

GPS 基线向量网粗差定位试验*

王新洲

(武汉测绘科技大学地球科学与测量工程学院,武汉市珞喻路 39 号,430070)

摘 要 应用文献[1]中提出的关于粗差定位的逐个搜索法,研究了 GPS 基线向量网的粗差定位问题,同时改进了粗差定位的逐个搜索法。通过研究以及大量的粗差定位试验表明:应用改进的逐个搜索法进行多个粗差定位,只要粗差个数满足 $n_s \leq 1.95n_s - 3p + 3$,且任一点上至少有三条基线通过,则不论粗差位于何处,都能正确定位,并较准确地给出粗差的估值。文中还对 GPS 网的布网方案提出了合理的建议。

关键词 GPS 基线向量,粗差定位,逐个搜索法

分类号 P228, P207

在经典大地测量和摄影测量中,经过十几年的研究,已发展了一套完整的粗差检测理论与定位方法^[3~7]。这些理论与方法对多个粗差定位一般难以得到令人十分满意的结果。况且 GPS 基线向量观测值又不同于经典大地测量中的观测值。由于 GPS 基线向量观测值的权矩阵不是对角阵,而是准对角阵,故应用现有方法对 GPS 基线向量网进行粗差定位更难奏效。为此,本文应用改进的逐个搜索法进行 GPS 基线向量网的粗差定位试验。试验结果表明,应用该法对 GPS 基线向量网中的多个粗差定位,不仅定位正确,而且粗差的估值也相当准确。

1 逐个搜索法的改进

作者在文献[1]中提出的逐个搜索法,虽然不失为粗差定位的一种有效方法,但对于多个粗差定位,由于粗差之间的相互影响,有时也会出现个别粗差定位错误的情况。为此,现将其改进。改进后的逐个搜索法可简述如下:

将观测值分为两组,且将第一个观测值附加粗差参数 g 作为第一组,而将其余的 $n-1$ 个观测值作为第二组,但不加粗差参数,于是数学模型为:

$$\left. \begin{aligned} E(L) &= Bx + Hg \\ D(L) &= D(A) = \sigma_0^2 P^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, L 为 $n \times 1$ 的观测值向量; B 为 $n \times t$ 的设计矩阵; x 为 $t \times 1$ 的未知参数向量; H 为 $n \times 1$ 的常数向量,且 $H = (1, 0, 0, \dots, 0)^T$; A 为 $n \times 1$ 的随机误差向量; σ_0^2 为单位权方差因子; P 为 $n \times n$ 的权矩阵, P 可以是对角阵,也可以是准对角阵,还可以是对称正定阵。

由(1)式应用最小二乘平差,可得到第一个观测值上的粗差估值 \hat{g} 。为了判断 \hat{g} 是否就是粗差,可进行附加参数的假设检验,且零假设 $H_0: g=0$; 备选假设 $H_1: g \neq 0$ 。由文献[1]知,其统计量为:

收稿日期:1994-03-16。王新洲,男,40岁,博士,讲师,现从事大地测量数据处理的研究。

* 国家测绘局“八五”重点科技攻关资助项目。

$$T = \frac{|\hat{g}|}{\hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{ii}}} \sim t(r-1) \quad (2)$$

其中, \hat{g} 为附加粗差参数 g 的估值; $\hat{\sigma}_0$ 为单位权中误差的估值; Q_{ii} 为粗差估值 \hat{g} 的权倒数; r 为多余观测数。

在一定的置信水平 α 下, 如果 $t \leq t_{\alpha/2}$, 则接受 $H_0: g=0$ 。即第一个观测值中不含粗差, 可搜索第二个观测值。若 $T > t_{\alpha/2}$, 则接受 $H_1: g \neq 0$ 。即第一个观测值中可能含有粗差(当然也可能第一个观测值本身并不含粗差, 只是受其它粗差的影响, 致使 $T > t_{\alpha/2}$)。在这种情况下, 为了正确判断第一个观测值中是否真正含有粗差, 可先记下统计量 T 、粗差估值 \hat{g} 以及观测值的序号 1。然后再搜索第二个观测值。即将第二个观测值作为第一组, 并附加粗差参数 g , 其余的 $n-1$ 个观测值作为第二组(此时 $H = (0, 1, 0, \dots, 0)^T$)。重复前述方法进行最小二乘平差和假设检验。若接受 H_0 , 则搜索第三个观测值。若接受 H_1 , 则同样记下统计量 T 、粗差估值 \hat{g} 以及观测值的序号 2。如此反复进行, 直至 n 个观测值全部搜索完毕。此为第一轮搜索。其框图见图 1。

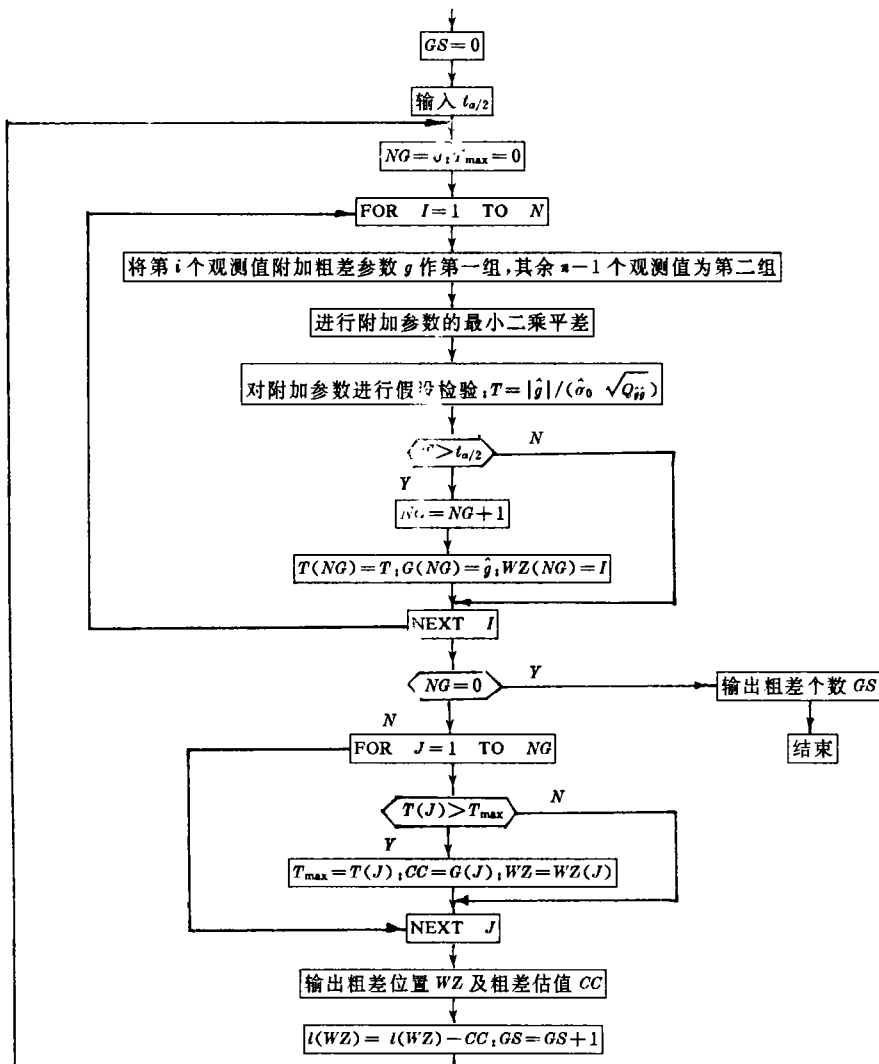


图 1 改进的逐个搜索法框图

当完成第一轮搜索后, 对记下的统计量 T 进行比较, 找出其中最大的 T 。设与此最大的 T 相对应的那个观测值的序号为 i , 则第 i 个观测值中一定含有粗差, 且粗差的估值为相应的那

个 \hat{g} 。这样就找到了一个粗差。由于这个粗差只影响误差方程中的第 i 个常数项 l_i , 故找到这个粗差后, 对误差方程中相应的常数项 l_i 施加粗差改正 (粗差改正的目的是为了下一个粗差的准确定位) $l_i = l_i - \hat{g}$ 。

如此进行粗差改正, 相当于剔除了一个粗差。然后再从第一个观测值开始进行第二轮搜索。由于第一轮搜索剔除了一个粗差, 这个被剔除的粗差将对第二轮搜索不产生影响。这样在第二轮搜索时就避免了粗差之间的相互影响。第二轮搜索与第一轮搜索完全一样。如此循环往复地搜索, 直至某一轮搜索时, 全部接受 H_0 为止。这就是改进的逐个搜索法。

2 GPS 基线向量网中可正确定位的粗差个数

由文献[1]知, 在一个平差系统中, 可正确定位的粗差个数应近似地满足下列不等式:

$$n_r \leq 2n/3 - t \tag{3}$$

其中, n_r 为可正确定位的粗差个数; n 为观测值的个数; t 为未知数 (必要观测) 的个数。(3) 式是理论公式, 由于粗差之间相互影响, 实际中粗差正确定位的个数一般要少于理论式 (3) 所确定的个数。根据大量的试验, 得

$$n_r \leq 0.65n - t \tag{4}$$

在 GPS 基线向量网中, 设基线数为 n_b , 总点数为 p , 则三维平差^[8]时, 有

$$n = 3n_b, \quad t = 3(p - 1) \tag{5}$$

将 (5) 式代入 (4) 式, 得 GPS 基线向量网中能正确定位的粗差个数:

$$n_r \leq 1.95n_b - 3p + 3 \tag{6}$$

3 GPS 基线向量网粗差定位的试验结果

应用改进的逐个搜索法, 对图 2 所示的实测 GPS 基线向量网进行了粗差定位试验, 该网共有 21 个点, 34 条基线。全网除了两个三角形外, 其余全为四边形和五边形。网中 6, 8, 16 和 21 号点只有 2 条基线通过, 其余各点均有 3 条或 3 条以上的基线通过。在不含粗差的情况下, 平差后单位权中误差为 $\hat{\sigma}_0 = \pm 0.69$ (按文献[8]中的数学模型平差)。

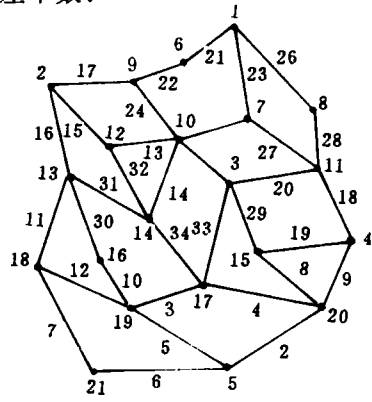


图 2

我们的试验是在 34 条基线的所有分量都不含粗差的前提下, 对全网观测值分别施加 1, 2, ..., 8 个粗差, 然后用改进的逐个搜索法进行粗差定位。取置信水平为 $\alpha = 0.01$, 定位结果列于表 1。

由表 1 知, 加 1~6 个粗差时, 定位正确。即使因多个粗差相互影响, 以致某些粗差不得不估计 2 次 (或 2 次以上), 也不会造成定位错误。例如加 4 个粗差时, 40 和 51 号观测值; 加 5 个粗差时, 9 号观测值; 加 6 个粗差时, 51 号观测值等, 都是估计 2 次。但定位结果仍然正确, 粗差估值的大小也相当准确 (估计 2 次以上的那个粗差, 其大小为几次估计的代数和)。

从表 1 还可以看出, 当加 7 个和 8 个粗差时, 除正确找到全部的粗差外, 还错误地将某些不含粗差的观测值作为含粗差的观测值找了出来。例如, 加 7 个粗差时, 将不含粗差的 10 号观测值找出来了; 加 8 个粗差时, 将不含粗差的 52 和 84 号观测值找了出来。出现这种多找的原

因,是因为该网只能正确找到粗差的个数维:

$$n_r \leq 1.95 \times 34 - 3 \times 21 + 3 = 6.3$$

当加到7个和8个粗差时, $n_r > 6.3$ 即出现上述多找现象。

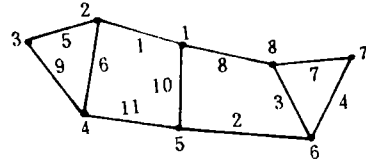


图 3

表 2 列出了对图 3 所示之 GPS 基线向量网进行粗差定位的结果。该网能正确定位粗差的个数为:

$$n_r \leq 1.95 \times 11 - 3 \times 8 + 3 = 0.45$$

所以当该网中仅加一个粗差时,也会将不含粗差的 16 号观测值作为含粗差的观测值找出来。

表 1 图 2 所示之 GPS 网粗差定位试验结果

所加粗差			定位结果		
加入个数	加入位置	加入大小	寻找位置	估值大小	正误
1	1	-0.2m	1	-0.21m	✓
	2	7"	2	5.10"	✓
	3	0.2m	3	0.19m	✓
同一 基线	1,2	0.3m, 6"	1,2	0.30m, 4.13"	✓
	2,3	6", -0.2m	2,3	4.04", -0.20m	✓
	1,3	0.3m, -0.2m	1,3	0.25m, -0.19m	✓
2 相邻 基线	1,41	0.3m, 4"	1,41	0.30m, 3.89"	✓
	2,42	6", -0.30m	2,42	4.26", -0.30m	✓
	3,40	0.3m, 0.5m	3,40	0.31m, 0.50m	✓
不邻 基线	1,4	0.4m, 0.6m	1,4	0.39m, 0.63m	✓
	2,5	5", 7"	2,5	4.22", 7.88"	✓
	3,6	0.4m, 0.4m	3,6	0.45m, 0.42m	✓
3 同一 基线	1,2,3	0.5m, 8", 0.4m	1,2,3,1	0.56m, 5.46", 0.38m, -0.07m	✓
	2,40,41	8", 0.4m, 8"	2,40,41	5.00", 0.35m, 7.57"	✓
	3,40,74	0.5m, 0.4m, 8"	3,40,74	0.48m, 0.40m, 7.52"	✓
4 相邻 基线	3,27,51	0.5m, -0.5m, -0.1m	3,27,51	0.50m, -0.50m, -1.08m	✓
	1,2,40,41	0.5m, 8", 0.4m, 9"	1,2,40,1,40	0.31m, 4.02", 0.27m, 9.69" 0.10m, 0.07m	✓
	1,3,40,73	0.5m, 0.5m 0.4m, -0.1m	1,3,40,73 1,3,40	0.25m, 0.62m, 0.28m, -0.44m 0.15m, -0.10m, 0.07m	✓
5 不邻 基线	3,27,51,69	0.5m, -0.5m -1.0m, -0.7m	3,27,51 69,51	0.49m, -0.50m, -1.16m -0.71m, 0.11m	✓
	2,40,4,5,9	8", 0.5m, 0.4m 10", 0.5m	2,40,4,5,9,9	5.76", 0.48m, 0.45m 10.38", 0.42m, 0.09m	✓
	3,27,51,69 31,95	0.5m, -0.5m, -1.0m -0.7m, -0.5m, 8"	3,27,51,69 31,95,51	0.48m, -0.51m, -1.17m -0.71m, -0.48m, 8.80" 0.12m	✓
6 同一 基线	3,27,51,69 31,95,7	0.5m, -0.5m, -1.0m, -0.7m, -0.5m, 8", -0.6m	3,27,51,69 31,95,7,51,10	0.48m, -0.50m, -1.16m -0.71m, -0.47m, 8.88" -0.54m, 0.11m, -0.05m	✓
	3,27,51,69 31,95,7,85	0.5m, -0.5m, -1.0m -0.7m, -0.5m, 8" -0.6m, -0.6m	3,27,51,69 31,95,7,85 85,51,7,3,52,84	0.45m, -0.48m, -1.20m -0.72m, -0.45m, 7.72" -0.48m, -0.40m, -0.12m 0.15m, -0.10m, 0.06m 0.08m, 0.06m	✓

表 2 图 3 所示之 GPS 网粗差定位试验结果

加入个数	所加粗差		定位结果		
	加入位置	加入大小	寻找位置	估值大小	正误
1	1	-0.2m	1	-0.197m	✓
1	5	-10"	5	-10.51"	✓
1	9	0.3m	9	0.309m	✓
1	17	8"	17	8.164"	✓
1	22	-0.3m	22	-0.293m	✓
1	30	0.4m	30,16	0.873m,0.026m	✗
1	31	-0.3m	31	-0.306m	✓

从图 2 和图 3 知,表 1 和表 2 中所加粗差的位置,对于相应基线的起点和终点而言,都有 3 条以上的基线通过。如果含有粗差的基线的起点或终点上只有 2 条基线通过,则定位结果就没有表 1 和表 2 那样乐观了。在这种情况下,粗差被错误定位的可能性较大。表 3 列出了图 2 所示之 GPS 网在这种情况下的定位结果。

表 3 粗差位于与图 2 中 6,8,16 和 21 号点有关的基线上的定位结果

加入个数	所加粗差		定位结果		
	加入位置	加入大小	寻找位置	估值大小	正误
2	16,66	-0.5m,-0.6m	20,63	-22.665",-0.579m	✗
2	21,30	-0.4m,-0.3m	21,30	-0.451m,-0.286m	✓
2	61,90	0.5m,-0.4m	61,90	0.501m,0.390m	✓
2	19,78	0.5m,0.5m	17,78	14.153",0.445m	✗

从表 3 知,尽管只加 2 个粗差($n_r < 6.3$),但却出现错误定位的情况,甚至加在 16 和 66 号观测值(基线 6 和 22)上的 2 个粗差的位置全部定错。这说明在 GPS 基线向量网中,要正确定位粗差,不仅粗差的个数 n_r 应满足不等式(6),而且网中每个点上都至少应有 3 条基线通过。

4 结论与建议

通过应用改进的逐个搜索法对 GPS 基线向量网进行粗差定位的试验,可得如下结论与建议:

(1)改进的逐个搜索法是多个粗差定位的有效方法。该方法不仅能定位多个粗差,而且还能给出粗差的估值。

(2)本文提出的方法与“环闭合差检核粗差”有本质的区别。环闭合差法是一种经验型的近似方法,它只能粗略地检查基线中是否存在大的粗差,一般对接近 3 倍中误差的粗差无能为力。本方法是严密的粗差检测与定位方法,不仅对大粗差能准确定位,更主要的是能检测与定位环线闭合差法所不能检测,更不能定位的小粗差。在试验过程中,我们曾对若干经环线闭合差法检核,并剔除了一些基线后的实测 GPS 网,再用本文提出的方法进行粗差检测与定位,结果又找到了一些仍然残存的小粗差,就足以说明这点,并且本文所提方法与基线长度无关。

(3)采用改进的逐个搜索法进行粗差定位,至少要进行 $n_r + 1$ 轮的搜索。如果采用文献[1]中给出的算法,每轮搜索的工作量一般不大于一次平差的工作量。故 $n_r + 1$ 轮搜索的总工作量相当于 $n_r + 1$ 次平差的工作量。

(4)在 GPS 基线向量网中,要使每个粗差都能正确定位,应满足下列两个条件。其一,粗差的个数应满足不等式 $n_r \leq 1.95n_b - 3p + 3$;其二,每个点上至少应有 3 条基线通过。

(5)建议在研究 GPS 布网方案时,按下式确定网中的基线数:

$$n_b \geq 0.6n_r + 1.6(p - 1) \tag{7}$$

其中, n_b 为全网的基线数; n_r 为欲正确定位的粗差个数; p 为网中的总点数。

(6) 建议设计观测方案时, 应使每点都至少有 3 条基线通过。如果使用 4 台接收机, 这一要求将不成问题。如果使用 3 台(或 2 台)接收机就应精心设计观测方案, 使之满足这一要求。

本文是在导师陶本藻教授和刘经南教授的精心指导下完成的, 在此谨表示诚挚的谢意。

参 考 文 献

- 1 王新洲. 稳健估计的附加参数法. 武测科技, 1992(4): 5~11
- 2 王新洲. 二次估计理论及其在 GPS 随机模型估计中的应用: [学位论文]. 武汉: 武汉测绘科技大学, 1994
- 3 李德仁. 误差处理和可靠性理论. 北京: 测绘出版社, 1988.
- 4 黄幼才. 数据探测与抗差估计. 北京: 测绘出版社, 1990.
- 5 周江文. 经典误差理论与抗差估计. 测绘学报, 1989, 18(2): 115~119
- 6 郑肇葆. 线性规划在摄影测量粗差检测中的应用尝试. 测绘学报, 1985, 14(2): 241~251
- 7 顾孝烈, 黄勇如. 多个粗差定位的矢量分析法. 测绘学报, 1987, 16(4): 289~296
- 8 王新洲, 刘经南, 陶本藻. GPS 基线向量网方差和协方差分量的 MINQUE 估计. 武汉测绘科技大学学报, 1993, 18(3): 57~68

An Experiment on Locating Blunders for GPS Network

Wang Xinzhou

(School of Earth Science and Surveying Engineering, WTUSM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

Abstract This paper studies the locating of blunders for GPS network by using the method of one-by-one searching which was presented by Wang Xinzhou(1992), and the method is further improved in the paper. It is shown that when the following two conditions are satisfied in GPS network, blunders can be located correctly with the improved method, and the estimators of blunders can also be made. These two conditions are: $n_r \leq 1.95n_b - 3p + 3$; Any point should have relations to at least three baselines.

Key words GPS baseline; locating blunders; the method of one-by-one searching