−0.45	−0.30	−0.19	0.16	1.82

由表 2 看出，对于某些测点分布不均匀地区，当使用传统加权中数法出现局部外延推值时，其推值精度将大大降低，方位加权中数法则几乎不受此影响。

利用方位加权中数法内插出 $5'\times5'$ 网格点重力异常以后，$1^\circ\times1^\circ$ 平均重力异常可简单按以下求平均值公式计算：

$$\overline{\Delta g}(1^\circ\times1^\circ)=\frac{1}{144}\sum_{i=1}^{144}\Delta g_i(5'\times5') \tag{3}$$

式中，$\overline{\Delta g}(1^\circ\times1^\circ)$ 代表 $1^\circ\times1^\circ$ 平均重力异常；$\Delta g_i(5'\times5')$ 表示 $5'\times5'$ 网格点异常。

2　精度估计

按(3)式计算 $1^\circ\times1^\circ$ 平均重力异常包含以下三个方面的误差：① 由已知重力异常观测误差引起的 $5'\times5'$ 网格点异常内插误差；② 由推值方法和数据结构引起的 $5'\times5'$ 网格点异常内插误差；③ 由 $5'\times5'$ 网格点值引起的不连续误差。第一类误差简称为观测误差。由于海洋重力测量是根据某一次测量的重力测线交叉点不符值来估算测量精度的，因此，对于同一测量船，同一航次的所有测点的观测精度都取同一数值，这里假设观测误差对 $5'\times5'$ 网格点内插值的影响用 m_1 表示。第二类误差简称为内插模型误差，其大小主要取决于重力测线的间隔宽度以及计算区域重力异常的变化剧烈程度。以可能出现的最大误差作为出发点来考虑，我们把加权中数法作为最简单的线性内插模型看待，依泰勒级数展开理论，取非线性部分的主项(二次项)作为内插精度估算公式，即

$$m_2=\frac{1}{2}L^2\cdot\frac{\partial^2\Delta g}{\partial S^2} \tag{4}$$

式中，L 代表重力测线间隔的一半距离；$\partial^2\Delta g/\partial S^2$ 表示重力异常在水平方向上的二次变化率。

至此，$5'\times5'$ 网格点重力异常计算精度可表示为：

$$m_p^2=m_1^2+m_2^2 \tag{5}$$

由 $5'\times5'$ 网格点值计算 $1^\circ\times1^\circ$ 平均值引起的不连续误差就是我们通常所说的代表误差，这里用 m_3 表示。考虑到海洋重力测量的特殊性，我们直接使用重力异常变化梯度作为衡量代表误差大小的尺度。为了建立起重力异常变化梯度与平均重力异常计算精度的相关关系，我们借助地球位模型 OSU91A，分别计算 $5'\times5'$ 网格点值和 $1^\circ\times1^\circ$ 平均重力异常积分值，求 $1^\circ\times$

1° 范围内严密积分值与由 5′ × 5′ 网格点求得的简单平均值的较差，然后寻找其与该范围内重力异常变化平均梯度之间的对应关系。由位模型按严密积分法求重力异常平均值的计算公式为：

$$\overline{\Delta g} = \frac{1}{\Delta\sigma}\frac{GM}{r^2}\sum_{n=2}^{N}(n-1)(\frac{a}{r})^n\sum_{m=-n}^{n}\bar{C}^s_{n|m|}I\bar{Y}_{n|m|}(\theta,\lambda) \tag{6}$$

式中，$\bar{C}^s_{n|m|}$ 为完全正则化位系数，当 $m \geqslant 0$ 时，$\bar{C}^s_{n|m|} = \bar{C}^*_{nm}$；$m < 0$ 时，$\bar{C}^s_{n|m|} = \bar{S}_{nm}$。

$$\bar{Y}_{n|m|}(\theta,\lambda) = \begin{cases}\bar{P}_{nm}(\cos\theta)\cos m\lambda, & m \geqslant 0 \\ \bar{P}_{n|m|}(\cos\theta)\sin|m|\lambda, & m < 0\end{cases}$$

$P_{nm}(\theta,\lambda)$ 为完全正则化缔合勒让德多项式；$I\bar{Y}(\theta,\lambda)$ 为 $\bar{Y}(\theta,\lambda)$ 的积分平均值；$\Delta\sigma$ 代表积分元面积。

为了使计算结果更具有代表性，我们共比对计算了 2 400 个 1° × 1° 区块，其中，区块重力异常最大变化量为 266.7mGal；重力异常最大变化梯度为 5.72mGal/km；区块最大平均梯度为 3.11mGal/km；不连续误差最大值为 43.4mGal。经统计计算，由离散点值求平均与严密积分求平均之重力异常差与该区块重力异常变化梯度之间的对应关系确定如表 3。

表 3　不连续误差与重力异常梯度的相关关系

不连续误差绝对值 mGal	区块平均梯度 mGal · km^{-1}	与不连续误差对应的平均梯度所占比例	中误差 mGal
10 以上	1.5 以上	100%	± 14.5
5 ~ 10	0.9 ~ 1.5	94.9%	± 6.9
3 ~ 5	0.6 ~ 0.9	90.4%	± 3.8
1 ~ 3	0.4 ~ 0.6	91.1%	± 1.8
0 ~ 1	0 ~ 0.4	91.9%	± 0.5

由表 3 计算结果可以看出，计算平均重力异常不连续误差与该区块内的重力异常平均梯度显著相关。我们将不连续误差大小分为 5 个区段，并确保与它们相对应的平均梯度落入概率不低于 90%。由此确定的不连续误差与平均梯度的相关关系，具有很强的可操作性，使用起来很方便。

顺便指出，使用360 阶位模型计算 5′ × 5′ 网格点值，虽然不能真正反映真实地理位置上的重力异常场变化情况，但这一点并不妨碍我们通过这种统计计算来寻找不连续误差与平均梯度之间的相关关系。因为我们在表 3 中所作的计算并不针对某个具体的位置，我们所关心的问题是，一定大小的平均梯度应该对应多大的不连续误差。使用 360 阶位模型能够计算出与实际重力场基本相当的重力异常变化梯度，说明我们的目的也就达到了。

综合考虑观测误差、内插误差和不连续误差三者影响，得 1° × 1° 平均重力异常计算精度估计公式如下：

$$m^2(1^\circ \times 1^\circ) = \frac{1}{(144)^2}\sum_{i=1}^{144}(m_1^2 + m_2^2)_i + m_3^2 \tag{7}$$

式中，m_1 由观测误差确定；m_2 由(4) 式计算；m_3 则根据计算区块内的平均梯度大小查表 3 第 4 栏求得。

3　实际计算

我们使用方位距离加权中数法对我国海域内具有实测重力数据的区块进行了内插计算。

最后共求得 1°×1° 平均重力异常 464 块。按(7)式进行精度估计结果如表 4。

表 4　海洋 1°×1° 平均重力异常精度估计(/mGal)

中误差	0～±1	±1～±3	±3～±4	±4～±7	±7～±15
个　数	263	94	57	42	8
所占比例/(%)	57	20	12	9	2

从表 4 看出，我们对海洋 1°×1° 平均重力异常所作的精度估计，完全符合正态误差分布规律。实际数值结果也满足有关部门提出的精度要求。

参　考　文　献

1　边少锋. 最小二乘配置、多面法和移动预测法在坐标变换中的应用:[学位论文]. 郑州:郑州测绘学院,1991
2　王瑞榕. 关于重力异常的推值方法. 测绘科技,1992(4):21～27
3　赵明才. 海上重力异常的三次曲面内插法. 海洋测绘,1984(2):11～20
4　吕　言. 数字地面模型中多面函数法的研究. 武汉测绘科技大学学报,1981(2):14～28
5　黄谟涛,管　铮. 略论重力异常推值. 海洋测绘,1993(4):18～25

Calculation and Accuracy Estimation of Marine Mean Free－Air Gravity Anomaly

Huang Motao　Guan Zheng　Ouyang Yongzhong

(Tianjin Institute of Marine Surveying and Mapping, 40 Youyi Road, Tianjin, China, 300061)

Abstract　This paper presents a new method of interpolating gravity anomaly —— mean process with aximuth and distance as weight.. And the gradient of gravity anomaly is proposed to be used as the criterion of mean anomaly accuracy. Then, the relation between gravity gradient and mean anomaly accuracy is established through the geopotential model OSU91A. Finally, the accuracies of marine mean free－air gravity anomalies are estimated with the relation.

Key words　mean free－air gravity anomaly; interpolation; gradient; accuracy estimation