

地图曲线数字化误差估计*

刘文宝 黄幼才

(武汉测绘科技大学, 地球科学与测量工程学院, 武汉市珞喻路 39 号, 430070)

摘要 利用差分算子和时间序列分析工具导出了地图曲线数字化误差估计公式。通过计算分析说明了根据曲线数字化数据估计数字化误差的具体方法。

关键词 地图曲线; 数字化; 差分; 时间序列; 误差

分类号 P289; P207

地图数字化数据误差主要来源于原图固有误差和数字化误差^[1-3]。原图固有误差已有成熟的估计、评定方法, 本文则重点讨论地图曲线的跟踪数字化误差。

1 数字化仪运动轨迹描述

设 $\{z_t = [x_t \ y_t]^T, t = 1, 2, \dots, n\}$ 为地图连续光滑曲线 $f(x, y) = 0$ 的跟踪数字化点坐标序列, 它代表了数字化仪的运动轨迹, 因而可由下式描述:

$$\{z_t\} = \{\bar{z}_t\} + \{w_t\} + \{e_t\} \quad (1)$$

其中 $\{\bar{z}_t = [\bar{x}_t \ \bar{y}_t]^T\}$ 为由曲线 $f(x, y) = 0$ 本身决定的确定性函数; $\{w_t = [w_{xt} \ w_{yt}]^T\}$ 为数字化仪运动决定的随机性函数; $\{\bar{z}_t\}$ 和 $\{w_t\}$ 分别代表数字化仪沿光滑曲线 $f(x, y) = 0$ 所作的趋势性运动和随机性运动, $\{e_t = [e_{xt} \ e_{yt}]^T\}$ 为随机误差序列。 $f(x, y) = 0$ 为多值函数曲线, 通常表示为^[4]:

$$\bar{x}_t = g(t), \quad \bar{y}_t = h(t) \quad (2)$$

其中 t 可视为时间参数。由于 $f(x, y) = 0$ 为连续光滑曲线函数, 根据数值逼近理论, 任一连续函数都可用一个多项式函数以任意精度逼近。因此, 在数字制图理论中, 参数方程 $g(t)$ 和 $h(t)$ 的具体形式均为 m 阶多项式函数^[4]:

$$\bar{x}_t = \sum_{k=0}^m a_k t^k, \quad \bar{y}_t = \sum_{k=0}^m b_k t^k \quad (3)$$

其中 $a_k, b_k (k = 0, 1, 2, \dots, m)$ 为多项式系数。由于地图跟踪数字化速度不可能很高, 因此可将 $\{w_t\}$ 看作二维零均值平稳随机序列, 由时间序列分析中的二维自回归模型 $AR_2(p)$ 逼近^[5]。

显然, 在数字化条件相同时, 数字化数据 $\{z_t\}$ 是一等精度随机观测序列。由于数字化仪沿光滑曲线运动, 观测量的数学期望各不相同, 因而 $z_t \sim (\mu, \Gamma)$ 。为了估计观测序列的方差阵 Γ , 需要首先利用一个高通数字滤波器将观测序列中的低频部分滤去, 使过滤后的观测值基本上具有随机误差的性质。这一任务可由观测序列的差分实现。

2 算子工具的定义和性质

定义 1 $\nabla z_t = z_t - z_{t-1}$ 中的 ∇ 为一阶差分算子, m 阶差分算子 ∇^m 满足 $\nabla^m z_t = \nabla^{m-1}(\nabla z_t)$ 。

收稿日期: 1994-04-29。刘文宝, 男, 30 岁, 博士生, 现从事 GIS 基础理论研究。

* 测绘遥感信息工程国家重点实验室开放研究基金资助项目。

特别地, $\nabla^0 \equiv 1$ 。

定义2 $Bz_t = z_{t-1}$ 中的 B 为一次移位算子, m 次移位算子满足 $B^m z_t = B^{m-1}(Bz_t)$ 。特别地, $B^0 \equiv 1$ 。

定义3 $Iz_t = z_t$ 中的 I 为单位算子。显然, ∇^0 和 B^0 是特殊的单位算子。

性质1 ∇ 是线性算子, 运算时符合线性法则。

性质2 如果函数 $f(x)$ 为 m 阶多项式, 则 $\nabla^k f(x)$ 是 $m-k$ 阶多项式 ($0 \leq k \leq m$), 且 $\nabla^{m+k} f(x) = 0$ (k 为任意正整数)。

性质3 ∇ 、 B 和 I 间有关系 $\nabla = I - B$, 且 m 阶差分算子可表示为:

$$\nabla^m = (I - B)^m = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} C_m^k B^{m-k} \quad (4)$$

其中 $C_m^k = \frac{m!}{k!(m-k)!}$, 即从 m 中取 k 的组合数。

应当指出, 算子 ∇ 、 B 和 I 还有许多类似于微分算子的性质^[6], 这里不再赘述。

3 数字化误差估计

3.1 理论公式

对(1)式两端施加 $m+1$ 阶差分算子 ∇^{m+1} , 并顾及 $\nabla^{m+1} \bar{z}_t = 0$, 得:

$$\{\nabla^{m+1} z_t\} = \{\nabla^{m+1} w_t\} + \{\nabla^{m+1} e_t\} \quad (5)$$

由(1)、(5)式可知, $\{\nabla^{m+1} z_t\}$ 是一个二维零均值平稳随机序列。因此, 可由 p 阶二维自回归模型 $AR_2(p)$ 逼近,

$$\nabla^{m+1} z_t - \Phi_1 \nabla^{m+1} z_{t-1} - \dots - \Phi_p \nabla^{m+1} z_{t-p} = u_t \quad (6)$$

其中 $\Phi_i (i=1, 2, \dots, p)$ 为 2×2 阶系数矩阵, $\Phi_i \neq 0$, $\{u_t = [u_{1t} \ u_{2t}]^T\}$ 为二维零均值白噪声序列:

$$E(u_t) = 0, \quad E(u_t u_s^T) = \delta_{ts} Q \quad (7)$$

其中, E 为数学期望算子, δ_{ts} 为 Kronecker δ -函数, Q 为 2×2 阶正定阵, 且 $E(u_t u_{t-j}^T) = 0, j=1, 2, \dots$ 。记算子 B 的 2×2 阶矩阵多项式为:

$$\Phi(B) = I_2 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p \quad (8)$$

其中 I_2 为 2×2 阶单位阵, 则算子多项式 $\Phi(B)$ 反映了相近样本或相近噪声间的关系。利用算子 $\Phi(B)$ 可将模型(6)简记为:

$$\Phi(B) \nabla^{m+1} z_t = u_t \quad (9)$$

若算子多项式的行列式 $\det \Phi(B)$ 的全部零点均在单位圆外, 则模型(9)具有平稳性。将(5)式代入(9)式, 并记 $u'_t = \Phi(B) \nabla^{m+1} w_t$, 整理得:

$$\Phi(B) \nabla^{m+1} e_t = u_t - u'_t \quad (10)$$

对上式两端施加方差算子 var , 并记 $M = \text{var}(\nabla^{m+1} e_t), Q' = \text{var}(u'_t), \Phi_0 = I_2$, 则有:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i M \Phi_i^T = Q + Q' \quad (11)$$

利用(4)式, 可将 $\nabla^{m+1} e_t$ 表示为:

$$\nabla^{m+1} e_t = \sum_{k=0}^{m+1} (-1)^{m+1-k} C_{m+1}^k e_{t+k-(m+1)} \quad (12)$$

对上式两端施加方差算子 var , 可得:

$$M = E \left[\sum_{k=0}^{m+1} (C_{m+1}^k)^2 \right] \quad (13)$$

将(13)式代入(11)式,并记 $\lambda = [\sum_{i=0}^{m+1} (C_{m+1}^i)^2]$, 且利用矩阵拉直算子 vec 和 Kronecker-Zehfuss 积 \otimes 得:

$$\text{vec}\Gamma = \frac{1}{\lambda} \left[\sum_{i=0}^m (\Phi_i \otimes \Phi_i) \right]^{-1} (\text{vec}Q + \text{vec}Q') \quad (14)$$

其中, $\text{vec}\Gamma = [\sigma_x^2 \sigma_y \sigma_{xy} \sigma_y^2]^T$. 由于 Γ 、 Q 和 Q' 都是对称矩阵, 利用压缩拉直算子 vech 和压缩 Kronecker-Zehfuss 积 \otimes 后, 上式变为:

$$\text{vech}\Gamma = \frac{1}{\lambda} \left[\sum_{i=0}^m (\Phi_i \otimes \Phi_i) \right]^{-1} (\text{vech}Q + \text{vech}Q') \quad (15)$$

其中, $\text{vech}\Gamma = [\hat{\sigma}_x^2 \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_{xy}^2]^T$. 上式即为地图曲线数字化误差估计的理论公式.

3.2 估计公式

算子多项式(8)中的系数矩阵 $\Phi_i (i=1, 2, \dots, p)$ 可根据 Yule-Walker 方程^[5], 利用数字化数据求出, 而 Q 和 Q' 由下式估计:

$$\hat{Q} = \hat{R}_0 - \sum_{i,j=1}^p \hat{\Phi}_i \hat{R}_{i-j} \hat{\Phi}_j^T, \quad \hat{Q}' = \hat{R}'_0 - \sum_{i,j=1}^p \hat{\Phi}_i \hat{R}'_{i-j} \hat{\Phi}_j^T \quad (16)$$

$$\text{其中, } \hat{R}_k = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=m+2}^{n-k} \nabla^{m+1} z_i \nabla^{m+1} z_{i+k}^T, \quad \hat{R}'_k = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=m+2}^{n-k} \nabla^{m+1} w_i \nabla^{m+1} w_{i+k}^T \quad (17)$$

将 $\hat{\Phi}_i (i=1, 2, \dots, p)$ 、 \hat{Q} 和 \hat{Q}' 代入(15)式, 得:

$$\text{vech}\hat{\Gamma} = \frac{1}{\lambda} \left[\left(\sum_{i=0}^m \hat{\Phi}_i \otimes \hat{\Phi}_i \right) \right]^{-1} (\text{vech}\hat{Q} + \text{vech}\hat{Q}') \quad (18)$$

其中, $\text{vech}\hat{\Gamma} = [\hat{\sigma}_x^2 \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_{xy}^2]^T$. 上式即为地图曲线数字化误差的估计公式.

3.3 实用公式

由地图曲线的实际数字化过程可知, 随机观测序列 $\{x_i\}$ 和 $\{y_i\}$ 间一般是独立的, 因而可将 $\{z_i\}$ 分开考虑. 此时(1)式变为:

$$\{x_i\} = \{\bar{x}_i\} + \{w_{xi}\} + \{e_{xi}\}, \quad \{y_i\} = \{\bar{y}_i\} + \{w_{yi}\} + \{e_{yi}\} \quad (19)$$

算子多项式 $\Phi(B)$ 中的系数矩阵 $\hat{\Phi}_i (i=1, 2, \dots, p)$ 变为对角矩阵 $\text{diag}(\varphi_{i1}, \varphi_{i2})$, $\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = 0$, 从而(18)式退化为:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{\lambda} (1 + \hat{\varphi}_{x1}^2 + \hat{\varphi}_{x2}^2 + \dots + \hat{\varphi}_{xp}^2)^{-1} (\hat{\sigma}_{x0}^2 + \hat{\sigma}_{x1}^2) \quad (20a)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{\lambda} (1 + \hat{\varphi}_{y1}^2 + \hat{\varphi}_{y2}^2 + \dots + \hat{\varphi}_{yp}^2)^{-1} (\hat{\sigma}_{y0}^2 + \hat{\sigma}_{y1}^2) \quad (20b)$$

上式即为地图曲线数字化误差估计的实用公式. 相应地, (16)式退化为:

$$\hat{\sigma}_{x0}^2 = \hat{y}_{x0} - \sum_{j=1}^p \hat{\varphi}_{xj} \hat{y}_{xj}, \quad \hat{\sigma}_{y0}^2 = \hat{y}_{y0} - \sum_{j=1}^p \varphi_{yj} \hat{y}_{yj} \quad (21a)$$

$$\hat{\sigma}_{x1}^2 = \hat{y}_{x1} - \sum_{j=1}^p \hat{\varphi}_{xj} \hat{y}_{xj}, \quad \hat{\sigma}_{y1}^2 = \hat{y}_{y1} - \sum_{j=1}^p \varphi_{yj} \hat{y}_{yj} \quad (21b)$$

其中,

$$\hat{y}_{x_i} = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=m+2}^{n-k} \nabla^{m+1} x_i \nabla^{m+1} x_{i+k}, \quad \hat{y}_{y_i} = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=m+2}^{n-k} \nabla^{m+1} w_{yi} \nabla^{m+1} w_{y(i+k)} \quad (22a)$$

$$\hat{y}_{x_i} = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=m+2}^{n-k} \nabla^{m+1} y_i \nabla^{m+1} y_{i+k}, \quad \hat{y}_{y_i} = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=m+2}^{n-k} \nabla^{m+1} w_{yi} \nabla^{m+1} w_{y(i+k)} \quad (22b)$$

在实际计算时, 为了减少运算量, 算子多项式 $\Phi(B)$ 的系数矩阵 $\hat{\Phi}_i (i=1, 2, \dots, p)$ 及(16)、

(21)式均采用递推算法^[5]。

3.4 公式分析

当数字化过程中的随机性运动不存在或者可以忽略时,(20)式可简化为:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{\lambda} \hat{\sigma}_{x_0}^2, \quad \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{\lambda} \hat{\sigma}_{y_0}^2 \quad (23)$$

此时,由于

$$\hat{\sigma}_{x_0}^2 = \hat{y}_{x_0} = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=m+2}^n (\nabla^{m+1} x_i)^2, \quad \hat{\sigma}_{y_0}^2 = \hat{y}_{y_0} = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=m+2}^n (\nabla^{m+1} y_i)^2$$

因此有:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{\lambda(n-m-1)} \sum_{i=m+2}^n (\nabla^{m+1} x_i)^2, \quad \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{\lambda(n-m-1)} \sum_{i=m+2}^n (\nabla^{m+1} y_i)^2 \quad (24)$$

下面讨论曲线类型对数字化误差的影响:

①当(3)式中 $m=0$, 即数字化曲线 $f(x, y)=0$ 退化为一一点 (a_0, b_0) 时, (24)式简化为:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=2}^n (x_i - x_{i-1})^2, \quad \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=2}^n (y_i - y_{i-1})^2 \quad (25)$$

上式就是对同一点进行 n 次重复数字化的误差估计公式。

②当(3)式中 $m=1$, 即数字化曲线 $f(x, y)=0$ 退化为直线 $\frac{\bar{x}-a_0}{a_1} = \frac{\bar{y}-b_0}{b_1}$ 时, (24)式简化为:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{6(n-2)} \sum_{i=3}^n (x_i - 2x_{i-1} + x_{i-2})^2, \quad \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{6(n-2)} \sum_{i=3}^n (y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2})^2 \quad (26)$$

上式就是对一条直线进行跟踪数字化的误差估计公式。

③当(3)式中 $m=2$, 即数字化曲线 $f(x, y)=0$ 为二次曲线 $\bar{x}_i = \sum_{t=0}^2 a_t t^i, \bar{y}_i = \sum_{t=0}^2 b_t t^i$ 时, (24)式简化为:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{20(n-3)} \sum_{i=4}^n (x_i - 3x_{i-1} + 3x_{i-2} - x_{i-3})^2 \quad (27a)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{20(n-3)} \sum_{i=4}^n (y_i - 3y_{i-1} + 3y_{i-2} - y_{i-3})^2 \quad (27b)$$

上式就是对二次曲线进行跟踪数字化的误差估计公式。

应当指出,式(25)、(26)和(27)也可根据误差传播定律,利用方差估值的定义直接导出。这里以(25)式为例给出证明。利用随机观测序列 $\{x_i, i=1, 2, \dots, n\}$ 构造差分序列 $\{\nabla x_i = x_i - x_{i-1}, i=2, 3, \dots, n\}$ 。显然,差分序列即为真误差序列。利用方差估值的定义有, $\hat{\sigma}_{\nabla x}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n (x_i - x_{i-1})^2$, 而 $\hat{\sigma}_{\nabla x}^2 = \hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_{x_{i-1}}^2 = 2\hat{\sigma}_x^2 (i=2, 3, \dots, n)$, 故(25)式成立。同理可证其它诸式。另外,还可证明由(25)、(26)和(27)式估计的方差具有无偏性。仍以(25)式为例。由于只含偶然误差的一阶差分序列 $\{\nabla x_i = x_i - x_{i-1}\}$ 服从 $(0, \sqrt{2} \sigma_x)$ 正态分布, 故 $\frac{x_i - x_{i-1}}{\sqrt{2} \sigma_x} \sim N(0, 1)$, 因而 $E(\hat{\sigma}_x^2) = \frac{1}{2(n-1)}$

$E[\sum_{i=2}^n (x_i - x_{i-1})^2] = \sigma_x^2$, 即由式(25)估计的方差具有无偏性。其余各式也可类似地证明。

3.5 差分阶数的确定

只有利用最适当的差分阶数 $d=m+1$, 才能将观测序列中的趋势性部分滤去。因此,确定差分阶数是地图曲线数字化误差估计的关键。差分阶数 d 取决于曲线的类型(参数方程阶数 m), 而 m 在数量上一般不是很明确。曲线类型的信息由于已包含在随机观测序列中, 因而可以

通过考察原随机序列和经差分变换后新序列的自协方差函数来判定 $d^{[6]}$ 。

4 物理解释与计算流程

从信息论的角度看,误差估计所用的随机观测序列 $\{z_t\}$ 可视为地图曲线数字化系统的输出,系统的特性(如曲线类型)与系统工作状态的所有信息都蕴含在 $\{z_t, t=1, 2, \dots, n\}$ 这 n 个数据的取值大小及其先后顺序之中。从系统论的角度看, d 阶差分就是从系统中分离出了 d 个相同的一阶环节,它相当于一个高通数字滤波器,在很大程度上消除了观测值中的低频部分,使差分值基本上具有随机误差的性质。显然,只要有曲线的一批数字化数据就可进行误差估计。因此,(18)式不仅适用于跟踪数字化误差估计,而且可用于其它手段的地图曲线数字化误差估计。误差计算流程如图1,说明如下:

(1)已知地图连续光滑曲线的数字化数据序列 $\{z_t, t=1, 2, \dots, n\}$ 。

(2)对 $\{z_t\}$ 进行二项式差分 $(I-B)^d$,直至差分序列 $\{\nabla^d z_t\}$ 为平稳随机序列。在这一步中, d 的取值可从 $d=1$ 开始。例如,可首先考虑序列 $\{\nabla z_t\}$,对其进行平稳性检验。当不满足平稳性条件时,再依次考虑序列 $\{\nabla^2 z_t\}, \{\nabla^3 z_t\}, \dots$,直到 $\{\nabla^d z_t\}$ 满足平稳性条件。

(3)从 $p=0$ 开始逐步从低阶至高阶对 $\{\nabla^d z_t\}$ 拟合 $AR_2(p)$ 模型。采用最小AIC准则^[5],直至确定出最佳模型阶数,且残差序列 $\{u_t\}$ 为白噪声时,得到适用模型,同时获得模型参数估值 $\hat{\phi}_i (i=1, 2, \dots, p), \hat{Q}$ 和 \hat{Q}' 。

(4)最后,利用(18)或(20)式求得数字化误差 $\hat{\sigma}_z^2, \hat{\sigma}_y^2$ 和 $\hat{\sigma}_x^2$ 。

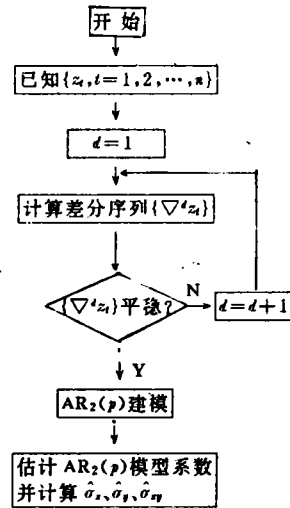


图1 计算流程

5 算例分析

5.1 模拟算例

为了说明数字化误差估计方法并分析误差估计中各种因素的影响,设计了3种模拟方案。所用数字化曲线的理论模型为:

$$x_t = 1 + t + t^2, \quad y_t = 1 + t + 2t^2 \quad (t = 1, 2, \dots, 100) \quad (28a)$$

$$x_t = 1 + t + t^2 + t^3, \quad y_t = 1 + t + 2t^2 + 3t^3 \quad (t = 1, 2, \dots, 100) \quad (28b)$$

$$x_t = 1 + t + t^2 + t^3 + t^4, \quad y_t = 1 + t + 2t^2 + 3t^3 + 4t^4 \quad (t = 1, 2, \dots, 100) \quad (28c)$$

而数字化仪沿曲线所作的随机性运动由下列 p 阶二维自回归理论模型模拟:

$$p = 0, \text{即不存在随机性运动} \quad (29a)$$

$$\nabla^d z_t - \Phi_1 \nabla^d z_{t-1} = u_t \quad (29b)$$

$$\nabla^d z_t - \Phi_1 \nabla^d z_{t-1} - \Phi_2 \nabla^d z_{t-2} = u_t \quad (29c)$$

$$\nabla^d z_t - \Phi_1 \nabla^d z_{t-1} - \Phi_2 \nabla^d z_{t-2} - \Phi_3 \nabla^d z_{t-3} = u_t \quad (29d)$$

其中 $\Phi_1 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}, \Phi_2 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}, \Phi_3 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 \\ 0.4 & 0.5 \end{pmatrix}$, $\{u_t\}$ 为零均值正态白噪声序列,方

差为 $0.1I_2$ (I_2 为二阶单位阵)。

5.1.1 方案 I

对数字化曲线(28a)与随机性运动(29b)构成的组合模型的 100 个模拟数据, 取 $d=2, 3, 4$ 及 $p=0, 1, 2$ 分别进行误差估计, 则 $d=3, p=1$ 时为正确估计, 其它组合时含有模型误差。计算结果列于表 1。

表 1 模型误差对数字化误差估计的影响

类 别	理论值		计算值								
	d		2		3		4				
	p		1	2	0	1	2	0	1	2	
均方差	$\hat{\sigma}_x$	0.120	0.332	0.173	0.130	0.101	0.122	0.157	0.131	0.182	0.323
/mm	$\hat{\sigma}_y$	0.120	0.329	0.178	0.127	0.098	0.123	0.160	0.129	0.185	0.320
拟合度			0.9962	0.9990	0.9994	0.9990	0.9998	0.9990	0.9992	0.9987	0.9954

分析表 1 可得以下初步结论:

- (1) 当差分阶数 d 与自回归模型阶数 p 均为真时, 即 $d=3, p=1$, 误差估计结果与理论值基本一致。
- (2) 当差分阶数 d 或自回归模型阶数 p 存在误差时, 对误差估计结果有一定影响, 但影响的敏感性不同, 且两者的综合影响似有抵偿性。
- (3) 由于文中所用的模型定阶准则属成熟的数学理论^[6], 能可靠地确定模型的阶数, 因而误差估计的结果是可靠的。

5.1.2 方案 II

对数字化曲线(28a)与随机性运动(29)的 4 种组合模型的 100 个模拟数据, 取 $d=3$ 及 $p=0, 1, 2, 3$ 分别进行误差估计, 以便考察估计结果随随机性运动增强的变化规律。计算结果列于表 2。

从表 2 中可见, 随着随机性运动的增强, 误差估值呈增大趋势。这一结论的合理性是不言而喻的, 因为

表 2 随机性运动与曲线类型对误差估计的影响

模型	d	3				p	1			
	p	0	1	2	3	d	3	4	5	
	均方差	$\hat{\sigma}_x$	0.119	0.123	0.130	0.135	$\hat{\sigma}_x$	0.122	0.120	0.125
/mm	$\hat{\sigma}_y$	0.120	0.122	0.132	0.139	$\hat{\sigma}_y$	0.123	0.124	0.121	
拟合度			0.9996	0.9997	0.9996	0.9998		0.9998	0.9996	0.9997

随机性运动主要是由随机压线误差导致的。当随机压线误差增大时, 数字化误差也会增大。

5.1.3 方案 III

对数字化曲线(28a)、(28b)、(28c)与(29b)的 3 种组合模型的 100 个模拟数据, 取 $d=3, 4, 5$ 及 $p=1$ 分别进行误差估计, 以便考察估计结果随曲线类型复杂性增强的变化规律。计算结果列于表 2。从表 2 中可见, 误差估计结果受曲线类型复杂性的影响较小。

5.2 实际算例

利用 Calcomp 9100 数字化仪在 1:1 万聚酯薄膜原图上分别跟踪数字化了一个圆、一条扁椭圆形等高线和一段海岸线, 各得 $65 \times 2, 87 \times 2, 183 \times 2$ 个实测数据。数字化速度采用正常和快速两种。计算结果列于表 3。

从表 3 中可见, 曲线类型及数字化速度对误差估计结果均有影响。这似乎与 5.1.3 的结论矛盾, 但可以解释为采用不同速度数字化不同曲线时, 控制随机压线误差的难易程度不同, 导

致随机性运动不一致,引起误差估计产生差异。

表3 数字化速度对误差估计的影响

类型	曲线1(圆)		曲线2(等高线)		曲线3(海岸线)	
	正常	快速	正常	快速	正常	快速
阶数 d	3	3	3	3	3	3
阶数 p	1	2	1	2	0	1
均方差 $\hat{\sigma}_x$	0.140	0.164	0.132	0.153	0.124	0.146
/mm $\hat{\sigma}_y$	0.143	0.168	0.131	0.156	0.121	0.149
拟合度	0.9996	0.9997	0.9996	0.9995	0.9997	0.9996

注:Calcomp9100 基本技术参数;幅面 36in×48in,分辨率 0.001in,标称精度 0.010±0.0005in,

最大位置误差≤0.020in。

通过以上计算可以看出,利用实用公式(20)估算数字化误差,在方法是可行的,其结果是可靠的。

参 考 文 献

- 1 Goodchild M F. Development and Test of An Error Model for Cartogorical Data. Int. J. of Geographical Information Systems, 1992, 6(2): 87~104
- 2 Burrough P A. Principles of Geographical Information Systems for Land Resources Assessment. Oxford: Clarendon Press, 1986. 103~135
- 3 Goodchild M, Gopal S. The Accaracy of Spatial Databases Preface. London: Taylor and Francis, 1989. 55~67
- 4 徐庆荣, 杜道生, 黄伟, 等. 计算机地图制图原理. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1993.
- 5 安鸿志. 时间序列的分析与应用. 北京: 科学出版社, 1983.
- 6 Jordan C. Calculus of Finite Difference. New York: Chelsea, 1947.
- 7 Dunn R. Positional Accuracy and Measurement Error in Digital Databases of Land Use; An Empirical Study. Int. J. of Geographical Information Systems, 1990, 4(4): 385~398
- 8 Thapa K, Bossler J. Accuracy of Spatial Data Used in Geographic Information Systems. PE&RS, 1992, 58(6): 835~841
- 9 Peng G. Boundary Uncertainties in Digitized Maps I; Som Possible Determination Methods. In: GIS/LIS' 92 Annual Conference and Exposition. Wuhan: WTUSM Press, 1992. 274~281
- 10 Burrough P A. Multiple Sources of Spatial Variation and How to Deal with Them. Auto-Carto, 1987(8): 145~154

Estimation of Digitizing Errors along Curves in a Cartographic Map

Liu Wenbao Huang Youcai

(Institute of Earth Science and Survey Engineering, WTUSM, Luoyu Road 39, Wuhan, China, 430070)

Abstract The mathematical formulas for the estimation of digitizing errors along curves in a cartographic map have been derived by means of the difference operator and time-sequential analysis. Numerical examples presented in the paper show how to use the formulas to estimate the digitizing errors after having a set of digitizing data for curves.

Key words cartographic curves; digitizing; difference; time series; error