

线状地图要素的自相似性分析及其自动综合*

王 桥

(武汉测绘科技大学国土信息与地图科学系,武汉市珞喻路 39 号,430070)

摘 要 通过线状地图要素的自相似性分析和分维估值,研究了线状地图要素的形状结构特征随量测尺度和比例尺变化的规律,并在此基础上,提出了旨在使综合过程自适应进行和保持图形形状特征的线状要素自动综合的方法。

关键词 自动制图综合;自相似性;分维

分类号 P283.1

线状要素是最基本的地图要素,在人工制图的情况下,人们的感官和大脑并用,比较容易把握它的形状结构特征和对它们进行处理,然而在以数据操作为主的计算机制图的情况下则困难得多。为了能够有效地对它们进行自动处理,如自动综合等,往往需要知道它们的形状结构特征的量化指标以及形状结构特征随比例尺变化的规律。本文运用分形理论的基本原理,对这些问题进行了研究,提出了基于自相似性分析的线状地图要素自动综合的新途径。

1 线状地图要素形状结构特征的分形描述

在传统数学中,无论图形的形状结构如何复杂,其维数总是保持不变的整数(即用以描述图形的独立坐标的个数)。分形理论的创始人 Mandelbrot 推广了维数的概念,认为维数不必为整数,可以是连续取值的。他采用大于物体本身拓扑维的 H-B(Hausdorff-Besicovitch)维来定义分数维 D (分维),并用 D 的大小度量物体的复杂程度。根据分形理论,线状要素的分维 D 可以满足 $1 \leq D \leq 2$, D 越接近 2,表示曲线填充平面的能力就越大,也即曲线形状结构特征越复杂。

分维的一个重要特征就是所谓自相似性,它可用以下关系式表示:

$$M(Cr) = C^{f(D)}M(r) \quad (1)$$

其中, $M(r)$ 表示分维的一种测度, r 表示相应的量测尺度, C 表示尺度因子 ($0 < C < 1$), $f(D)$ 表示分维 D 的一个简单函数。(1)式还可进一步改写成:

$$M(r) = kr^{f(D)} \quad (2)$$

其中, k 表示常数。(2)式表明具有自相似性的物体,其分维的测度与相应量测尺度呈幂函数关系,它被认为是许多自然现象的基本概括。

分维即可以是规则与确定性的,也可以是随机与统计性的。确定性分维严格满足自相似原则,是纯数学的产物,很难有效描述复杂的自然现象。统计性分维仅仅在概率分布上满足自相似原则,能够适合较广范围自然现象的描述。对于线状要素, Mandelbrot 在 Richardson 关于海岸线长度研究的基础上,提出了一种与(2)式类似的统计性分维估值公式:

$$L(r) = kr^{1-D} \quad (3)$$

收稿日期:1994-08-31。王桥,男,37,副教授,现从事机助制图及 GIS 研究。

* 高校博士点专项科研基金资助项目。

其中, $L(r)$ 相当于(2)式中的 $M(r)$, 表示曲线的长度, r 仍然表示量测尺度, D 即为曲线的分维。(3)式可以进一步改写成:

$$\log L(r) = (1 - D)\log r + \log k \quad (1)$$

根据(4)式, 只要针对不同的量测尺度(步长) r_i , 求出相应的曲线长度 $L(r_i)$ ($i=1, 2, \dots, m$, 其中 m 可根据需要选定), 再在双对数坐标系 $\log r$ - $\log L$ 下, 用线性回归模型去拟合点对 $\log r_i$ 和 $\log L(r_i)$, 即可求出分维值 D 。此时, D 即为回归直线的斜率与 1 之差。因此(4)式为线状要素的分维估值和自相似分析提供了一种实用的线性模型。

不同形状结构特征的曲线, 其分维值是不同的。自相似性的程度也不同。一般地, 可用线性回归系数 R 来刻画, R 值越接近 1, 说明自相似性越好。还需要指出的是, 分维往往与量测尺度的变化范围有关, 我们通常把(4)式成立的范围称为无标度区。因此, 无标度区不同, 所对应的分维值也是不同的。

2 分维估值的步行算法

根据以上讨论, 分维估值的关键在于对给定的 r_i , 求出相应的 $L(r_i)$ ($i=1, 2, \dots, m$)。下面, 我们将 r_i 视为分规的步距, 模拟用分规一步一步量测曲线, 以求曲线的总长 $L(r_i)$ 的过程, 来设计一种分维估值算法——步行算法。

设线状要素 L 由 n 个离散点 $p_i(x_i, y_i)$ 构成, $d_{i+1} = [(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2]^{1/2}$ ($i=1, 2, \dots, n$), n_k 为用步长 r_k 量测 L 时所用的步数 ($k=1, 2, \dots, m$; m 可根据需要选定)。

(1) 置 $k=1, i=2, j=1, n_k=0$, 给定初始步长 r_k (例如可取 $r_1 = \sum_{i=1}^{n-1} [d_{i+1}/n]$);

(2) 计算 d_{ji} :

(a) 如果 $d_{ji} > r_k$, 则 $x_j = x_j + r_k(x_i - x_j)/d_{ji}$, $y_j = y_j + r_k(y_i - y_j)/d_{ji}$, $n_k + 1 \rightarrow n_k$;

(b) 如果 $d_{ji} < r_k$, 则 $i+1 \rightarrow i$; 计算 d_{ji} , 如果 $d_{ji} > r_k$,

若 p_j, p_{i-1}, p_i 共线, 重复算法(a); 否则:

$$C = \cos^{-1}((r_k^2 + d_{ji}^2 - 1 - d_{i-1}^2)/2r_k d_{ji-1})$$

$$A = \sin^{-1}(d_{ji} \sin C / r_k), \quad B = 180^\circ - A - C$$

$$x_j = x_j + (d_{ji} \sin B / d_{i-1} \sin A)(x_i - x_{i-1})$$

$$y_j = y_j + (d_{ji} \sin B / d_{i-1} \sin A)(y_i - y_{i-1})$$

$$n_k + 1 \rightarrow n_k$$

(c) 如果 $d_{ji} < r_k$, 则重复算法(b)直到 $i=n$;

(3) $x_j \rightarrow x_{i+1}, y_j \rightarrow y_{i+1}$, 重复算法(2)直到 $i=n$;

(4) $L(r_k) = n_k r_k, k+1 \rightarrow k$;

(5) 改变 d_k (例如可取 $d_k = d_k^1$), 重复算法(2)~(4), 直到 $k=m-1$;

(6) 在坐标系 $\log r$ - $\log L(r)$ 下, 用线性回归模型拟合点对 $(\log(r_k), \log L(r_k))$ ($k=1, 2, \dots, m$),

根据(4)式求出 D, R ;

(7) 结束。

图 1 给出了利用上述算法进行分维估值的实例。图的上半部分实验数据为广东淡水河部分河段的数字化文件输出图形(比例尺 1:20 万); 图的下半部分为基于步行算法的回归直线图形 $\log r$ - $\log L$ 图。相应的计算结果: $D=1.1893, R=0.9714$ 。

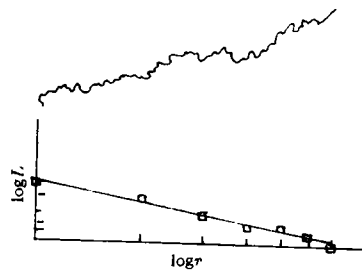


图 1

3 自相似性分析与曲线形状结构特征的变化

为在较大的尺度范围内研究曲线形状结构特征随尺度的变化,下面将由(4)式反映的自相似性分析模型推广到非线性情形。这里仅以图 2(a)所示试验曲线为例进行讨论。

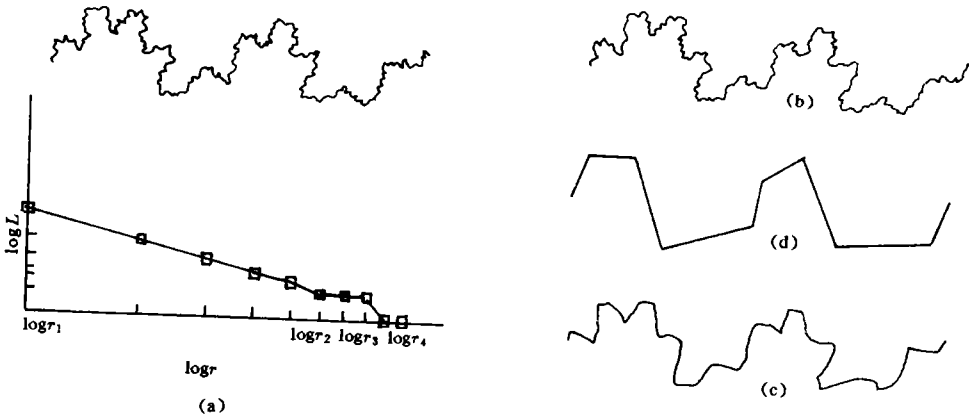


图 2

按上述步行算法(1)~(5),可以得出点对 $(\log r_i, \log L(r_i))$, $i=1, 2, \dots, 10$, 这里 $m=10$ 是由给定 r_m (最大尺度) 和 r_i 的变化方式确定的。进行非线性拟合的方式可以是多样的, 为方便起见, 这里我们不妨在 $\log r$ - $\log L$ 坐标系下直接连结对 $(\log r_i, \log L(r_i))$ 来得到一种非线性模型, 其结果如图 2(a) 所示; $\log r$ - $\log L$ 图呈阶梯形, 而每个“阶梯”内 $\log r$ - $\log L$ 图基本呈线性(其中各“阶梯”的尺度跨度范围 $d_1=[\log r_1, \log r_2]$, $d_2=[\log r_2, \log r_3]$, $d_3=[\log r_3, \log r_4]$ 迅速变小, 是因为取对数的原因, 实际尺度跨度范围 $[r_1, r_2]$, $[r_2, r_3]$, $[r_3, r_4]$ 不一定越来越小)。又分别在 d_i 中任取 q_i ($i=1, 2, 3$), 可分别作出由尺度 q_i ($i=1, 2, 3$) 所描述的图形: 图 2(b), 2(c) 和 2(d)。事实上, 对其它线状要素进行上述操作, 也会得出类似的结果。从这些结果中, 我们可得出如下分析性结论:

(1) 统计自相似性往往是分段保持的, 不同的尺度范围, 线状要素往往具有不同的分维值, 因此非线性 $\log r$ - $\log L$ 图可为无标度区的确定以及正确地进行分维估值提供直观的依据和手段(见图 2(a))。

(2) 非线性 $\log r$ - $\log L$ 图的不同“阶梯”反映了线状要素形状结构的不同层次, 也就是说, 一个“阶梯”对应图形形状结构特征变化的一种幅度; 而一个“阶梯”尺度跨度范围内的一个尺度对应图形形状结构特征变化的一种状态(见图 2(a)~2(d))。

(3) 在每一“阶梯”所对应的尺度变化范围内, 图形形状特征不因尺度变化而发生明显改变。“阶梯”的转折处所对应的尺度 r_i ($i=1, 2, \dots, m$) 对图形形状特征的刻画有着值得重视的作用, 一旦越过 r_i , 图形的形状特征就会发生明显的改变, 小于 r_i 的尺度所描述的图形细节就会消失(见图 2(b)~2(d))。

上述分析和结论无疑对于图形综合具有指导意义。

4 顾及分维的曲线长度随比例尺变化的关系

线状要素的综合将导致曲线长度的改变,多年来,人们普遍使用 Beckett 所提出的公式来描述曲线长度随比例尺变化的规律:

$$L_{M_1}/L_{M_2} = (M_2/M_1)^{0.017} \quad (5)$$

这里 M_1, M_2 分别表示综合前后地图比例尺分母; L_{M_1}, L_{M_2} 分别表示相应比例尺下的曲线长度。

经过一些研究和实验我们发现,对于不同形状结构特征的曲线,(5)式中 M_2/M_1 的幂次亦是不同的,并不始终保持 0.017。把(5)式写成一般形式:

$$L_{M_1}/L_{M_2} = (M_2/M_1)^D \quad (6)$$

由(3)式,得

$$L_{M_1} = k\tau_1^{1-D} \quad (7)$$

$$L_{M_2} = k\tau_2^{1-D} \quad (8)$$

又根据尺度规律公式:

$$\tau_1/\tau_2 = M_1/M_2 \quad (9)$$

把(9)式代入(7)式,可得到:

$$L_{M_1} = k(\tau_2 M_1/M_2)^{1-D} \quad (10)$$

将(8)式与(10)式相比:

$$L_{M_1}/L_{M_2} = k(\tau_2 M_1/M_2)^{1-D}/k\tau_2^{1-D} = (M_1/M_2)^{1-D} = (M_2/M_1)^{D-1} \quad (11)$$

再比较(6)式与(11)式可知: $V = D - 1$ 。

至此,我们将 Beckett 公式推广到了一般的情形:

$$L_{M_1}/L_{M_2} = (M_2/M_1)^{D-1} \quad (12)$$

即(5)式为(12)式中的分维值, D 取 1.017。

(12)式顾及了曲线的形状结构特征,能够更确切地描述曲线的长度随比例尺变化的一般规律,对于线状要素自动综合的分形处理具有重要的应用价值。

5 基于自相似性分析的线状要素自动综合

从以上讨论可以看到,自相似性分析的结果可以反映线状要素形状结构特征随量测尺度的变化规律,而尺度与比例尺具有对应关系(见(9)式),因此,我们可以运用自相似性分析来找出线状要素形状结构特征随比例尺变化的规律,并以它作为指导自动综合的依据。

设综合前、后图形比例尺分母分别为 M_1, M_2 , 综合前线状要素 L 的长度 L_{M_1} 。首先对 L 进行自相似性分析,可求出其分维值 D 。再将 D 代入本文所提出的关系式(12)中,则可求出综合后线状要素的长度 L_{M_2} 。前面的研究结果表明,自相似分析可以确定出尺度 r 与曲线长度 L 之间的某种线性关系,因此,对于所求出的 L_{M_2} ,可以根据自相似性分析唯一确定出它所对应的尺度 r_2 。容易知道, r_2 就是描述比例尺分母为 M_2 的图形所需的尺度。这样,以 r_2 为步长,沿用步行算法,就可以得到综合后的图形,根据分形理论,它将与综合前的图形具有相同的形状结构特征。由此,我们建立起一种能够依据曲线本身的形状结构特征自适应地进行阈值选取和形状综合,并能够保持图形形状特征的线状要素自动综合方法。

下面给出一个运用所提出的方法进行基于自相似性分析的线状要素自动综合的实例。

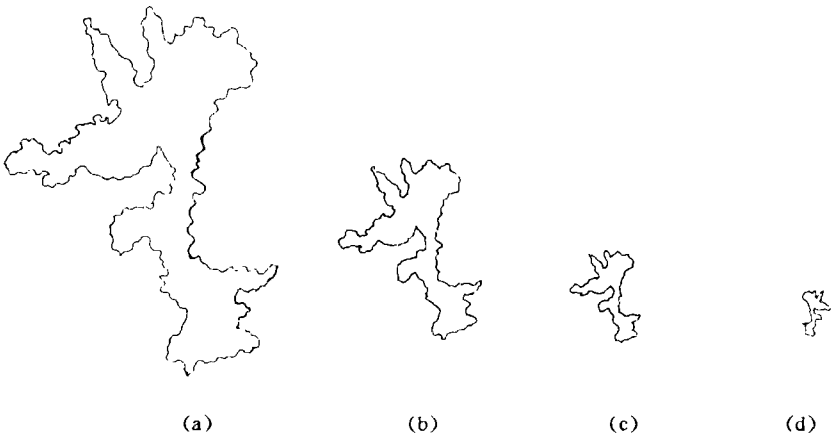


图 3

原始数据为广东博寮州(林麻岛)1:5万数字化文件(见图 3(a),图形已缩小),对其进行分形分析,所得结果如下:

表 1

r_1/mm	m	无标度区/ mm	D	r	$\log r - \log L$ 图
11.489	7	[11.489, 80.419]	1.163	0.994	

现 $M_1=50\ 000$,如果综合后的图形比例尺分母 M_2 分别为 10 万,20 万,30 万,则按所提出的方法,进行处理的过程和结果可由表 2 和图 3 给出。

表 2

比例尺分母/万	L_{M_1}/mm	L_{M_2}/mm	r_{M_1}/mm	r_{M_2}/mm	坐标点数	图形 3
5	804 9.60	804 9.60	11.488 5	11.488 5	732	(a)
10	804 9.60	750 5.79	11.488 5	24.528 4	286	(b)
20	804 9.60	669 9.12	11.488 5	49.056 6	121	(c)
30	804 9.60	626 8.06	11.488 5	73.585 3	78	(d)

6 几点结论

(1)图形的自相似性分析能够揭示出图形的形状结构特征随尺度或比例尺变化的本质性规律,而分维则能够给出图形形状结构特征或复杂程度的量化指标,它们可为线状要素形状结构特征的量化、提取和自动综合提供有力的工具。

(2)线状要素自动综合中还存在不少传统方法和难以解决和回答的问题,例如:怎样有效地保持图形形状结构特征?如何才算保持了图形的形状结构特征?对于指定的比例尺 M_2 ,控制自动综合过程的阈值相应取多大?综合后的图形究竟应化简到什么程度?如何针对不同的对象采用不同的综合方案?基于自相似性分析的自动综合方法可以对这些问题提供比较可行的解决途径。

(3)所提出方法在顾及制图综合目的,强调(夸大)图形形状结构特征,调整自动综合的效果(程度)以及该方法与其它方法的配合使用,在其它地图要素自动综合中的推广等方面还需要进一步研究。

本文是在毋河海教授的指导下完成的,在此表示感谢。

参 考 文 献

- 1 Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco, W. H. Freeman, 1983.
- 2 Falconer K J. Fractal Geometry, Mathematical Foundations and Applications. Chichester, John Wiley & Sons Ltd., 1990.
- 3 Maguire D J. Generalization, Fractals and Spatial Databases. The Bulletin of the Society of University Cartographers, 1986, 20(2): 96~99.
- 4 Muller J C. Fractal and Automated Line Generalization. The Cartographic Journal, 1987, 24(1): 27~34
- 5 Lam N S N, Quattrochi D A. On the Issues of Scale, Resolution and Fractal Analysis in the Mapping Sciences. Professional Geographer, 1992, 44(1): 88~98
- 6 Muller J C. Fractal Dimension and Inconsistencies in Cartographic Line Representations. The Cartographic Journal, 1986, 23(2): 123~130
- 7 Longley P A, Batty M. Fractal Measurement and Line Generalization. Computers & Geoscience, 1989, 15(2): 167~183
- 8 Bittenfield B. Scale-dependence and Self-similarity in Cartographic Lines. Cartography, 1989, 26(1): 97~100
- 9 王 桥, 吴纪桃. 分形、分维及其在地图制图中的应用. 地图, 1992, 3: 5~11
- 10 王 桥. GIS 环境下制图综合的分形处理方法研究. 见: '94 地理信息系统学术讨论会论文集. 北京: 中国科学技术发展基金会, 1994. 357~362

Self-similarity Analysis of Cartographic Lines and the Automated Line Generalization

Wang Qiao

(Dept. of Land Information and Cartographic Science, WTUSM, 39 Louyu Road, Wuhan, China, 430070)

Abstract By discussing the self-similarity and fractal dimension of cartographic lines, the features of cartographic lines in shape are quantitated and extracted, and a new automatic generalization method for cartographic lines is proposed. This method has a good effect on maintaining the shape features, quantization and modelization of the procedure of cartographic generalization, and provides a new solution to some problems difficult to solve with other methods in the automatic cartography.

Key words automatic cartography; self-similarity; fractal dimension