

抗 SA 影响的卡尔曼滤波技术

邵建平 沈鹤鸣 宋光普

(大连舰艇学院,航海系,大连市黑石礁,116013)

摘要 运用现代时间序列分析方法对 SA 定位误差模型进行建模研究,并由此提出抗 SA 影响的卡尔曼滤波模型。

关键词 全球定位系统;误差;ARMA 模型;卡尔曼滤波

分类号 P228

1 SA 影响下的定位误差分析

GPS 定位误差包括星钟误差、星历误差、电离层延迟、对流层延迟、多路径效应、接收机噪声和量化误差等自然误差及 SA 误差。其中,SA 误差在定位误差中占主导地位^[1-3]。

从实现 SA 的两项技术出发,可从 3 个方面来理解 SA 技术机理:

(1)直观分析。一方面,卫星钟基频抖动使得卫星钟时标(子帧同步头)也会有微小的抖动;同时,伪码码率和载频也都有抖动。另一方面,星历数据偏差最终会使卫星位置坐标产生偏差。这两种影响共同使位置和速度解产生较大的误差。

(2)测量过程。典型的导航型 C/A 码单频 GPS 导航仪所测伪距和伪距变化率的测量精度 σ_r 、 σ_r^0 分别表示为:

$$\sigma_r = \left[\frac{B_D}{2C/N_0} \left(1 + \frac{2B_{IF}}{C/N_0} \right) \right]^{1/2} \cdot t_0 c, \quad \sigma_r^0 = \left(\frac{B_L}{C/N_0} \right)^{1/2} \cdot \frac{\lambda}{2\pi T} \quad (1)$$

式(1)清楚地表明,由卫星钟基频抖动引起的子帧同步头抖动、码片宽度 t_0 和载波波长 λ 的变动将直接使伪距和距变率产生误差。

(3)定位计算原理。由 GPS 接收机的定位计算原理知,用户位置和速度解取决于几何矩阵以及伪距和距变率量测矩阵,而以上各矩阵分别与卫星位置坐标及钟差、钟差变化率有关。SA 实质上是引起星钟误差和星历误差的原因,所以会使导航仪位置和速度解产生误差。

我们根据 1992 年 10 月份的定点观测数据,对 SA 下的定位误差进行了定性分析。从误差曲线看,SA 下的定位误差变化呈随机周期性(约 5~7min)和随机趋势性。给定 N 个位置误差观测数据 $X_t(t=1, 2, \dots, N)$,则可计算误差序列样本自相关函数 ρ_k :

$$\rho_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (X_t - X_M)(X_{t+k} - X_M) / \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (X_t - X_M)^2 \quad (2)$$

其中,

$$X_M = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X_t \quad (k < N) \quad (3)$$

求得 ρ_k 之后,相应的偏自相关函数 $\varphi_{k,k}$ 可由如下的 Ylue-Walker 方程递推解形式求得:

$$\varphi_{11} = \rho_1 \quad (4a)$$

$$\varphi_{k+1,k+1} = [\rho_{k+1} - \sum_{j=1}^k \rho_{k+1-j} \cdot \varphi_{k,j}] / [1 - \sum_{j=1}^k \rho_j \cdot \rho_{kj}] \quad (4b)$$

$$\varphi_{k+1,j} = \varphi_{kj} - \varphi_{k+1,t+1} \cdot \varphi_{k,t+1-j} \tag{4c}$$

图 1 给出了一组样本长度为 400、采样间隔为 5s 的纬度误差自相关函数及偏自相关函数图。上图表明,自相关函数缓慢衰减且呈周期振荡特性,故可判定误差序列具有非平稳特性;下图则表明偏自相关函数是拖尾的,即有 $\lim \varphi_{k,t} = 0$,故可确定纬度误差为 ARMA 序列。分析经度误差也可得出相同的结论。以上分析说明,SA 影响下的 GPS 定位误差(或说 SA 误差)特性表现为非平稳随机过程,误差变化规律可用非平稳 ARMA 模型描述。

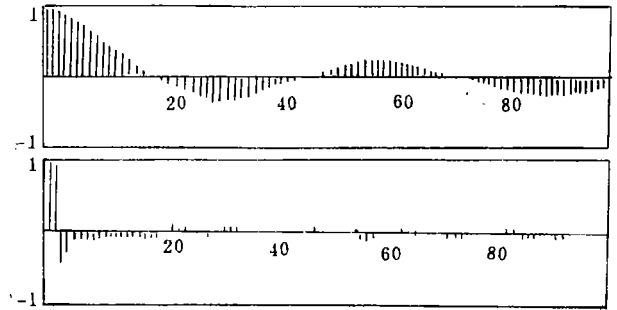


图 1 纬度误差自相关函数与偏自相关函数图

2 SA 误差模型辨识

2.1 模型阶的辨识

既然定位误差可用 ARMA 模型描述,那么误差建模可归结为如下 ARMA(n, m)模型

$$X(k) = a_1x(k-1) + \dots + a_nx(k-n) + e(k) + c_1e(k-1) + \dots + c_me(k-m) \tag{5}$$

的阶 n 、子阶 m 及模型参数 a_i, c_i 的辨识。考虑到定位误差的非平稳性,我们采用基于现代时间序列分析的、改进和推广的 ARMA(n, m)建模方法^[4]。根据实际观测数据,利用二段 RELS 法进行参数估计, F 检验判决器用于确定模型的阶、子阶,且辨识节省参数模型。部分辨识结果如表 1 所示。辨识结果表明,模型的阶和子阶都不超过 3 阶,用 ARMA(3,3)模型来描述定位误差是合适的。

表 1 经纬度 SA 误差辨识结果

误差序列	数据日期	采样间隔/s	模型结构	模型参数		
	起始时间	样本长度/个	ARMA(n, m)			
纬度误差	10/03/92	5	ARMA(3,3)	0.96	0.60	-0.57
	09,27,14	200		0.18	-0.50	0.26
经度误差	10/03/92	5	ARMA(2,2)	1.81	-0.81	
	09,27,14	300		-0.40	0.074	
纬度误差	10/22/92	10	ARMA(3,3)	0.95	0.84	-0.80
	02,59,25	400		0.40	-0.42	-0.16
经度误差	10/22/92	10	ARMA(2,2)	1.83	-0.84	
	02,59,25	400		-0.46	-0.17	

2.2 模型参数的自适应辨识

由于模型参数的时变性,用上述方法辨识得到的模型还不能直接应用。对于模型的时变参数,应寻求自适应的方法来辨识。通过对模型阶的辨识过程和辨识结果的分析,我们假设模型参数向量服从带未知噪声统计的随机游动模型:

$$\theta(k+1) = \theta(k) + W(k) \tag{6}$$

将差分方程形式的 SA 误差 ARMA 模型(5)式写成状态方程形式有:

$$X(k) = h(k)\theta(k) + e^*(k) \tag{7}$$

其中,

$$E[W(k)] = q(k), E[W(k)W^T(k)] = Q(k)$$

$$E[e^*(k)] = \tau(k), E[e^*(k)e^{*\top}(k)] = Q(k)$$

对于(6)、(7)二式,可推出关于模型参数向量 θ 的自适应滤波辨识算法:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k+1, k) + K(k+1)\hat{\varepsilon}(k+1) \quad (8)$$

$$\hat{\theta}(k+1, k) = \hat{\theta}(k) + \hat{q}(k) \quad (9)$$

$$\hat{\varepsilon}(k+1) = X(k+1) - h(k+1)\hat{\theta}(k+1, k) - \hat{r}(k) \quad (10)$$

$$K(k+1) = P(k+1, k)h^\top(k+1)[h(k+1)P(k+1, k)h^\top(k+1) + \hat{R}(k)]^{-1} \quad (11)$$

$$P(k+1, k) = P(k, k) + \hat{Q}(k) \quad (12)$$

$$P(k+1) = [I - K(k+1)h(k+1)]P(k+1, k) \quad (13)$$

$$\hat{q}(k+1) = [1 - d(k)]\hat{q}(k) + d(k)[\hat{\theta}(k+1) - \hat{\theta}(k)] \quad (14)$$

$$\hat{Q}(k+1) = [1 - d(k)]\hat{Q}(k) + d(k)[K(k+1)\hat{\varepsilon}^2(k+1)K^\top(k+1) + P(k+1) - P(k)] \quad (15)$$

$$\hat{r}(k+1) = [1 - d(k)]\hat{r}(k) + d(k)[X(k+1) - h(k+1)\hat{\theta}(k+1, k)] \quad (16)$$

$$\hat{R}(k+1) = [1 - d(k)]\hat{R}(k) + d(k)[\hat{\varepsilon}^2(k+1) - h(k+1)P(k+1, k)h^\top(k+1)] \quad (17)$$

其中, $d(k) = (1-\lambda)/(1-\lambda^{k+1}), 0 < \lambda < 1, \lambda$ 是遗忘因子。

2.3 模型的预报检验

本文采用了自校正预报方法^[5],根据已有的误差观测值序列对未来某一时刻的误差值进行预报计算。图 2 给出了纬度误差的一步预报结果。曲线 A 是误差原始观测值曲线, B 是误差一步预报值曲线, C 是预报值与原始值之差即预报误差曲线。该图表明,预报精度很高。这一方面说明所采用的预报方法是有效的,另一方面也验证了所提出的模型参数的自适应辨识算法以及辨识得到的 SA 定位误差模型是正确的。

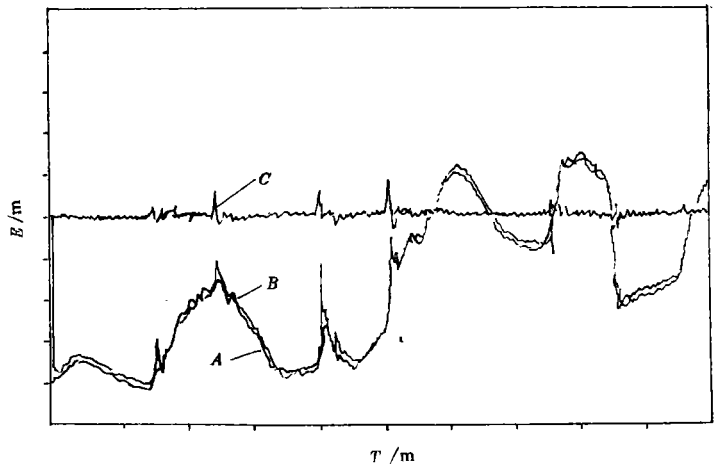


图 2 定位误差预报曲线

3 抗 SA 影响的 KF 方法

GPS 导航仪通过测量用户到卫星的伪距和距变率来解算位置和速度,解算过程通常由基于 KF 技术的机内导航滤波器完成。由于用户系统的动态过程及导航仪的观测误差统计都难以精确描述,所以导航仪输出位置中仍含有一定的系统噪声和观测误差滤波残差。在 SA 影响下,SA 误差大部分传递到导航仪输出位置和速度中,使得滤波后的观测误差残差大大增加。因此,将导航仪输出位置解作为观测值,对导航仪的解再次进行滤波处理是有可能减少 SA 影响,从而提高定位精度的。

3.1 抗 SA 影响的 KF 模型

为简明起见,本文研究均以一维位置向量为例,对于三维位置向量可组合成多通道滤波器。设一维位置状态向量为 $X = [x, \dot{x}, \ddot{x}]^\top$;又以导航仪输出位置分量 x 为观测值 Y ,采用“当

前”加速度模型^[7],则有离散化的动态方程和观测方程为:

$$X(k+1) = \Phi X(k) + U\bar{a} + W(k), \quad Y(k) = HX(k) + S(k) + V(k) \quad (18)$$

式中,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & (\beta T + e^{-\beta T} - 1)/\beta^2 \\ 0 & 1 & (1 - e^{-\beta T})/\beta \\ 0 & 0 & e^{-\beta T} \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} [\beta T^2/2 + (1 - e^{-\beta T})/\beta - T]/\beta \\ T - (1 - e^{-\beta T})/\beta \\ 1 - e^{-\beta T} \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

$W(k)$ 、 $V(k)$ 分别是系统动态噪声和导航滤波器量测残差,且已知 $E[W(k)] = 0$, $E[V(k)] = 0$, $E[W(k), W^T(k)] = Q(k)$, $R = E[V(k), V^T(k)] = \sigma^2$; \bar{a} 为“当前”加速度均值,且可取 $\bar{a} = \ddot{x}(k, k-1)$; $S(k)$ 是有色噪声——SA 误差,且 $S(k)$ 服从 ARMA(3,3)模型:

$$S(k) = a_1 S(k-1) + a_2 S(k-2) + a_3 S(k-3) + e(k) + c_1 e(k-1) + c_2 e(k-2) + c_3 e(k-3) \quad (19)$$

抗SA的KF问题可表述为:在动态方程、观测方程(18)已知,观测有色噪声——SA 误差模型(19)的阶已知而参数未知的条件下,以导航仪输出位置为观测值,求位置状态的最优或次优滤波值。

3.2 KF 算法 I ——自适应滤波

将SA 误差模型转换成状态空间模型^[4],并结合动态方程和观测值方程,推出一套二段互耦的关于位置状态的自适应滤波算法:

$$\hat{X}(k, k-1) = \Phi \hat{X}(k-1, k-1) \quad (20)$$

$$\hat{X}(k, k) = \hat{X}(k, k-1) + K_z [Y(k) - H\hat{X}(k, k-1) - L\hat{M}(k, k-1)] \quad (21)$$

$$\hat{M}(k, k-1) = \Psi \hat{M}(k-1, k-1) \quad (22)$$

$$\hat{M}(k, k) = \hat{M}(k, k-1) + K_m [Y(k) - H\hat{X}(k, k-1) - L\hat{M}(k, k-1)] \quad (23)$$

$$K_z = (P_z^- H^T + P_{zm}^- L^T) (HP_z^- H^T + LP_{zm}^- H^T + HP_{zm}^- L^T + LP_m^- L^T + R)^{-1} \quad (24)$$

$$K_m = (P_m^- L^T + P_{zm}^- H^T) (HP_z^- H^T + LP_{zm}^- H^T + HP_{zm}^- L^T + LP_m^- L^T + R)^{-1} \quad (25)$$

$$P_z^- = \Phi P_z(k-1) \Phi^T + Q_z \quad (26)$$

$$P_m^- = \Psi P_m(k-1) \Psi^T + F Q_m F^T \quad (27)$$

$$P_{zm}^- = \Phi P_{zm}(k-1) \Psi^T \quad (28)$$

$$P_{zm} = (I - K_m H) P_z^- - K_z L P_{zm}^- \quad (29)$$

$$P_m = (I - K_m L) P_m^- - K_m H P_{zm}^- \quad (30)$$

$$P_z = (I - K_z H) P_{zm}^- - K_z L P_m^- \quad (31)$$

式中,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

该算法分两步进行:第一步,先根据模型参数的自适应辨识算法估计SA 误差模型参数 a_i 、 c_i ,并用它们构造状态矩阵 $\Psi(k)$ 、 $L(k)$ 。第二步,利用 $\Psi(k)$ 、 $L(k)$ 和输入的观测值 $Y(k+1)$ 计算状态估值 $X(k+1)$ 。以上两步反复递推,便可实现位置的连续滤波估计。

3.3 KF 算法 I ——自校正滤波

由观测方程构造一个SA 误差 $S(k)$ 的观测过程:

$$Y(k+1) - \hat{Y}(k+1, k) = Z(k+1) = S(k+1) + e(k+1) \quad (32)$$

根据观测过程 $Z(k+1)$ 及SA 误差 ARMA 模型 $S(k)$,可以推出 $S(k+1)$ 的自校正滤波估值为:

$$\hat{S}(k+1) = Z(k+1) - (\hat{d}_3/\hat{a}_3)\hat{e}(k+1) \tag{33}$$

由 $\hat{S}(k+1)$ 又可算得次优 $\hat{e}(k)$, 再将次优 $\hat{e}(k)$ 代入位置状态滤波器, 就可得到位置的次优滤波估值为:

$$\hat{X}(k+1) = \hat{X}(k+1, k) + K(k+1)\hat{e}(k+1) \tag{34}$$

该算法也分两步进行: 首先构造观测过程 $Z(k)$, 并辨识 SA 误差模型参数 \hat{d}_3, \hat{a}_3 及残差 $\hat{e}(k)$, 然后计算位置滤波值 $\hat{X}(k)$ 。反复进行, 就可实现对位置状态的自校正滤波。

4 计算结果

根据定点实测数据, 我们利用算法 I 进行了静态实际计算。滤波曲线如图 3 所示。从该图看出, 在滤波初始阶段, 滤波器能跟踪 SA 误差变化; 经过一段时间(约 18min)后, 滤波器才趋

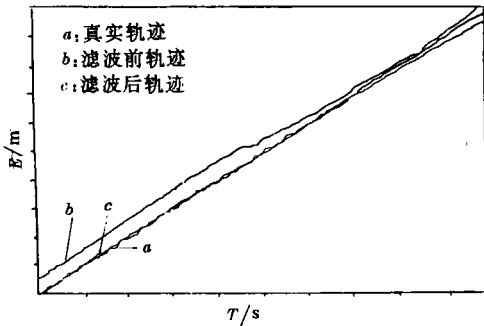


图 3 自适应滤波曲线

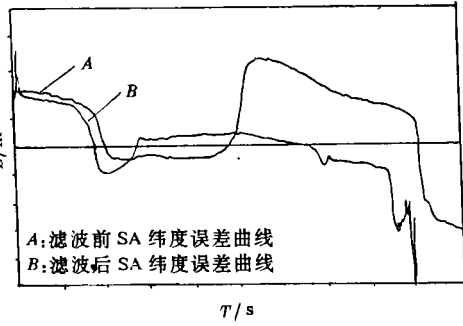


图 4 自校正滤波仿真计算曲线

于发散。这说明, 该算法对减少 SA 误差有初步的效果。

对自校正算法进行了仿真计算。仿真设用户作匀速直线运动, 附加零均值高斯白噪声加速度; 观测误差由静态测量获得的 SA 位置误差加入。图 4 是计算结果。结果表明, 自校正算法能很好地抑制 SA 误差, 且收敛较快。

参 考 文 献

- 1 言 中, 丁子明. 卫星无线电导航. 北京: 国防工业出版社, 1989.
- 2 Talbot N C. Selective Availability Influences on Static Differential GPS Surveying. CISM Journal ACSGC, 1990(2)
- 3 Braasch M S. A Signal Model for GPS. Navigation, 1990(4)
- 4 邓自立, 郭一新. 现代时间序列分析及其应用. 北京: 知识出版社, 1989.
- 5 蔡季冰. 系统辨识. 北京: 北京理工大学出版社, 1989.
- 6 朱向阳, 万德钧, 黄 仁. 一种用于 ARMA 模型参数估计的自适应 Kalman 滤波器. 控制与决策, 1991(1)
- 7 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪. 北京: 国防工业出版社, 1991.
- 8 吴广华. 综合单频 C/A 码 GPS 接收机测量值的次优滤波算法. 中国航海, 1992(1)
- 9 Denaro R P. GPS Navigation Processing and Kalman Filtering. The NAVSTA GPS System. AGARD Lecture Series, 1988(9)

The Kalman Filtering to Counteract SA

Shao Jianping Shen Heming Song Guangpu

(Dept. of Navigation, Dalian Institute of Naval Vessels, Heishijiao, Dalian, China, 116013)

Abstract This paper identifies SA error model by virtue of modern time series analysis theory, which results in the KF model for anti-SA. Based on it, two KF algorithms are given.

Key words GPS; error; ARMA model; Kalman filtering

=====

(上接 281 页)

等地的规划任务;进行了遥感和 GIS 在资源调查和环境监测中的应用研究,利用 Spacelab 和 TM 图像完成了西藏班固地区的草场资源调查,完成了湖北鄂西利川市的草资源调查和畜牧业发展规划,为湖北省防洪制作了长江流域卫星影像图,参加了三北防护林遥感调查和黄土高原信息系统研究等七五攻关项目;研制了一整套近景摄影测量的应用软件,建立了室内高精度控制试验场,并承接各种摄影机的检定,仅用地面摄影测量方法对鄂西磷矿区危崖产状的测定一项就为国家创造产值数千万元。

近两年来,他们还积极开拓地理信息系统在四化建设中的应用,承接了海口、深圳大亚湾开发区、北海和浙江沿海地区的城市地理信息系统的大型工程,产生了十分显著的社会和经济效益。

1987 年以来,该专业完成了 38 项重大科研项目,其中国家级项目 15 项,部委级项目 22 项。获国家级奖 4 项,省部级奖 20 项,获专利 1 项。大批科研成果达到世界先进水平,部分软件销往国外。

本专业同时还积极同国外相关专业进行合作与交流。本专业先后承担了国际摄影测量

与遥感学会第 III 和第 VI 专业委员会的领导工作。目前已与德国汉诺威大学、瑞士苏黎世联邦理工大学、澳大利亚昆士兰技术大学、新南威尔士大学、加拿大新不伦瑞克大学、荷兰航天测量与地球学院以及美国新墨西哥大学等签定了合作协定。1987 年以来,他们主办了 5 次国际学术会议,15 次国内学术会议,18 人次出国参加国际会议,7 人次出国讲学,先后选派了 30 多人去荷兰、瑞士、法国、加拿大、瑞典、奥地利、意大利、丹麦、俄罗斯、香港等国家和地区学习、进修,攻读博士和博士后。与此同时,也陆续接待了来自美、德、英、法、加拿大、荷兰、芬兰、奥地利、比利时、瑞典、澳大利亚、波兰、原苏联、日本、印度、巴基斯坦等国代表团和国际摄影测量与遥感界的知名学者。1988 年以来,每年接收 3~5 名由联合国亚太经社会和太空委派来的外国留学生。

武汉测绘科技大学摄影测量与遥感专业无论是研究范围、实验条件,还是办学规模,均达到了世界一流水平,在国际上有着重要影响,培养的人才已成为国内外同学科的骨干。