

激光束光学系统的变焦理论

何平安 林银森

(武汉测绘科技大学,光学仪器系,武汉市珞喻路39号,430070)

摘要 从高斯光束经过光学系统的传输与变换规律出发,借助于高斯括号的性质,研究了激光束光学系统的变焦特性,导出了机械补偿式激光束变焦系统的变焦方程及补偿点位置方程,并给出了计算实例。

关键词 激光束变焦系统;变焦方程;补偿点位置方程;高斯光束;高斯括号

分类号 TN241

0 引言

激光具有单色性好、方向性强和能量集中等优点,因此激光的应用几乎遍及工农业生产、国防建设和民用事业的各个领域。另一方面,随着激光在各个领域的广泛应用,各种以激光束作为光源的光学系统,即所谓激光束光学系统也相继出现,并得到了广泛的实际应用。而且,在许多场合下,需要使用焦距(或扩束比)连续可变的光学系统,这就是所谓激光束变焦距光学系统。

激光束光学系统和传统的成像光学系统不同,主要起着变换光束和传递能量的作用。激光束经过光学系统的传输与变换规律明显有别于同心光束,有其自身的特性^[1],因此,激光束变焦距光学系统也不同于传统成像用的变焦距光学系统。我们知道,成像系统的主要特性由物体经过光学系统后所成像的大小、位置、正、倒像和虚、实像等要求的决定,在这个前提下,传统的变焦距系统的基本涵义和要求是,在连续改变系统焦距或倍率的同时,保持像面位置不变。由于激光束光学系统主要研究光束变换前后光束腰大小和位置的关系,激光束经过系统变换后,物、像方光束腰并不共轭,而共轭面上的一对光斑并非束腰。因此,激光束变焦距光学系统的基本要求应该是,在连续改变系统焦距或“束腰放大率 ω'_0/ω_0 ”的同时,保持像方光束腰位置不变。这里,变焦或变倍是为了获得不同大小的像方光束腰或发散角。

迄今为止,常规的变焦距光学系统的变焦理论已趋于成熟,分析变焦过程的方法也不少。然而,研究激光束变焦系统的变焦特性者却不多见,而其中真正考虑激光束特性的更少。闫琪^[2]根据 Kingslake 的方程,提出了一种激光聚焦用的光学补偿法之透镜变焦系统的快速一级设计方案;赖爱光等^[3]亦提出了一种连续可变扩束比的激光扩束系统。这二者均没有考虑激光束的特性,是一种几何光学的近似,其实质仍是常规意义上不变焦涵义。田中一夫^[4]运用高斯括号原理,从高斯光束的变换特性着手,分析了机械补偿式激光束变焦系统的特性。该方法紧扣高斯光束这个概念,是精确分析激光束变焦系统特性不可多得的一种方法。但田中一夫的分

析有其局限性,所导公式过于繁琐。因此,本文借助于田中一夫的分析思路,采用了不同的高斯括号的性质展开各个广义高斯常数,从而大大简化了补偿曲线方程。推导中顾及了一般性要求,因此,所导结果的适用范围更大,更广。

1 变焦方程

考虑由 k 个结构元素(薄透镜、单个折射面或反射面)组成的光学系统。如图 1(a)所示。其中第 0 面为物方参考面,第 $k+1$ 面为像方参考面,物方光束腰 ω_0 到物方参考面的距离为 z_0 ,像方光束腰 ω'_0 到像方参考面的距离为 z'_0 。设从第 i 个结构元素到第 ii 个结构元素组成的子系统为变倍组,从第 j 个结构元素到第 jj 个结构元素组成的子系统为补偿组。当变倍组移动 x_i 时,系统焦距发生变化,出射光束腰大小 ω'_0 改变,同时束腰位置也要移动。为了把像方束腰“拉回”到原来的位置上,使补偿组作适量移动 x_j ,以补偿由于变倍组移动 x_i 引起的像方束腰位置漂移。

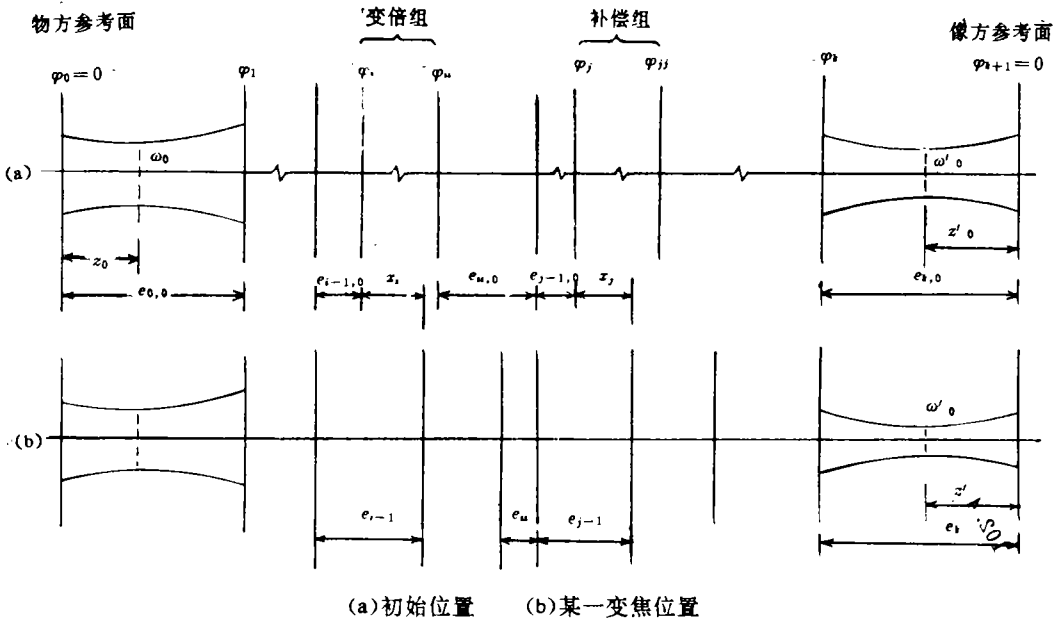


图 1 激光束变焦系统

设变焦系统各结构元素的光焦度分别为 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$, 初始位置时相邻两元的折合距离为 $e_{0,0}, e_{1,0}, e_{k,0}$, 如图 1(a)所示。本文规定变倍组和补偿组的移动量 x_i 和 x_j 的符号为:向右移为正,向左移为负。由文献[1]可知,像方光束腰位置由下式决定:

$$z'_0 = \frac{{}^1A_{k+1}^0 z_0 + {}^0B_{k+1}^0 ({}^1C_i^0 z_0 + {}^0D_i^0) + {}^1A_{i+1}^0 {}^1C_i^0 (\pi \omega_0^2 / \lambda)^2}{{}^1C_i^0 z_0 + {}^0D_i^0)^2 + ({}^1C_i^0)^2 (\pi \omega_0^2 / \lambda)^2} \quad (1)$$

式中的广义高斯常数为:

$${}^1A_{k+1}^0 = [\varphi_1, -e_{1,0}, \dots, \varphi_k, -e_{k,0}] \quad {}^0B_{k+1}^0 = [-e_{0,0}, \varphi_1, -e_{1,0}, \dots, \varphi_k, -e_{k,0}]$$

$${}^1C_i^0 = [\varphi_1, -e_{1,0}, \dots, \varphi_k] \quad {}^0D_i^0 = [-e_{0,0}, \varphi_1, -e_{1,0}, \dots, \varphi_k]$$

当变倍组移动 x_i 、补偿组移动 x_j 后,如图 1(b)所示,像方光束腰位置变为:

$$z' = \frac{{}^1A_{k+1} z_0 + {}^0B_{k+1} ({}^1C_i z_0 + {}^0D_i) + {}^1A_{i+1} {}^1C_i (\pi \omega_0^2 / \lambda)^2}{{}^1C_i z_0 + {}^0D_i)^2 + ({}^1C_i)^2 (\pi \omega_0^2 / \lambda)^2} \quad (2)$$

式中广义高斯常数为:

$$\begin{cases} {}^1A_{k+1} = [\varphi_1, -e_1, \dots, \varphi_k, -e_k] \\ {}^0B_{k+1} = [-e_0, \varphi_1, -e_1, \dots, \varphi_k, -e_k] \\ {}^1C_k = [\varphi_1, -e_1, \dots, \varphi_k] \\ {}^0D_k = [-e_0, \varphi_1, -e_1, \dots, \varphi_k] \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} e_{i,-1} = E_{i,-1} + x_i, \quad E_{i,-1} &= \begin{cases} e_{i,-1,0}, & i-1 \neq jj, \\ e_{i,-1,0} - x_j, & i-1 = jj; \end{cases} & e_u = E_u - x_i, \quad E_u &= \begin{cases} e_{u,0} + x_j, & ii+1 = j \\ e_{u,0}, & ii+1 \neq j \end{cases} \\ e_{j,-1} = E_{j,-1} + x_j, \quad E_{j,-1} &= \begin{cases} e_{j,-1,0}, & ii+1 \neq j, \\ e_{j,-1,0} - x_i, & ii+1 = j; \end{cases} & e_{jj} = E_{jj} - x_j, \quad E_{jj} &= \begin{cases} e_{jj,0}, & i-1 \neq jj \\ e_{jj,0} + x_j, & i-1 = jj \end{cases} \\ e_s = e_{s,0} \quad s \in (i-1, ii, j-1, jj) \end{aligned}$$

根据引言中所述激光束变焦系统的基本要求,当补偿组对束腰位置的漂移进行补偿后,束腰位置应保持不变,故可令: $z' = z'_0$,

即

$$\frac{({}^1A_{k+1}z_0 + {}^0B_{k+1})({}^1C_kz_0 + {}^0D_k) + {}^1A_{k+1} {}^1C_k(\pi\omega_0^2/\lambda)}{({}^1C_kz_0 + {}^0D_k)^2 + ({}^1C_k)^2(\pi\omega_0^2/\lambda)^2} \equiv z'_0$$

或改写为:

$$\begin{aligned} &({}^1A_{k+1}z_0 + {}^0B_{k+1})({}^1C_kz_0 + {}^0D_k) + {}^1A_{k+1} {}^1C_k(\pi\omega_0^2/\lambda) \\ &\quad - [({}^1C_kz_0 + {}^0D_k)^2 + ({}^1C_k)^2(\pi\omega_0^2/\lambda)^2]z'_0 \equiv 0 \end{aligned} \quad (4)$$

方程(4)式是 x_i 和 x_j 的隐函数,它控制着变倍组和补偿组的移动,即变倍组移动一个 x_i ,就可以由(4)式相应地算出一个补偿量 x_j 。因此,(4)式被称为激光束变焦系统的变焦方程。变焦后,像方光束腰的大小 ω'_0 随 x_i 和 x_j 的变化由下式给出:

$$\omega_0'^2 = \omega_0^2 / [({}^1C_kz_0 + {}^0D_k)^2 + ({}^1C_k)^2(\pi\omega_0^2/\lambda)^2] \quad (5)$$

2 补偿点位置方程

变焦方程(4)式控制着变倍组和补偿组的移动过程,因补偿组移动量 x_j 与变倍组移动量 x_i 之间的关系是一个隐含的函数关系,这就给分析和认识激光束变焦系统的变焦特性带来了麻烦。为了求出变倍组移动 x_i 后,补偿组的补偿是 x_j ,将变焦方程(4)式展开成 x_j 的显函数,从而得到补偿点位置方程。

如果已知高斯括号^[5]

$${}^1G_k = [a_i, a_{i+1}, \dots, a_j, \dots, a_k]$$

则当其中第 j 个元素从 a_j 变为 $a_j + x$ 时,有:

$$[a_i, a_{i+1}, \dots, a_j + x, \dots, a_k] = {}^1G_k + x {}^1G_{j-1} {}^{j+1}G_k \quad (6)$$

借助于高斯括号的性质(6)式,得变焦方程(7)~(10)中各广义高斯常数(式(3))展开成补偿量 x_j 的函数如下:

$${}^1A_{k+1}(x_j^2) = A_1x_j^2 + A_2x_j + A_3 \quad (7)$$

式中:

$$\begin{cases} A_1 = - {}^0C_{j-1} {}^jC_{jj} {}^{j+1}A_{k+1} \\ A_2 = - {}^0C_{j-1} {}^jA_{k+1} + {}^0C_{jj} {}^{j+1}A_{k+1} \\ A_3 = {}^0A_{k+1} \end{cases}$$

$${}^0B_{k+1}(x_j^2) = B_1x_j^2 + B_2x_j + B_3 \quad (8)$$

式中

$$\begin{cases} B_1 = - {}^0D_{j-1} {}^jC_{jj} {}^{j+1}A_{k+1} \\ B_2 = - {}^0D_{j-1} {}^jA_{k+1} + {}^0D_{jj} {}^{j+1}A_{k+1} \\ B_3 = {}^0B_{k+1} \end{cases}$$

$${}^1C_k(x_j^2) \equiv {}^0C_{k+1}(x_j^2) = C_1x_j^2 + C_2x_j + C_3 \quad (9)$$

式中

$$\begin{cases} C_1 = - {}^0C_{j-1} {}^jC_{jj} {}^{j+1}C_{k+1} \\ C_2 = - {}^0C_{j-1} {}^jC_{k+1} + {}^0C_{jj} {}^{j+1}C_{k+1} \\ C_3 = {}^0C_{k+1} \end{cases}$$

$${}^0D_k(x_j^2) \equiv {}^0D_{k+1}(x_j^2) = D_1x_j^2 + D_2x_j + D_3 \quad (10)$$

式中

$$\begin{cases} D_1 = - {}^0D_{j-1} {}^jC_{jj} {}^{j+1}C_{k+1} \\ D_2 = - {}^0D_{j-1} {}^jC_{k+1} + {}^0D_{jj} {}^{j+1}C_{k+1} \\ D_3 = {}^0D_{k+1} \end{cases}$$

分别把(7)、(8)、(9)和(10)式代入(4)式,展开,整理后,有:

$$a_1x_j^4 + a_2x_j^3 + a_3x_j^2 + a_4x_j + a_5 = 0 \quad (11)$$

式中

$$\begin{cases} a_1 = A_1C_1\alpha + (A_1D_1 + B_1C_1)z_0 + B_1D_1 - (C_1^2\beta + 2C_1D_1\gamma + D_1^2z_0') \\ a_2 = (A_1C_2 + A_2C_1)\alpha + (A_1D_2 + A_2D_1 + B_1C_2 + B_2C_1)z_0 \\ \quad + (B_1D_2 + B_2D_1) - 2[C_1C_2\beta + (C_1D_2 + C_2D_1)\gamma + D_1D_2z_0'] \\ a_3 = (A_1C_3 + A_2C_2 + A_3C_1)\alpha + (B_1D_3 + B_2D_2 + B_3D_1) \\ \quad + (A_1D_3 + A_2D_2 + A_3D_1 + B_1C_3 + B_2C_2 + B_3C_1)z_0 \\ \quad - [(2C_1C_3 + C_2^2)\beta + 2(C_1D_3 + C_2D_2 + C_3D_1)\gamma + (2D_1D_3 + D_2^2)z_0'] \\ a_4 = (A_2C_3 + A_3C_2)\alpha + (A_2D_3 + A_3D_2 + B_2C_3 + B_3C_2)z_0 \\ \quad + (B_2D_3 + B_3D_2) - 2[C_2C_3\beta + (C_2D_3 + C_3D_2)\gamma + D_2D_3z_0'] \\ a_5 = A_3C_3\alpha + (A_3D_3 + B_3C_3)z_0 + B_3D_3 - [C_3^2\beta + 2C_3D_3\gamma + D_3^2z_0'] \end{cases} \quad (12)$$

其中 α 、 β 、 γ 分别为:

$$\begin{cases} \alpha = z_0^2 + (\pi\omega_0^2/\lambda)^2 \\ \beta = [z_0^2 + (\pi\omega_0^2/\lambda)^2]z_0' = \alpha z_0' \\ \gamma = z_0 z_0' \end{cases} \quad (13)$$

如果已知光学系统的结构参数,以及物方光束的参数 ω_0 、 z_0 和 λ ,变倍组每移动一个 x ,则由(11)和(12)式就可以计算出相应的补偿量 x ,即可确定对应补偿组的位置。因此,我们称(11)式为补偿点位置方程。

由方程(11)式可知,高斯光束变焦系统的补偿点位置方程是一个实系数的四次方程,这表明,变倍组移动一个 x ,理论上说,补偿组就有四个可能的补偿位置。计算表明,尽管补偿点位置方程是一个四次方程,但补偿点位置至多只有两个。这并不是偶然的,可以从以下两方面说

明之。其一,由高次方程理论可知,实系数高次代数方程的虚根是成对出现的,所以四次方程只能有两个实根或四个实根(在给定的区间内,也可能只有一个或三个实根)或无实根。没有实根说明补偿曲线出现断点;其二,在推导像方束腰位置公式(1)时^[1],将像方变曲率半径 q' 分解成实部(以确定 z')和虚部(以确定 ω'_0)时,分子分母同时乘以 $({}^1C_1z+{}^0D_1)+i(\pi\omega'_0/\lambda)^2$ 的共扼复数 $({}^1C_1z+{}^0D_1)-i(\pi\omega'_0/\lambda)^2$,这样表达式中就出现了各广义高斯常数的平方项,从而使补偿点位置方程由原来的二次上升到四次。因此,可以肯定,乘以共扼复数的结果,使四次方程增加了一对复根。

本文推导的补偿点位置方程(11)式和田中一夫^[4]推导的公式形式上一样,但四次方程的系数(12)式因使用了高斯括号的性质(6)式,按(7)、(8)、(9)、(10)式展开,因而减少了四次方程中各系数的许多中间结果,使公式和计算大为简化。另一方面,公式推导中,我们假设变倍组为第 $i-ii$ 个结构元素组成的子系统,补偿组为第 $j-jj$ 个结构元素组成的子系统,这样,公式不仅适合于薄透镜的理想光学系统,而且适合于由折、反射面组成的实际光学系统。因此,公式的适用性增强。

3 计算实例

如图2所示为一聚焦用四组无负组补偿型变焦系统,其参数如下:

$$\begin{aligned} f_1 &= 142.4\text{mm}, & f_2 &= -32.0\text{mm}, \\ f_3 &= -54.0\text{mm}, & f_4 &= 35.5\text{mm} \\ d_{12} &= 102.4\text{mm}, & d_{23} &= 9.60\text{mm} \\ & & d_{34} &= 7.50\text{mm} \end{aligned}$$

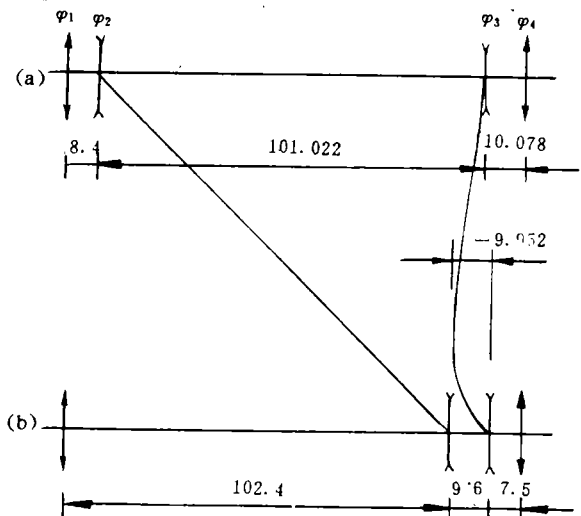
设物方光束参数为:

$$\omega_0 = 1.00\text{mm}, \quad \lambda = 1.06\mu\text{m}$$

取物方参考面距前固定组的距离 $d_{01} = 200\text{mm}$,物方束腰与物方参考面重合,即 $z_0 = 0$;取像方参考面到后固定组的距离 $d_{45} = 100\text{mm}$ 。计算得 $z'_0 = 2.567\text{mm}$, $\omega'_0 = 0.1012\text{mm}$,这时焦点到像方参考面的距离为 $l_{5f} = 3.748\text{mm}$,显然焦点与像方光束腰不重合,二者之间的距离 $\Delta l_f = 1.181\text{mm}$ 。

由(11)式直接求解变焦过程中每一个 x_i 新对应的补偿量 x_j 。图2给出了满足条件 $z' = z'_0 = 2.567\text{mm}$ 的补偿曲线,图3给出了像方束腰 ω'_0 随 x_i 的变化曲线($\omega'_0 - x_i$ 曲线),以及补偿量 x_j 随 x_i 的变化曲线($x_j - x_i$)曲线。在整个变焦过程中,像方束腰半径从 $\omega'_0 = 0.1012\text{mm}$ 连续减少到 $\omega'_0 = 0.0088\text{mm}$,整个系统的焦距相应地从长焦时的 $f = 300.01\text{mm}$ 减小到短焦时的 $f = 26.08\text{mm}$ 。

图4给出了变焦过程中像方焦面相对于像方束腰位置的变化曲线。曲线表明,按高斯光束变焦要求进行补偿,只能保证像方高斯光束束腰位置稳定,而不能保持系统像方焦面位置的稳定。这种差异是由于两种变焦过程的基本要求不同所致。图4表明,这种差异在长焦段较大,随着变焦过程朝短焦段移动,这种差异减小,且逐渐与像方束腰面趋于一致。



(a)短焦位置 $\omega'_0 = 0.0088\text{mm}$

(b)长焦位置 $\omega'_0 = 0.1012\text{mm}$

图2 负组补偿型变焦系统及其补偿曲线

4 结束语

激光束变焦系统与传统的成像用变焦系统两者的要求不同,前者要求在连续改变系统焦距或“束腰放大率”的同时,保持像方束腰位置不变。在这个过程中,系统的像方焦面不能保持稳定,引起的焦面漂移随系统焦距增大而变大。因此,如果按几何光学的近似求得了变焦系统的外形尺寸后,必须按激光束变焦系统的要求,用补偿点位置方程(18)式校正补偿曲线。

需要指是的是,用高斯括号原理分析光学系统的成像及高斯光束经过光学系统的传输与变换特性,其实质仍是矩阵法,但因各广义高斯常数可按高斯括号原理展开成其中任一个元素(光焦度或折合间隔)的函数,所以高斯括号原理特别适合分析复杂系统,如变焦系统,系统的调整等,这也是其优点所在。

参 考 文 献

- 1 何平安,林银森.基于高斯括号原理的高斯光束传输与变换特性的分析.武汉测绘科技大学学报,1992(4):87~93
- 2 闫琪.激光变焦透镜设计.激光杂志,1988(4):223~225
- 3 赖爱光,林峰,蔡长达,王敏.连续可变扩束比的激光扩束系统.光学仪器,1992(1):11~16
- 4 Tanaka K. Zoom System for Gaussian Beam. Optik, 1984(1):7~15
- 5 何平安.激光束系统的变焦理论及其应用:[学位论文].武汉:武汉测绘科技大学,光学仪器系,1989.

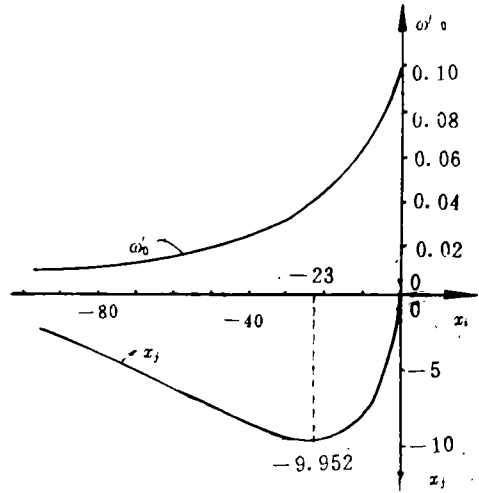


图3 $x_2 - x_1$ 曲线和 $\omega_0' - x_1$ 曲线

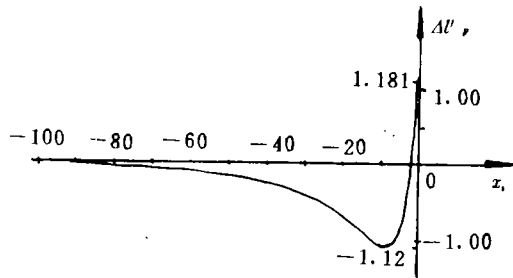


图4 变焦过程中系统焦面漂移曲线

Zoom Theory of the Optical System for Laser Beam

He Pingan Lin Yinsen

(Dept. of Optical Instrumentation, WTUSM, Luoyu Road 39, Wuhan, China, 430070)

Abstract On the basis of the feature of Gaussian beam propagation and transformation, the zoom feature of the optical system for laser beam is investigated on the expansion of the Gaussian bracket. To the mechanically compensated zoom system for laser beam, the zoom equation and the Compensation equation are derived. Finally, a practical example is given.

Key words zoom system for laser beam; zoom equation; compensation equation; Gaussian beam; Gaussian bracket