

根据等高线建立数字高程模型*

邱卫宁

(武汉测绘科技大学, 地球科学与测量工程学院, 武汉市珞喻路 39 号, 430070)

摘要 提出一种基于等高线建立规则格网数字高程模型的方法。该方法考虑了原等高线的数值特征和几何特征,因而具有较好的稳定性和可靠性。还提出了对于所建立的数字高程模型可信性的两种验证手段:解析曲面比较和等高线还原对比。

关键词 等高线;规则格网;数字高程模型;可信性检验

分类号 P283;TP391

1 格网数字高程模型的建立

本方法的基本过程是:根据格网点(待插点)的平面坐标和等高线上的数字化点的数据计算格网点的高程值,将此数值作为近似高程。由近似高程判断待插点和等高线的关系,找出内插格网点高程值的最佳拟合曲面。最后重新计算待插点高程。

1.1 建立待插点的取值邻域

待插点的取值邻域由格网化区域内的最大等高平距来确定,其目的是使待插点在有等高线的地区,其邻域内至少有 2 条等高线通过,并提高等高线的查找速度和计算速度。

1.2 待插点近似高程的计算

根据邻域尺寸,对等高线上的数据以它们到待插点的距离进行判断。根据落在该邻域内的数据,用二次抛物面拟合曲面插值来计算待插点的近似高程。曲面的方程为:

$$Z(x, y) = \sum_{k=0}^2 \sum_{i=0}^k a_{ki} x^k y^i \quad (1)$$

曲面系数的个数为 6。设邻域内的观测值个数为 N ,当 $N > 6$ (N 不应超过 10) 时,用最小二乘法确定系数 a_{ki} ;当 $N < 6$ 时,去掉 xy 项;数据点为 3 时,用三角形法计算近似高程。

1.3 确定待插点在等高线中的位置

根据落在待插点邻域内的观测值的高程信息,将所有通过该邻域的等高线找出,形成新的局部等高线信息(编者按:当同高的等高线有多段时,采用数据库开窗技术,将大大加快所需等高线线段的检索)。由待插点的近似高程,可初步断定待插点位于哪 2 条等高线之间。例如,设已求出待插点 A 的近似高程 H_A ,则可认为 A 位于高于 H_A 和低于 H_A 的 2 条等高线(高程分别为 H_1 和 $H_1 - h$, h 为等高距) R_1 和 R_2 之间。

设 P_1, P_2, \dots, P_n 是等高线 R_1 上的一组离散点(见图 1)。用张力样条函数将这组离散点连接起来,即形成等高曲线。等高线可用参数方程表示为^[2]:

收稿日期:1993—12—09。邱卫宁,女,38岁,讲师,现从事大比例尺机助制图的研究。

* 国家“八五”重点科技攻关资助项目。

$$\left. \begin{aligned}
 x(s) &= \frac{x''(s_i)}{\sigma^2} \cdot \frac{\sinh(\sigma(s_{i+1} - s))}{\sinh(\sigma h_i)} + \frac{x''(s_{i+1})}{\sigma^2} \cdot \frac{\sinh(\sigma(s - s_i))}{\sinh(\sigma h_i)} \\
 &+ \left[x_i - \frac{x''(s_i)}{\sigma^2} \right] \frac{s_{i+1} - s_i}{h_i} + \left[x_{i+1} - \frac{x''(s_{i+1})}{\sigma^2} \right] \frac{s - s_i}{h_i} \\
 y(s) &= \frac{y''(s_i)}{\sigma^2} \cdot \frac{\sinh(\sigma(s_{i+1} - s))}{\sinh(\sigma h_i)} + \frac{y''(s_{i+1})}{\sigma^2} \cdot \frac{\sinh(\sigma(s - s_i))}{\sinh(\sigma h_i)} \\
 &+ \left[y_i - \frac{y''(s_i)}{\sigma^2} \right] \frac{s_{i+1} - s_i}{h_i} + \left[y_{i+1} - \frac{y''(s_{i+1})}{\sigma^2} \right] \frac{s - s_i}{h_i}
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

由待插点 A 向 P₁、P₂、…、P_n 各点之间所连接的弦线作垂线，设垂线交点为 K，K 位于 P₃ 和 P₄ 之间，交点坐标为 x_K、y_K。将

$$\begin{aligned}
 s_i &= s_3 = s_2 + [(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2]^{\frac{1}{2}} \\
 s_{i+1} &= s_4 = s_3 + [(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2]^{\frac{1}{2}} \\
 s &= s_3 + [(x_k - x_3)^2 + (y_k - y_3)^2]^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

代入公式(2)，可求出 K 在等高线 R₁ 上的相应位置 K₀。根据 K₀ 的坐标(x_{K₀}, y_{K₀})和待插点 A 的坐标(x_A, y_A)，由直线方程

$$y - y_A = \frac{y_{K_0} - y_A}{x_{K_0} - x_A} (x - x_A)$$

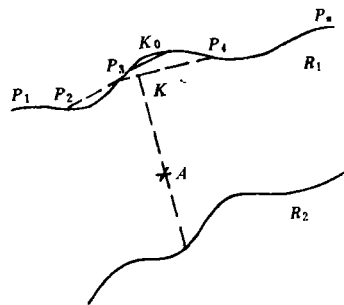


图 1

向邻域内高程为 H₁、H₁+h、H₁-h、H₁-2h 的等高线作交点。如果有交点，则求出交点在等高曲线上的坐标值；如果没有交点，则设置一个很大的常数；如果某一高程的等高线不止一条，且都有交点，则找出离待插点最近的一个。把这些坐标值放入一个数组里，将待插点 A 到 K₀ 之间的距离与数组里的坐标值逐一进行比较，找出一个在满足条件

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{(x_{K_0} - x_i)^2 + (y_{K_0} - y_i)^2} - [\sqrt{(x_{K_0} - x_A)^2 + (y_{K_0} - y_A)^2} \\
 &+ \sqrt{(x_A - x_i)^2 + (y_A - y_i)^2}] < \Delta s
 \end{aligned}$$

下(Δs 为一限差值，可取 0.01m~0.1m)距离最短的一条等高线，记为 R₂。

当 R₂ 的高程为 H₁-h 时，可断定待插点位于高程为 H₁ 和 H₁-h 的 2 条等高线之间；当 R₂ 的高程为 H₁+h 时，待插点位于高程为 H₁ 和 H₁+h 的 2 条等高线之间；当 R₂ 的高程为 H₁ 时，有下列两种情况：

(1) 所找出的等高线 R₂ 的高程尽管和 R₁ 的高程相同，但并不是 R₁，即待插点落在高程相同，但不是同一条等高线之间，这是待插点位于地形鞍部的情况。

(2) 所找出的等高线即为 R₁，即待插点位于同一条等高线之间。这有两种情形，即待插点位于盆底处和待插点位于尖山谷的 A 处(见图 2)。究竟属于哪一种情况，可以这样来判断：如果待插点附近有盆底的特征点，且与待插点位于同一条等高线内，则为第一种情况，否则是第二种情况。

在有些情况下，高于待插点近似高程的等高线不存在(如待插点位于山顶)。这时，可先向低于待插点近似高程的等高线作垂线，再按上面所述方法判断。

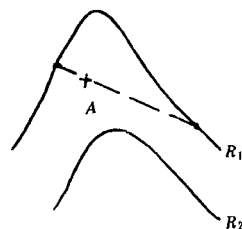


图 2

1.4 拟合曲面的确定和最后高程的计算

如图 3，设已确定出待插点 A 位于高程为 H₁ 和 H₂ 的 2 条等

高线 R_1 和 R_2 之间, 由待插点 A 向 R_1 中各离散点间所连接的弦线作垂线, 得交点 K_1 ; 同样, 向 R_2 中的弦线作垂线, 得交点 K_2 。通过 AK_1 、 AK_2 两条直线求得其夹角 α (规定取小于 90° 的夹角)。取 α 的一半, 并通过 A 点作直线, 求得其在等高曲线 R_1 上的交点 M_0 和直线的另一端在 R_2 上的相应位置 N_0 。

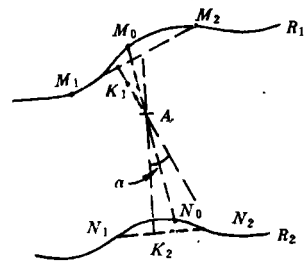


图 3

在等高线 R_1 上, 以 M_0 为 midpoint 分别向曲线两侧各取一段距离 l , 得曲线上的另 2 点 M_1 、 M_2 。同法在 R_2 上得 N_1 、 N_2 。 M_0 、 M_1 、 M_2 和 N_0 、 N_1 、 N_2 这 6 个点称之为拟合曲面点。 l 的大小由直线 M_0N_0 的长度确定。根据实验, 一般情况下, l 取 M_0N_0 长度的一半; 当直线较长时 (接近最大等高平距), l 取其长度的 $1/3$ 。

根据等高线 R_1 、 R_2 的高程 H_1 和 H_2 , 可以判定待插点或是位于山坡处 (一般情况), 或是位于山顶、盆底、尖山脊、尖山谷和鞍部处 (特殊情况), 按照不同的情况找出拟合曲面点。

1. 4. 1 待插点位于山坡

此时 $H_1 > H_2$ 或 $H_2 > H_1$ 。由上面所述的方法找出 6 个拟合曲面点, 作一个二次曲面。根据公式 (1) 重新计算 A 点高程, 以此作为待插点的最后高程。实验证明, 以这种方法确定的曲面比较稳定, 不会出现曲面方程病态的情况。当 A 点位于拟合曲面点所包围的区域内时, 可以获得满意的结果。

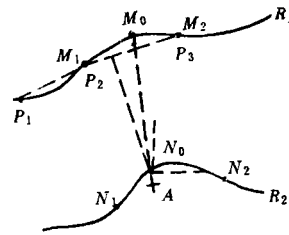


图 4

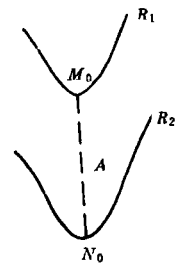


图 5

在个别情况下, A 点可能在拟合曲面点所围的区域外 (见图 4), 这是由于在判断待插点在等高线中的位置时, A 点离 R_1 或 R_2 非常近, 而 Δs 又取得稍大造成的。这时, 仍可以此拟合曲面点所确定的曲面来推求 A 点的最后高程。由于曲面的稳定性, 所以当 A 点在拟合曲面附近时, 亦有较好的拟合效果。

1. 4. 2 待插点位于山脊或山谷

当待插点位于尖山谷处时, 有 $H_1 = H_2$, 且 $R_1 = R_2$ 。这时, 可先向低于待插点近似高程的等高线作垂线, 再按上面所述的方法求出 6 个拟合曲面点。

如果待插点 A 位于尖山脊或尖山谷的地性线处时 (见图 5), 由 A 点向等高线 R_1 或 R_2 上的各离散点间所连接的弦线作垂线不交于任何弦线, 此时可选择 R_1 或 R_2 上离 A 点最近的一离散点作为 M_0 。以 M_0 、 A 二点作直线, 其在 R_2 或 R_1 上的交点为 N_0 (省去了找平分角再确定 M_0 、 N_0)。然后用前述方法, 找出另外 4 个拟合曲面点, 按公式 (1) 求出 A 点的最后高程。

1. 4. 3 待插点位于山顶或盆底

这时 $H_1 = H_2$ 且 $R_1 = R_2$, 在等高线上均匀地取 6 个点, 连同山顶或盆底的特征点 B (见图 6), 拟合一个二次曲面, 根据公式 (1) 计算出 A 点的最后高程。

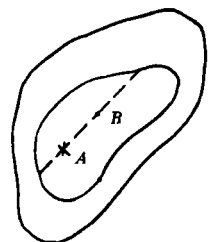


图 6

在没有山顶或盆底的特征点 B 时, 由 6 个拟合曲面点所构成的面

将是平面,由此所求得的待插点的高程将和拟合曲面点的高程相同。而实际上待插点的高程可能高于也可能低于拟合曲面点,作为非劣解,可根据周围等高线趋势来决定待插点高程。

1.4.4 待插点位于地形鞍部

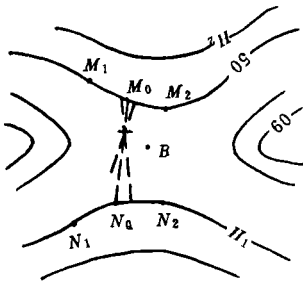


图7

此时有 $H_1 = H_2$, 且 $R_1 \neq R_2$ 。找出离待插点最近的 2 条等高线(高程相同),按前述方法,求出 2 条等高线上的 6 个拟合曲面点。用这 6 点,连同位于同一鞍部的特征点 B (见图 7),由公式(1)求出 A 点的最后高程。

同样,有可能出现没有鞍部特征点 B 或 B 点不包含在拟合曲面点所围的区域内的情况。这时,以 M_0 、 A 二点为直线,找其与高程为 $H_1 - h$ 及 $H_1 + h$ 的等高线的交点。比较交点至 M_0 的距离,找出离 M_0 最近的一个点,设其高程为 H_2 。最后用线性内插求出 A 点的高程。

2 实验

设有一旋转曲面 $r = 10 \ln Z, r = \sqrt{(x-20)^2 + (y-20)^2}$, 单位为 m 。当 Z (可看作曲面的高程)取不同值时, 曲面上的各点在水平面 xoy 上的投影即形成等高线(见图 8)。在曲面上取若干均匀点作为原始数据点,按移动曲面法计算出 15 个格网点的高程,计算结果见表 1。由于曲面方程是已知的,则又可求出格网点(待插点)高程的真值。用本文所介绍的方法求出的待插点高程值列于表 1。将它们与真值进行比较,可得内插格网点高程的中误差为 $\pm 0.029m$ 。由比较结果得出,用本方法建立的高程模型符合原解析曲面。

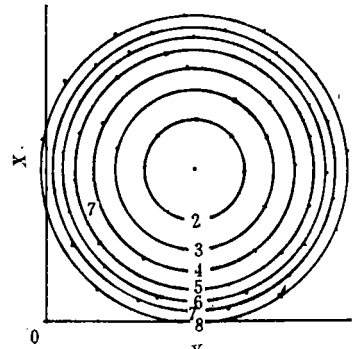


图8

表 1

点号	x	y	高程近似值	本方法计算值	高程真值
0	10.000000	2.500000	7.727273	7.511367	7.504962
1	12.500000	2.500000	7.289208	6.751616	6.712311
2	15.000000	2.500000	6.698580	6.214697	6.172029
3	17.500000	2.500000	6.138458	5.861294	5.857758
4	20.000000	2.500000	5.978245	5.808247	5.754603
5	10.000000	5.000000	6.130980	6.088042	6.066463
6	12.500000	5.000000	6.362721	5.338109	5.349756
7	15.000000	5.000000	5.418851	4.890398	4.860488
8	17.500000	5.000000	4.558995	4.579244	4.575384
9	20.000000	5.000000	4.595494	4.522817	4.481689
10	10.000000	7.500000	4.699202	4.993051	4.956903
11	12.500000	7.500000	4.294042	4.310840	4.296231
12	15.000000	7.500000	3.939529	3.868983	3.843146
13	17.500000	7.500000	2.578203	3.575385	3.577824
14	20.000000	7.500000	3.589998	3.518057	3.490343

为了验证格网点高程的正确性,反过来又利用这些格网点数据绘制等高线,和原等高线进

行比较。为避免网格过大带来的误差,在程序处理过程中,在不增加存贮量的情况下,将网格转换为三角网,从而用三角网法绘制等高线。从比较结果看,效果较为满意。

感谢潘正风教授对本文的指导。

参 考 文 献

- 1 张文忠,谢顺平. 微机地理制图. 北京:高等教育出版社,1990.
- 2 刘 岳,梁启章. 专题地图制图自动化. 北京:测绘出版社,1981.
- 3 毋河海. 地图数据库系统. 北京:测绘出版社,1991.
- 4 王 莉. 计算机图形学及其在工程中的应用. 北京:人民交通出版社,1992.
- 5 柯正谊. 数字地面模型. 北京:中国科学技术出版社,1993.
- 6 潘正风. 近似斜轴抛物线加权平均插值法曲线光滑. 测绘学报,1991,20(1),60~64
- 7 Tang Liang. Automatic Extraction of Specific Geomorphological Elements from Contours. GIS,1992(3):20~25

Establishing DEM from Contours

Qiu Weining

(Institute of Earth Science Engineering, WTUSM, Luoyu Road 39, Wuhan, China, 430070)

Abstract In this paper a method for establishing a gridded DEM from contours is discribed. The method takes into consideration the numerical and geometrical characteristics of contours, and therefore has better stability and reliability. Two methods are proposed to measure the reliability of the established DEM; comparison of the analytical surfaces and the restoration contours.

Key words contour; regular grid; digital elevation model; measurement the reliability

《武汉测绘科技大学学报》编辑委员会

主任委员	宁津生					
委 员	张正禄	潘正风	黄幼才	张祖勋	李德仁	冯文瀚
	管泽霖	陶本藻	刘经南	毋河海	郭仁忠	刘耀林
	邹毓俊	朱元弘	胡又林	陈晓东	袁宇正	曹庆源
	李锦祥	许云涛	杨 仁	陈恩作	梁荫中	徐 方