

# 线性规划原理在城市道路控制点 标高优化设计中的应用

王新生

(武汉测绘科技大学国土信息与地图科学系,武汉市珞喻路39号,430070)

**摘要** 分析了影响城市道路标高设计的因素,认为城市道路控制点的标高设计可用线性规划理论来辅助解决,并用一例子加以说明。

**关键词** 城市道路控制点标高;优化设计;线性规划原理

**分类号** X322;U412.3

城市道路标高设计主要包括道路交叉点及中途控制点的标高设计。实际中,常根据道路纵坡要求,从某个基本确定的道路控制点标高,依次推算其它各点标高。此项工作量很大,且结果常常不是最优的,不能使工程最经济合算。鉴于此,本文初步探讨了采用线性规划方法来辅助解决城市道路系统中控制点标高优化设计的问题。

## 1 设计的条件

### 1.1 道路纵坡

1) 路面坡度必须符合路面交通的要求。道路纵坡大小关系到交通运输条件。所以,在道路纵坡设计时,需对最大纵坡进行控制,见表1。实质上,道路最大纵坡容许值为一个建议

表1 道路最大纵坡建议值

道路类别	设计车速/ $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$	最大纵坡/%
I 快速交通干道	60~80	3~4
II 主要及一般交通干道	40~60	3~4
III 区干道	30~40	4~6
IV 支路	20~25	7~8

值,有时需根据实际情况,如道路所经地区的自然地理环境、路面类型、道路线形特征等进行调整。同时,需对陡坡路段进行坡长限制,既不宜过长,也不宜过短。

2) 路面坡度必须考虑排水要求。为了保证道路地面水与地下管道内的水能迅速排除,道路纵坡也不宜过小。最小纵坡应根据当地雨季水量大小、路面类型以及排水管道直径等而定,一般变化于0.3%~0.5%之间(表2)。

表2 不同路面类型的纵坡限制

路面类型	最小纵坡/%
水泥混凝土路面	0.3
沥青混凝土路面	0.3
其它黑色路面	0.3
整齐石块路面(缸砖、细砾石、小方石)	0.4
半整齐或不整齐石块路面	0.5
碎石、砾石等粒料路面	0.5
结合料稳定土壤路面	
级配砂土路面	0.5

3) 道路标高设计要使工程经济。城市道路标高设计要力争使土石方量最小,同

时要考虑填方、挖方的平衡,避免填方土无土源,挖方土无出路,或土石方运距过大。

### 1.2 地面规划

除考虑城市道路纵坡要求外,还应结合场地排水系统规划、街区建筑布置和地面土石方量平衡等来进行道路标高设计。

规划中,常根据地面规划的要求和其它一些情况,确定一些道路控制点标高,如铁路与城市干道的交叉点、防洪堤、桥梁等的标高。在此基础上,设计其它未知点标高。笔者认为,此类关于城市道路控制点标高的优化设计问题,可用运筹学中线性规划理论来辅助解决。

## 2 线性规划模型

线性规划的实质,就是合理地安排、布局和调配经济工作,以实现最优的经济效果。一般来说,首先要根据最终目的建立目标函数;其次,建立该项规划的约束条件。其数学模型如下:

$$\text{目标函数: } \max(\min)z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$\text{约束条件: } \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

式中,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为未知数,  $a, b, c$  均为常数。

从前面分析影响城市道路标高设计的条件来看,确定城市道路控制点标高,实质上是求在满足道路纵坡要求和施工工程最经济的条件下的控制点标高问题。

### 2.1 约束条件

我们知道,城市道路控制点标高直接关系到道路纵坡的大小,而道路纵坡的大小依道路等级(表1)及路面类型(表2)不同而有一定的控制范围。据此,每段道路均可建立一个约束条件。由任意  $A, B$  两点间道路纵坡限制所构成的约束条件为:

$$\min(\text{tg}\alpha_{AB}) \leq \frac{||H_A - h_A| - |H_B - h_B||}{L_{AB}} \leq \max(\text{tg}\alpha_{AB})$$

式中  $H_A, H_B$  为  $A, B$  两点现状高程,  $h_A, h_B$  为  $A, B$  两点的设计标高,  $L_{AB}$  为  $A, B$  两截面间的距离,  $\text{tg}\alpha_{AB}$  为  $AB$  段道路纵坡允许值。道路系统中所有道路段的约束条件组成模型的约束条件。

### 2.2 目标函数

我们所以要进行道路控制点标高设计,目的之一是要使工程的土石方量最小。土石方量计算分两种情况:

第一种情况,  $A, B$  两截面性质相同,皆为挖方或皆为填方时,  $AB$  段道路的土石方量为:

$$V_{AB} = \frac{1}{2} (|H_A - h_A| + |H_B - h_B|) D_{AB} L_{AB}$$

式中  $V_{AB}$  为  $AB$  段道路的方量,  $D_{AB}$  为  $AB$  段道路设计宽度。

第二种情况,  $AB$  两截面性质不同,若  $A$  截面为挖方,  $B$  截面为填方或者  $A$  截面为填方,  $B$  截面为挖方时,  $AB$  段道路的土石方量为:

$$V_{AB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(H_A - h_A)^2 + (H_B - h_B)^2}{|H_A - h_A| + |H_B - h_B|} \cdot D_{AB} L_{AB}$$

总土石方量则为道路系统中每段道路土石方量的总和。最优的道路控制点标高设计方案

要使总土石方量最小,故目标函数为:

$$\min V(h_A, h_B, h_C, h_D, \dots) = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + \dots$$

### 3 应用举例

图1为某区道路规划图。为简化起见,设该区为地势平坦区域,其地面高程均为0。据前期工作,该区路网规划已初步完成,确定了干道大致走向、干道交叉点的位置或方位坐标。 $BEG$ 为区干道,路幅宽度为30m; $ABC$ 和 $DEF$ 为区支路,路幅宽度为15m。根据交叉点坐标求得原地面距离分别为: $AB = 1\ 500\text{m}$ ,  $BC = EG = DE = 1\ 000\text{m}$ ,  $BE = 500\text{m}$ ,  $EF = 800\text{m}$ 。考虑到通航河道的洪水位要求和桥梁结构, $G$ 、 $A$ 、 $D$ 、 $C$ 、 $F$ 各点标分别为2m、5m、4m、4m、3m。在此假设条件下,设计交叉点 $B$ 和 $E$ 的标高。

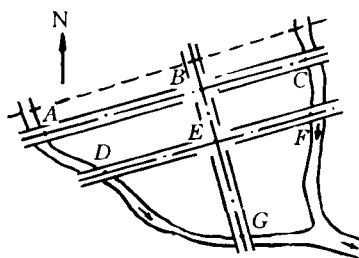


图1 某区道路规划图

针对每段路面纵坡要求,列出下面的约束条件:

- $0.003 \leq |h_B - 4|/1\ 000 \leq 0.08$  ( $BC$ 段纵坡约束)
- $0.003 \leq |h_B - 5|/1\ 500 \leq 0.08$  ( $AB$ 段纵坡约束)
- $0.003 \leq |h_B - h_E|/500 \leq 0.06$  ( $BE$ 段纵坡约束)
- $0.003 \leq |h_E - 4|/1\ 000 \leq 0.08$  ( $DE$ 段纵坡约束)
- $0.003 \leq |h_E - 3|/800 \leq 0.08$  ( $EF$ 段纵坡约束)
- $0.003 \leq |h_E - 2|/1\ 000 \leq 0.06$  ( $EG$ 段纵坡约束)

从地形条件来看,该区路面水宜向四周河流排放,即规划后该区中部地势应较高,则上述约束条件可转化为下面形式:

$$9.5 \leq h_B \leq 84, 7 \leq h_E \leq 62, 1.5 \leq |h_B - h_E| \leq 30$$

据本例的假设,要使施工工程最经济,就是要使整个道路填方量最小。因此,可建立下面的目标函数:

$$\min V(h_B, h_E) = V_{AB} + V_{BC} + V_{BE} + V_{DE} + V_{EF} + V_{EG} = 26\ 250h_B + 36\ 000h_E + 164\ 250$$

此线性规划问题,仅涉及二元未知数,可采用简单、直观的图解法来处理。实际中,线性规划模型所涉及的未知数和约束条件很多,要用单纯形法求解,须借助计算机技术。

本例设计中,有两种方案可供选择。

方案一:选择 $B$ 点为本区最高点,则有:

$$h_B = 9.5\text{m}, h_E = 7\text{m}, \min V(h_B, h_E) = 438\ 825\text{m}^3$$

结果表明,当 $B$ 、 $E$ 两点设计标高分别为9.5m、7m时,整个道路系统填方量最小,且所有道路纵坡均在允许值内,设计方案为最优方案。

方案二:选择 $E$ 点为本区最高点,则有:

$$h_B = 9.5\text{m}, h_E = 11\text{m}, \min V(h_B, h_E) = 453\ 225\text{m}^3$$

同样,此设计方案为另一种最优设计方案。

本例表明,针对平坦区域,如河流三角洲、滨海平原、内陆平原或平坦的盆地、河流冲积扇等地域的道路控制点标高设计工作,我们可以借助线性规划模型和一定的定性分析来确定最

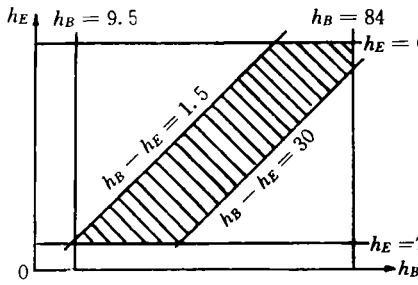


图2 线性规划图解法(一)

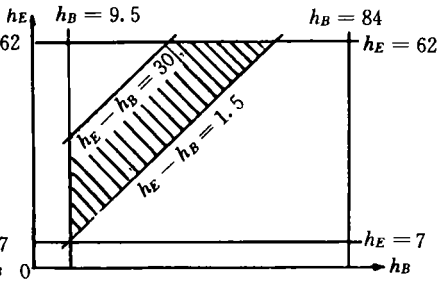


图3 线性规划图解法(二)

佳设计方案。

### 4 结 语

城市道路控制点标高设计中,必须考虑到诸多因素,是一项十分复杂的智能化工作。完全依赖某种模型来完成这项工作,难度极大。本文所探讨的线性规划模型应用研究,尚属探索性质,其应用举例亦为简化地形条件下的初步尝试,有一定局限性。对于地形起伏较大的复杂地区,因道路交叉点的众多性和对规划后地表形态认识的模糊性,难以断定应采取何种土石方量计算公式,造成在构造目标函数和进行约束条件处理上的困难,问题变得复杂化。这还有待于进一步探索其它有效途径来解决。

致谢:本文曾得到基础课部胡元明老师的热心指导,谨表谢意。

### 参 考 文 献

- 1 武汉建筑材料工业学院等. 城市道路与交通. 北京:中国建筑工业出版社,1992.
- 2 同济大学. 城市规划原理. 北京:中国建筑工业出版社,1991.
- 3 李 德. 运筹学. 北京:清华大学出版社,1985.
- 4 徐 骏. 道路施工中土方量计算公式探讨. 测量员,1994(4):33~36

## The Application of Linear Programming in Designing Urban Road's Elevation

Wang Xincheng

(Dept. of Land Information & Cartography, WTUSM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

**Abstract** In this paper, the author analyses the actors that influence the design of urban road's elevation, and proposes that linear programming can be used to solve the problem. A practical example is also given.

**Key words** urban road's elevation; optimum design; linear programming