

面状地图表象的形态研究

张根寿 祝国瑞

(武汉测绘科技大学, 地图制图系, 武汉市珞喻路39号, 430070)

摘要 形态是分析和研究面状地图表象的重要标志之一。地理现象的形态研究主要是利用地图信息进行。据此, 本文提出了研究复杂多样的客体形态的多个量度指标和数学方法, 并以实例探讨了形态研究的科学价值和实用价值。

关键词 地图分析; 图形形态; 量度指标; 富里叶变换

分类号 P91 P285

0 引言

形态是空间物体或地理现象的外部表征。利用地图载负的客观环境信息, 进行物体的形态量测分析, 解决科学研究问题, 已成为当前地学研究的一个重要发展方向。例如, 行星形态量测, 地质构造形态量测, 海洋形态量测, 地貌、土壤、植被和水文形态量测, 医学地理学形态量测等。地理现象的形态研究主要是利用地图——信息的载体这一工具。

地图上表达的面状地理现象, 载有区域形态(及周边)和区域属性两类信息。关于区域属性, 读者能直接通过地图符号和图例方便地获取。对于区域形态的研究有两个方向:

①面积指标: 目前存在着多种多样的量算面积的方法, 从手工的格网(或网点)法, 数理统计法, 到半自动化和自动化方法, 为面状地图表象的分析提供了手段和数据。

②轮廓形状: 研究的途径主要是形状的形象化描述, 将一个地理物体形态试图用人们普遍熟知的某一物体来比拟描述, 如流线性沙丘, 围椅形或剧场形冰斗, 心形沙洲, 环形珊瑚礁。这些描述无疑具有一定的比较研究意义, 但是这种描述既不统一又无确切的准确指标。本文提出用数量指标的方法为描述和研究区域形态, 以适应现代科技发展进程。

1 平面形态的量度分析

形态量测是一种根据地图对各种客体的形态与结构实施定量分析的方法。

1.1 描述轮廓开关的定量指标

描述区域形状特征比计算区域面积要困难得多, 也没有通用的方法。其基本原则是不同的二维平面物体的形状应有不同的量度, 相似的形状应该有描述这个物体的大小和形状的近似值。但是, 数学研究表明, 没有一种测度方法能唯一地适用一种形状描述。因此, 提出下面多种测度方法和指标, 以期能满足不同情况的需要。

1. 基于轴比率的测度 延伸率: $E=W/L$; 圆度: $C_1 = \sqrt{LW/L^2}$
2. 基于周长的测度 形状指数: $G_r = P/L$; 形状系数: $S_{r_1} = P_c/P$; $S_{r_2} = (P/P_c) \times 100\%$
3. 基于周长和面积的测度 圆度: $C_2 = 4A/P^2$; $C_3 = 4A/(LP)$; 紧凑度: $K_1 = 2\sqrt{\pi A}/P$; $K_2 = P^2/(4\pi P)$
4. 基于面积的测度 圆度: $C_4 = \sqrt{A/A_c}$ 或 $C_4 = A/A_c$; 形状指数: $S_{r_3} = A_i/A$, $S_{r_4} = (A_c - A_i)/A$, $S_{r_5} = (A/A_c) \times 100\%$
5. 基于面积和区域长度的测度 形状率: $F_n = A/L^2$; 椭圆指数: $E_l = [\pi(1/2L)L]/A$
6. 其它测度指标 圆度: $C_5 = \sqrt{D_i/D_c}$; 平均半径: $\bar{R} = \sum_{j=1}^n R_j/n$; 半径方差: $S_R^2 = \sum_{j=1}^n (R_j - \bar{R})^2/n$; 平均边长: $\bar{S} = \sum_{j=1}^n S_j/n$; 边长的方差: $S_S^2 = \sum_{j=1}^n (S_j - \bar{S})^2/n$

以上所列指标中, A 指物体的面积; A_c 指最小外切圆面积; A_i 指最大内切圆面积; D_c 指最小外切圆直径; D_i 指最大内切圆直径; L, W 分别指轮廓形状的长轴和短轴长度; P 指轮廓的周长; P_c 指与轮廓有相同面积的圆的周长; R_j 指物体的第 j 个半径(从中心向边度量); S_j 指物体的第 j 边的长度(多边形); n 指边数(多边形)。

一般认为,“最紧凑的二维形状为圆形,其形状率 $F_n = \pi/4 = 0.785$, 圆内接正方形的形状率为 $F_n = 0.5$, 当 $0.5 \leq F_n \leq \pi/4$ 时, 说明区域形状紧凑。对于经济区域或城市来说, 区内各部分之间联系便捷。它也是城市发展的平面轮廓控制指标之一。

1.2 原图形的基本特征分析

在大多数情况下, 我们能借助上述的量度指标对区域图形进行量测比较分析。

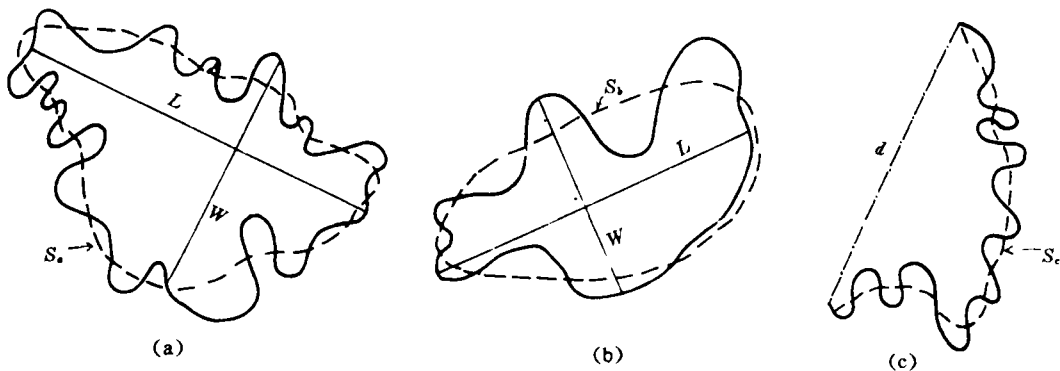


图1 不同区域形状的测度

图1(a)中, $L=4.9, W=3.3$, 基于轴比率的测度:

$$\text{延伸率 } E_a = 3.3/4.9 = 0.67, \quad \text{圆度 } C_{1a} = \sqrt{4.9 \times 3.3 \div 4.9^2} = 0.82$$

图1(b)中, $L=4.4, W=2.8$, 基于轴比率的测度:

$$E_b = 2.8/4.4 = 0.57, \quad C_{1b} = 0.75$$

经量算, $E_a > E_b, C_{1a} > C_{1b}$, 揭示了两者的差异。

1.3 原图形趋势形态分析

①通过周边曲线的拐点(变向点)内插一条平滑辅助曲线, 图1中的 S 线。

②对不自封闭的或某一区段的图形设置一条辅助直线来封闭, 图1(c)中 d 线。

这种利用辅助曲线来刻画其形状趋势的方法有独特优势。图1(a)中 S 线为一三角线; 图

1(b)中 S_0 线为一椭圆形；图 1(c)的中 S_0+d 线为一三角形图案。可利用三角形底边与高的量度来比较图 1(a)与图 1(c)的差别。

图 1(a)中, $L_c=4.9$ (底边长), $H_c=2.9$ (高) $\sigma_c=2.9/4.9=0.59$

图 1(c)中, $L_c=2.0$, $H_c=4.0$ $\sigma_c=4.0/2.0=2$

1.4 城市平面图形与城市发展

一个城市的平面图形特征从一个侧面反映了城市发展的历史及与环境的关系。城市平面形态的变化影响交通、通讯、生产、生活、公共设施等多方面的规划和建设,形态紧凑有利于节约和统筹安排各种设施,形态散乱则造成大量的物力和财力的浪费。

上海市在 1267 年设镇(据上海市地图集),至今经历了七百多年的历史发展,不同时期的发展变化见城市沿革平面图(图 2)。

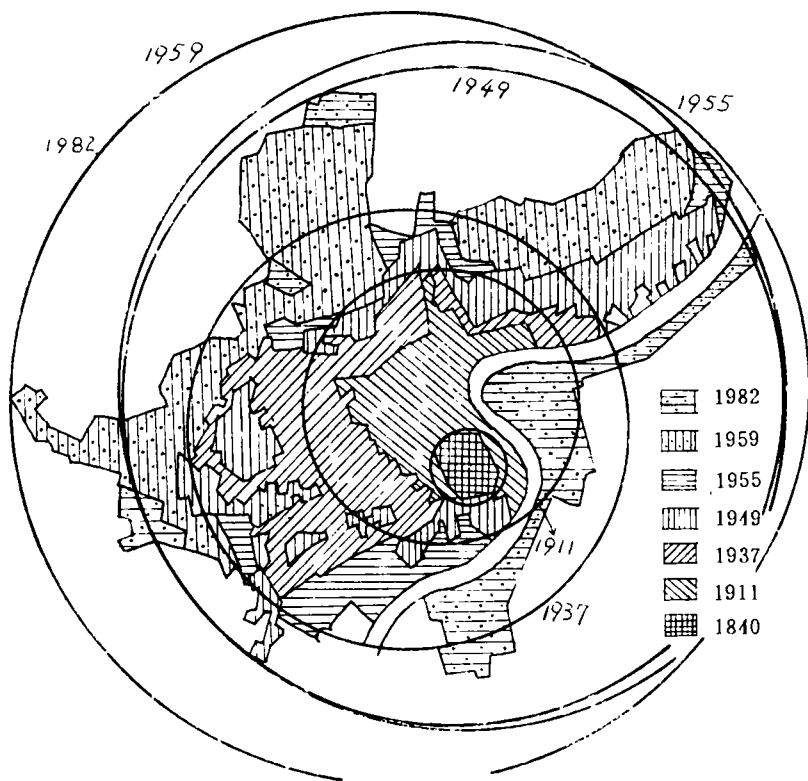


图 2 上海市不同时期平面图形

由图 2,①量算出不同时期城市平面图形面积;②量算出不同时期城市平面图形的最小外接圆面积;③计算不同时期城市平面图形的紧凑度,指数 C_i 列于表 1。

表 1 上海市不同历史时期城市发展

年份	用地面积	外接圆面积	紧凑度指数
1840	206.76	283.53	0.7293
1911	1433.88	3215.36	0.4459
1937	3832.69	10201.86	0.3748
1949	5999.28	23766.66	0.2533
1955	3718.29	11304.00	0.3289
1959	5746.72	16277.76	0.3530
1982	7024.66	16277.76	0.4315

据表 1, 从 1267—1840 年第一次鸦片战争前一段时期, $C_1=0.7293$, 说明形态紧凑。此后, 平面形状由紧凑变分散。到 1949 年时, $C_1=0.2533$, 这与旧中国城市建设规划落后现实是相应的。解放后, C_1 值逐渐增大, 到 1982 年, 平面形状由很分散已变得比较紧凑, $C_1=0.4315$, 几乎比 1949 年时增加了一倍。80 年代后期的浦东开发建设, 使上海市发展走上按科学规律发展的正确轨道, 城市形态趋于紧凑。这也是各城市发展的最佳方向。

2 区域形状的富里叶变换

量度指标分析是对平面图形的总体研究和比较分析, 不能实施对周边形状特征的描述和研究。

富里叶变换分析是以图形的极坐标描述为基础, 对图形的周边展开图进行研究的过程, 且可以有效地模拟和描述平面图形。

极坐标量度中有两个量, 一个是以轮廓中心发出的半径的方位角(θ), 另一个是从中心到轮廓(周边)这个半径的距离(R)。

2.1 图形中心的确定

中心表示平面图形的重心, 对于每个客体它是唯一的一个定点。确定中心的步骤是:

①对于给定的平面图形(如图 3), 建立平面直角坐标系; ②标记周边上的每个拐点; ③两相邻拐点与横(或纵)坐标一起构成一个“梯形”(严格说来是曲边梯形), 这样就构造了一系列梯形; ④计算每个梯形的重心, 所有梯形的重心的重心就确定了整个图形的中心。平面图形的中心的坐标可按(1)式计算:

$$\begin{cases} \bar{X} = \sum \bar{x}_t A_t / \sum A_t \\ \bar{Y} = \sum \bar{y}_t A_t / \sum A_t \end{cases} \quad (1)$$

式中, \bar{x}_t 是第 t 个梯形的中心的 X 坐标, \bar{y}_t 是它的 Y 坐标, A_t 是梯形的面积, 它们由下式得到:

$$\begin{cases} A_t = \frac{1}{2}(y_{t+1} + y_t)(x_t - x_{t+1}) \\ \bar{x}_t A_t = \frac{1}{6}(x_{t+1}^2 + x_{t+1}x_t + x_t^2)(y_{t+1} - y_t) \\ \bar{y}_t A_t = \frac{1}{6}(y_{t+1}^2 + y_{t+1}y_t + y_t^2)(x_t - x_{t+1}) \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中, x_t 和 y_t 分别是轮廓周边上转折点的坐标。

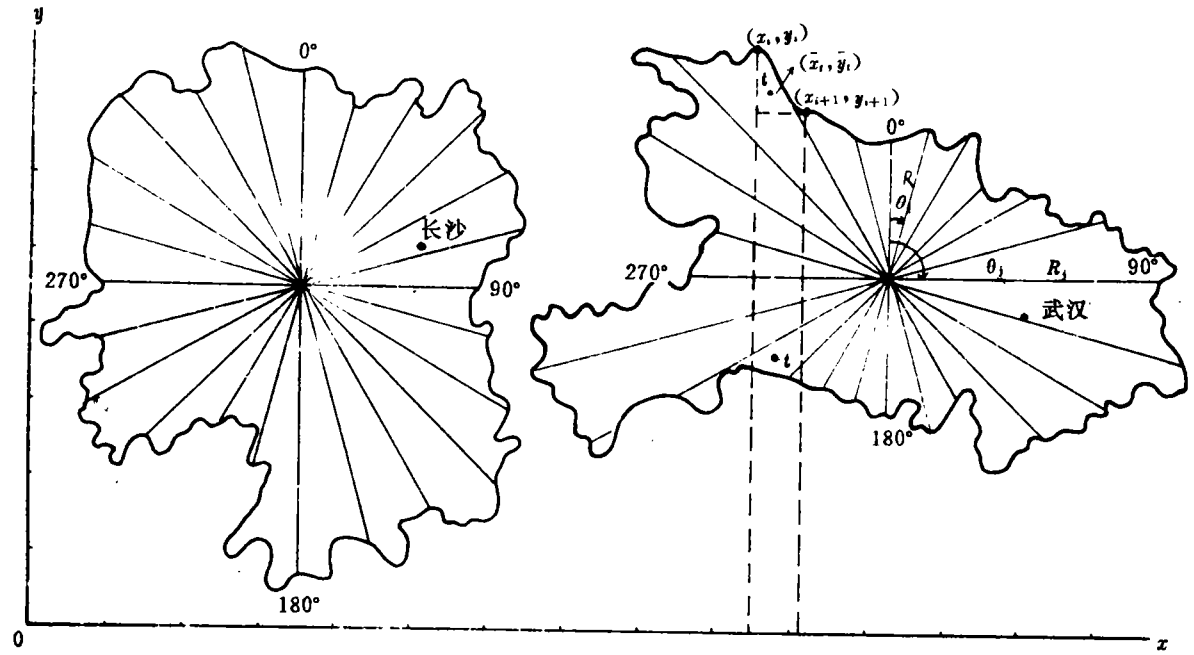
由方程组(1)和(2)计算得到图形的中心坐标, 其准确性取决于周边上取定的点数。

建立平面图形的中心, 从中心到周边的半径与其方向角一起构成了富里叶分析的量度指标“谱”, 它包含了全部的原图形信息。

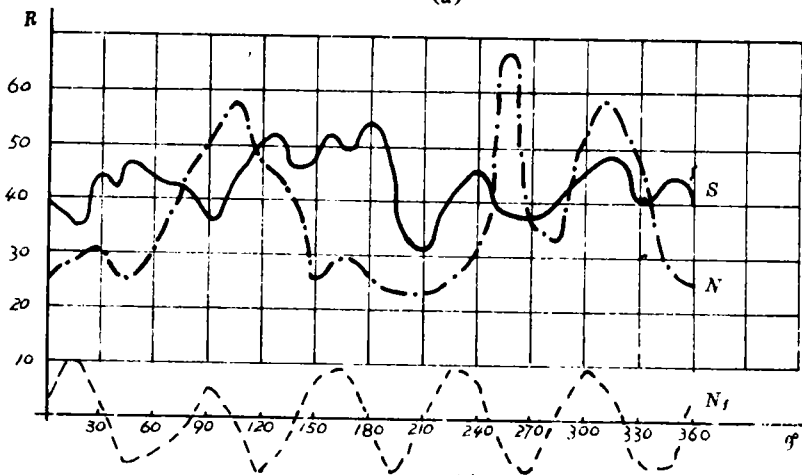
2.2 封闭图形周边的展开

为了使图形的富里叶变换在计算机上易于处理, 半径必须以相等的角度增量来定位, 因而直角坐标转换为极坐标, 这种转换事实上就是封闭图形的“展开”(图 3 所示)。

沿原图形的周边设置具有相等角度差的 n 个半径, 每相邻两个半径之间的角度是 $\frac{2\pi}{n}$ 。因此, 从 r_0 始半径到第 j 个半径的角度(方向角)是 $\theta_j = 2\pi j/n$, 第 j 个半径的长度记为 R_j (半径是不等的), 平面图形的形状用连续调和函数表示为



(a)



(b)

(a)湖北省(N)和湖南省(S)的平面图形 (b)为图(a)的富里叶展开图形

图 3 中心的确定及图形的展开(湖北省 N 湖南省 S)

$$Y = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \alpha_{\kappa} \cos(\kappa\theta) + \beta_{\kappa} \sin(\kappa\theta) \quad (3)$$

$$\begin{cases} \alpha_{\kappa} = \frac{2}{\kappa} \sum R_j \cos(\kappa\theta_j) \\ \beta_{\kappa} = \frac{2}{\kappa} \sum R_j \sin(\kappa\theta_j) \end{cases} \quad (4)$$

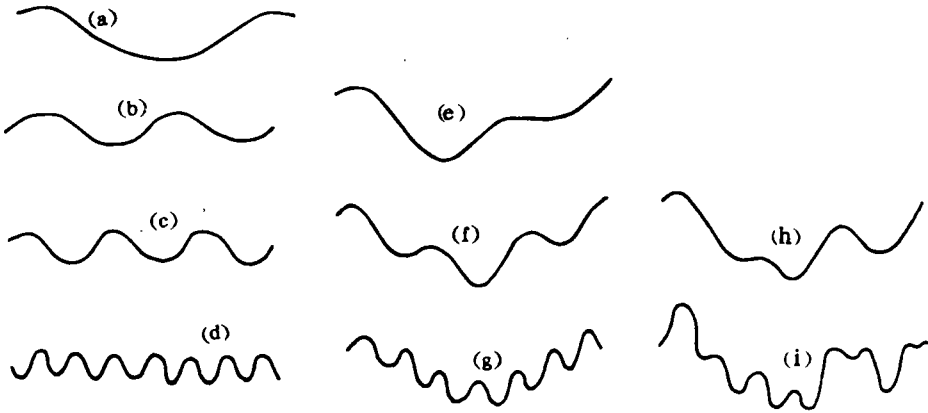
或

$$Y = A_{\kappa} \cos(\kappa\theta - \varphi_{\kappa}) \quad (5)$$

式中, κ 是波峰数或称调和数; φ_{κ} 是任意相角。

无论原图形怎样复杂, 作为每一个 θ 值, 有且只有一个 y 值与之对应, 都可表示为余弦波形的加图形(图 4)。

极坐标调和函数的振幅和相角可以由富里叶系数计算得到, 即 κ 阶调和的系数 α_{κ} 和 β_{κ} 一旦确定就可计算波形的放大系数 A_{κ} 和 κ 阶调和的相角 φ_{κ} 。



(a) 第一阶调和 $A=0.5, \kappa=1, \varphi=0^\circ$; (b) 第二阶调和 $A=0.3, \kappa=2, \varphi=0^\circ$;
 (c) 第三阶调和 $A=0.3, \kappa=3, \varphi=45^\circ$; (d) 第七阶调和 $A=0.25, \kappa=7, \varphi=180^\circ$;
 (e) (a)+(b); (f) (a)+(c); (g) (a)+(d); (h) (a)+(b)+(c); (i) (a)+(b)+(c)+(d)

图4 余弦波形的加图形

$$A_n = \sqrt{\alpha_n^2 + \beta_n^2} \quad (6)$$

$$\varphi_n = \text{tg}^{-1}(\beta_n/\alpha_n) \quad (7)$$

一般情况下,可以方便地把 α 和 β 系数联合成功率谱,它直接表达了每个谱与图的形状所构成的分布,当一个谱增加时,重建的形状将逐渐变详细,直到它确切地与原图形的轮廓相匹配。

2.3 应用富里叶变换研究形态

我国行政区划的界线划分主要以地貌单元或地貌因素为依据,如山脊线、河流等。因此,行政区划的轮廓图形在一定程度上反映了区域地理特征及自然景观的空间分布形态。这里以湖北省和湖南省为例来探讨富里叶分析方法。

1. 分别测算两省区轮廓图形中心。

2. 建立极坐标系。按地学惯例,北方向设定为起始方向,顺时针方向旋转,角度(θ)增量定为 15° ,那么每个图形有 24 个半径和方向角(当然,角度增量也可设定为 10° 或 5°)。

3. 展开轮廓图形。这个过程事实是由极坐标系转换到以 θ 角和 R 半径为轴的直角坐标系,横轴为角度增量,亦是极坐标中心点的“展开”线。

4. 展开图形的解释(对图 3)

①湖北省的展开图中,有上凸形圆弧 5 个,即调和数为 5 或称 5 阶调和。波形的振幅极差为 $e_n = 68 - 25 = 33$,振动频率为 $\xi = 5/2\pi = 0.80$,起伏大而频率小。在 105° 、 245° 和 315° 三个方向明显伸长,构成西部燕尾形图形。由于湖北省西部与四川、陕西两省区以巴山、巫山和武当山的山脊线为界,揭示了三条山脉的空间延伸特征。

利用式(4)、(6)和(7)算出:

$$\alpha_5 = \frac{2}{5} \sum_{j=1}^{24} R_j \cos(5\theta_j) = 0.4 \times (-58.556) = -23.42$$

$$\beta_5 = \frac{2}{5} \sum_{j=1}^{24} R_j \sin(5\theta_j) = 0.4 \times 28.85 = 11.54$$

$$A_5 = \sqrt{23.42^2 + 11.54^2} = 2.61$$

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1}[11.54/(-23.42)] = -26.23^\circ$$

$$Y = 26.1\cos(\kappa\theta + 26.23^\circ) \quad \text{或} \quad Y = \sum_{\kappa=0}^{\infty} 11.54\sin\kappa\theta - 23.42\cos\kappa\theta \quad (8)$$

利用式(8),可得 $\kappa=5$ 时与原图形一样的 5 个基本波峰(图 3),以此为基础可仿照图 4 中波形加原理,模拟原图形。

②湖南省的展开图中,有上凸形图形 9 个或称 9 阶调和。波形振幅极差为

$$e_s = 54 - 31 = 13$$

频率为

$$\xi_s = 9/2\pi = 1.43$$

说明起伏小而频率大。轮廓形态只是在 $120^\circ \sim 190^\circ$ 区间有较明显伸长,整体轮廓似圆形(圆度指标为 $C_s = 0.850$),从行政管理角度图形结构显然比较合理。

当 $\kappa=9$ 时,利用式(4)、(6)和(7)可得调和函数为

$$y = 12.89\cos(\kappa\theta - 11.62^\circ) \quad \text{或} \quad y = \sum_{\kappa=0}^{\infty} 12.63\cos\kappa\theta - 25.98\sin\kappa\theta$$

首先模拟出与原图形同样数量的 9 个波峰,再依据余弦波形加图形原理模拟图形。

应该指出,极坐标富里叶变换对区域形状的分析有一定局限性,最明显的是只有在单值轮廓下,才能用于形状的分析与模拟,即从中心引出的半径只能与轮廓有一次相交。

3 结 论

形状是客观实体的外部特征,是认识和研究客体的重要标志之一。从科学和实用的观点来看,可靠的形状标志对于解决下列诸多问题是必须的,如

- ①评价物体的形状与某种标准的接近程度;
- ②揭示表示在不同比例尺地图上或以不同的概括程度表示的同一物体表象间的相似程度;
- ③根据物体的外部形状分类;
- ④研究物体的外部形状与成因之间的联系,如大陆边缘或海岸线、盆地平面轮廓等;
- ⑤自动识别物体的客观性。

在制图专家系统中,为进行图形识别,对形状的数量描述是必须的,它对于地图的图面自动配置,轮廓复杂度的衡量和制图综合,都有实际的意义。

参 考 文 献

- 1 Peter Lewis. Maps and Statictics. Methuen & Coltd, 1977.
- 2 张克权等. 专题地图制图. 北京:测绘出版社, 1992.

Analysis and Study of the Areal Shape on Map

Zhang Genshou Zhu Guorui

(Dept. of Cartography, WTUSM, Luoyu Road 39, Wuhan, China, 430070)

Abstract Shape is one of the important marks for indentifying and studying objective things. To study the shape of the geographic reality, people must make full use of the map information. In article, many quantitative indexes and ways used to study the complex and various objective shape are provided. The analytical methods, and the scientific and practical value of the shape research is discussed for some real instances.

Key words map analysis; areal shape; measurement index; fourier transform

测绘科大《学报》、《科技》、《译文》三刊 1994 年征订征稿启事

为了扩大“三刊”的社会影响,加强校内外测绘科技的交流和沟通,便于广大教学科研工作者及时将自己的成果公之于世,“三刊”将适当增加外稿的刊发量,以满足广大校友及测绘同仁的心愿。欢迎订阅和赐稿。

《武汉测绘科技大学学报》以测绘为主、多种学科兼顾的学术理论性刊物,国内外公开发行,主要刊登有关测量、遥感、制图、印刷、计算机、无线电、工民建、地籍管理及光学、电子仪器等专业的学术论文和科研报告。

《武测科技》以应用为主的技术性刊物,国内外公开发行,主要刊登工程测量、摄影测量、遥感、大地测量、地籍测量、地图制图、印刷、光学及电子测绘仪器、计算机、工民建等我校各专业的科研阶段性成果、科技文章、综述、评论、国内外测绘科技动态及发展趋势等文章。

《武测译文》国内公开发行的刊物,以测绘教学、科研、生产为服务对象,主要介绍国外相关专业的科技论文,主要内容有摄影测量、遥感、工程测量、大地测量、地籍测量、地图制图、印刷等专业的最新理论、方法、动态等,亦适当涉及有关测绘学科的电子测绘仪器、计算机、工民建、光学、印刷等方面的内容。

上述三刊均为季刊,每季末出版。为能使读者及时订购到我校三刊,不致误订、漏订,请不要错过我们正在进行 1994 年的征订。本编辑部备有征订单,未收到订单而又需订阅的单位和个人请直接与我校学报编辑部何正国同志联系(邮政编码:430070)。

欢迎赐稿,欢迎订阅。

武汉测绘科技大学学报编辑部