

多模光纤出射端面光波的远场辐射特性分析*

胡 又 林

摘 要 本文在多模光纤传播模式的光场分布的基础上,得出了阶跃型和梯度型多模光纤出射端面光波的夫琅和费衍射分布的计算方法,并分别给出了两种光纤的远场辐射分布的算例。

关键词 夫琅和费衍射;多模光纤;辐射特性

分类号 O432.1 O436.1

0 引 言

随着科学技术的发展,光导纤维在各个技术领域和各种仪器设备上得到广泛应用。然而,由于光纤的芯径很小,其出射光波不可避免地存在衍射效应,对实际应用会产生各种不利的影响。本文的目的是为了定量分析光纤的衍射特性,为今后的实际应用提供理论指导。

目前广泛使用的光纤,其折射率分布形式大多是阶跃型和 α 幂指数梯度型的,本文将给出这两种折射率分布形式的多模光纤出射光波的远场辐射,即夫琅和费衍射特性。

1 多模光纤传播模式的光场分布

多模光纤传播几种光波模式的光场分布规律是研究光纤出射面的衍射效应的基础,现扼要地分述如下。

1.1 阶跃型折射率多模光纤光场分布

对于阶跃型折射率多模光纤,利用麦克斯韦方程,在柱面坐标系 (r, ϕ, z) 下,可得出光纤芯和包层中纵向电磁场分量形式^[1]如下:

在纤芯中,

$$\begin{cases} E_z(r, \phi) = A_m J_m\left(\frac{u}{a}r\right) e^{jm\phi} \\ H_z(r, \phi) = B_m J_m\left(\frac{u}{a}r\right) e^{jm\phi} \end{cases} \quad (1)$$

在包层中,

$$\begin{cases} E_z(r, \phi) = C_m K_m\left(\frac{w}{a}r\right) e^{jm\phi} \\ H_z(r, \phi) = D_m K_m\left(\frac{w}{a}r\right) e^{jm\phi} \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期:1992-01-06

* 国家自然科学基金资助课题

其中, A_m, B_m, C_m, D_m 均为待定系数, 它们与传播常数 $\beta = \bar{\beta} \cdot \frac{2\pi}{\lambda_0}$ 有关:

$$u = \frac{2\pi}{\lambda_0} a \sqrt{n_1^2 - \bar{\beta}^2}; W = \frac{2\pi}{\lambda_0} a \sqrt{\bar{\beta}^2 - n_2^2}$$

a 为光纤芯半径, λ_0 为光波长, n_1, n_2 分别为纤芯和包层折射率, $J_m(x)$ 和 $K_m(x)$ 分别为第一类和第二类变型贝塞耳函数。

光纤芯中传播模式的电场的另外两个分量 E_r 和 E_ψ 可以从 E_z 求出。经过简单的运算后可得出:

$$\begin{cases} E_\psi(r, \psi) = -A_m \frac{\beta a}{u} J_{m-1}\left(\frac{u}{a}r\right) e^{jm\psi} \\ E_r(r, \psi) = jE_\psi(r, \psi) \end{cases} \quad (3)$$

由于四个待定系数中只有三个是独立的, 故不妨取 $D_m = j/\omega\mu$, 在弱波导近似下(实际应用中大量使用这种光纤)可得:

$$A_m = \frac{K_m(w)}{\beta \cdot J_m(u)}$$

设纤芯中合成电场矢量的大小为 $E(r, \psi)$, 则

$$E(r, \psi) \propto \frac{a}{u} \cdot \frac{K_m(w)}{J_m(u)} J_{m-1}\left(\frac{u}{a}r\right) e^{jm\psi} \quad (4)$$

1.2 梯变折射率多模光纤光场分布

对于折射率分布为

$$n^2(r) = \begin{cases} n_1^2 [1 - 2\rho \Delta (\frac{r}{a})^\alpha] & (r \leq a) \\ n_2^2 (1 - 2\Delta) & (r > a) \end{cases} \quad (5)$$

的多模光纤, 传播模式的光场分布要复杂得多。应用 Rayleigh-Ritz 法^[2], 引入正交函数系, 将光纤芯中的模式场 $R(r)$ 表示为

$$R(r) = \frac{\sqrt{2}}{a} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{J_m(\lambda_k r/a)}{J_m(\lambda_k)} \quad (6)$$

其中,

$$\lambda_k = \begin{cases} j_{1,k-1} & (m=0) \\ j_{m-1,k} & (m>0) \end{cases} \quad (7)$$

这里, $j_{k,l}$ 表示贝塞耳函数 $J_k(x)$ 的第 l 个正零点。系数 a_1, a_2, \dots, a_k , 的取值应使 $R(r)$ 的泛函 I 取极小值, 即对于所有的 k 值, 要求

$$\frac{\partial I}{\partial a_k} = \frac{2}{a^2} \sum_{l=1}^{\infty} a_l S_{kl} \equiv 0 \quad (8)$$

其中,

$$S_{kl} = (u^2 - \lambda_k^2) \delta_{kl} + \frac{2u J_{m-1}(u)}{J_m(u)} \quad (9)$$

而

$$u^2 = \frac{a}{a+2} a^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 (n_1^2 - \bar{\beta}^2); \delta_{kl} = 0 (k \neq l) \text{ 或 } 1 (k=l)$$

当方程组(8)(对所有的 k 值而言)的系数行列式 $\{S_{kl}\} \equiv 0$ 时, 可以求得系数 $a_1, a_2, \dots, a_N, \dots$ 的非零解, 从而得到由正交函数所构成的 $R(r)$ 的表达式。传播模式的电场大小为

$$E(r, \psi) = R(r) e^{jm\psi} \quad (10)$$

表达式(4)和(10)可以用来描述光纤出射端面处光场的分布规律, 这正是我们分析光纤出射光波的远场辐射即夫琅和费衍射的基本公式。

2 多模光纤出射光波的远场辐射的计算

2.1 假设和基本条件

光波满足夫琅和费衍射的条件^[3]是

$$z \gg (2\pi/\lambda) \cdot (x^2 + y^2)_{\max}/2$$

其中, z 为衍射观测屏与衍射源之间的距离, $(x^2 + y^2)_{\max}$ 表示衍射源的最大尺寸。本文所涉及的衍射源是光纤的出射光波, 所以 $(x^2 + y^2)_{\max} = a^2$ 。若纤芯半径 $a = 50\mu\text{m}$, 取光波长为 $0.8\mu\text{m}$, 那么, 只要 $z \gg 10\text{mm}$, 就可以满足夫琅和费衍射条件。

在图 1 所示的坐标系中, M 和 M' 点之间的距离 d 满足

$$d^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z^2$$

因为 $x^2 + y^2 \ll z^2$, 故略去 d 的展开式中的 x, y 的平方项, 得

$$d = d' - (xx' + yy')/z \quad (11)$$

其中

$$d' = (x'^2 + y'^2 + z^2)^{1/2}.$$

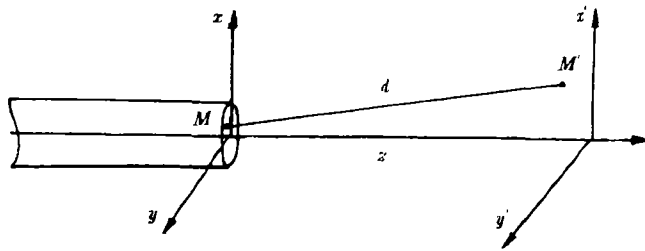


图 1 计算光纤端面夫琅和费衍射所采用的坐标系

在光纤出射端面和衍射观测屏上分别引入极坐标系 (r, ψ) 和 (r', ψ') , (11) 式成为

$$d = d' - rr'/z \cdot \cos(\psi - \psi') \quad (12)$$

且 $d' = (r'^2 + z^2)^{1/2}$ 。

2.2 衍射场分布的计算

利用夫琅和费标量衍射近似^[3], 光纤端面出射光波所形成的远场辐射分布如下:

$$E' = \frac{j}{\lambda_0 z} \int_0^a \int_0^{2\pi} E(r, \psi) e^{-jk_0 d} \cdot r dr \cdot d\psi = \frac{j}{\lambda_0 z} e^{-jk_0 d'} \int_0^a \int_0^{2\pi} E(r, \psi) e^{jk_0 rr'/z \cdot \cos(\psi - \psi')} \cdot r dr \cdot d\psi$$

由于光纤的回转对称性, 衍射场的分布应与方位角 ψ' 无关, 不妨取 $\psi' = 0$, 从而得到

$$E' = C \int_0^a \int_0^{2\pi} E(r, \psi) e^{jk_0 rr'/z \cdot \cos\psi} \cdot r dr d\psi \quad (13)$$

2.2.1 阶跃型光纤衍射场分布的计算

对于阶跃型折射率分布光纤, 出射端面上的光场分布用(4)式来表示, 因此

$$\begin{aligned} E' &= C \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{a}{u} \cdot \frac{K_m(w)}{J_m(u)} \cdot J_{m-1}\left(\frac{ur}{a}\right) e^{jm\psi} \cdot e^{jk_0 rr'/z \cdot \cos\psi} r dr d\psi \\ &= C \cdot \frac{K_m(w)}{J_m(u)} \cdot \int_0^a r J_{m-1}\left(\frac{ur}{a}\right) J_{m-1}\left(\frac{k_0 r'}{z} \cdot r\right) dr \end{aligned} \quad (14)$$

令 $u'/a = k_0 r'/z$, 当 $u \neq u'$ 时,

$$E' = C \cdot \frac{K_m(w)}{J_m(u)} \cdot \left[\frac{u J_{m-2}(u) J_{m-1}(u') - u' J_{m-2}(u') J_{m-1}(u)}{(u'/a)^2 - (u/a)^2} \right] \quad (15)$$

而当 $u \equiv u'$ 时,

$$E = C \cdot \frac{K_m(w)}{J_m(u)} \cdot \frac{a^2}{2} [J_{m-1}^2(u) + J_{m-2}^2(u) - \frac{2(m-1)}{u} J_{m-1}(u) J_{m-2}(u)] \quad (16)$$

这里,我们利用了有关贝塞尔函数的积分公式^[4]。

2.2.2 梯度型光纤衍射场分布的计算

与阶跃型折射率光纤的计算相类似, α 幂指数型梯度折射率分布光纤的夫琅和费衍射表达式为:

$$E' = C \cdot \frac{\sqrt{2}}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{J_m(\lambda_k)} \int_0^a r J_m\left(\frac{\lambda_k}{a} \cdot r\right) J_m(k_0 r' r/z) dr$$

当 $\lambda_k \neq u' = k_0 r' a/z$ 时,

$$E' = G J_{m-1}(u') r' \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{\lambda_k^2 - (u')^2} \right] \quad (17)$$

而当 $\lambda_k \equiv u'$ 时,

$$E' = C \cdot \frac{a}{2 \cdot k_0 \cdot z} \cdot \left[\sum_{k=1}^{\infty} a_k J_m(\lambda_k) \right] \quad (18)$$

这里,我们利用了 $J_{m-1}(\lambda_k) \equiv 0$ 这一条件。

从表达式(15)~(18)中可以看出, E' 是 u 的函数,而 u 又是传播常数 β 的函数,即对于不同的传播模式,电场分布 E' 是不相同的。由于在衍射场中,就包含单个模式的衍射效应,同时又有各个模式之间的互相干涉现象,致使光纤的远场辐射图案相当复杂。作为例子,本文只给出 $(0, l)$ 模的衍射场分布,而暂不考虑干涉效应的影响。

3 计算实例

利用前面给出的有关理论,我们分别计算了阶跃型和梯度型多模光纤的 $(0, l)$ 阶模的衍射场的分布。两根光纤的参数在表 1 中给出。

表 1 阶跃型和梯度型光纤参数

参数	阶跃型	梯度型
$a(\mu\text{m})$	50	50
n_1	1.46	1.46
n_2	1.42	1.42
α	∞	2.0
ρ	—	1.0

在梯度型光纤中, $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/2n_1^2 = 0.027$ 。取衍射屏半径为 20mm,将它放置在离光纤端面 80mm 的地方。计算发现,阶跃型光纤具有 28 个 $(0, l)$ 模,而梯度光纤具有 17 个 $(0, l)$ 模。计算出的光纤衍射分布曲线如图 2、图 3 所示。

图 2、3 中 I 的绝对值取决于(15)~(18)式中 C 的值;而我们所关心的应该是 I 的相对值。由于衍射场中靠近衍射屏中心的位置上光强比边缘大得多,不利于看出边缘的变化规律,所以我们分别从半径为 2mm 和 4mm 的地方开始描绘曲线。另外,图 2 中给出了两条曲线,分别表示半径为 2~12mm 和 12~20mm 的区域的衍射分布曲线,请注意两条曲线中 I 的比例尺的差异。

4 结论

本文通过应用多模光纤传播模式的光场分布的表达式,得出了阶跃型多模光纤和 α 幂指数型梯度多模光纤的出射光波的夫琅和费衍射分布的计算方法,通过给出两种光纤的衍射计

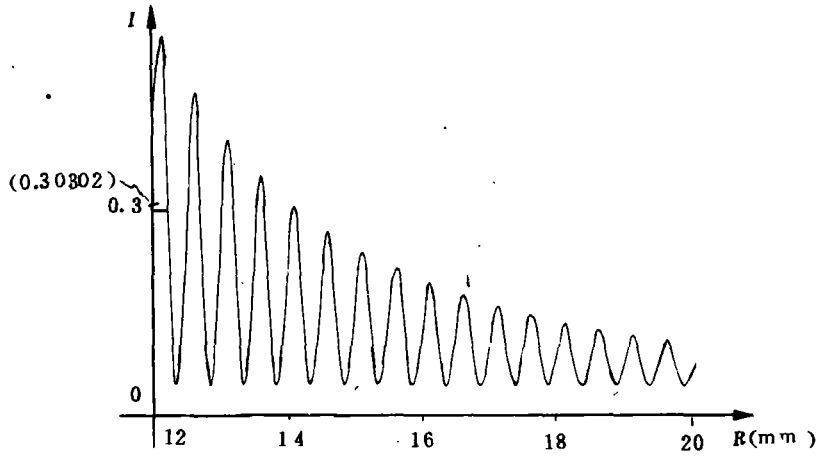
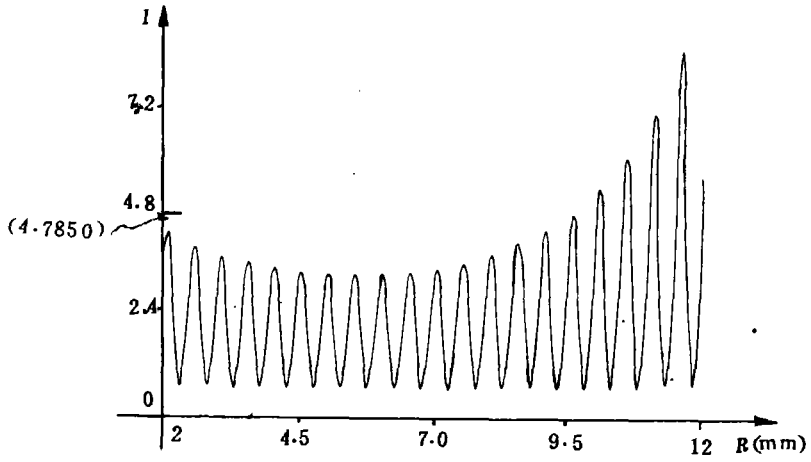


图2 阶跃光纤的衍射分布曲线

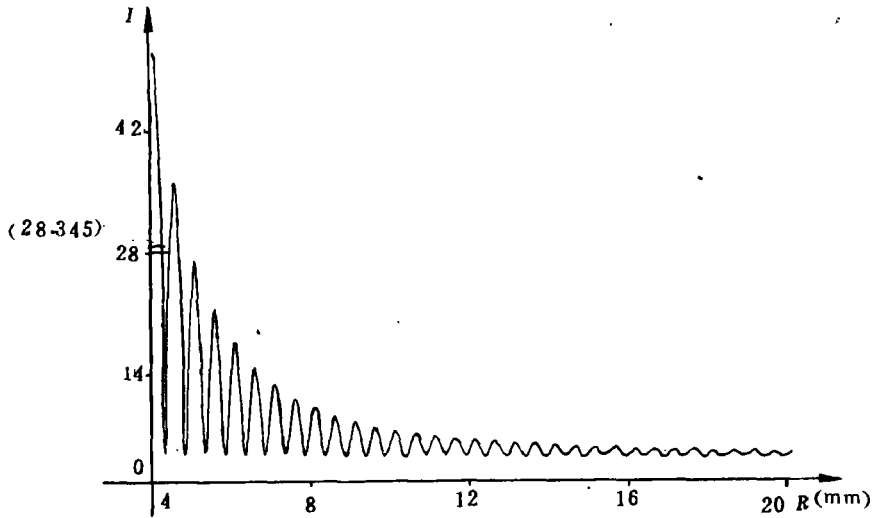


图3 梯度光纤的衍射分布曲线

算实例,证明了所得到的计算方法的正确性和可靠性。但是,由于多模光纤出射光波在远场的辐射图案既包含各个模式的衍射,同时又包含各个模式之间的相互干涉,致使图案相当复杂,所以很难找出单个模式的衍射图案,因此,无法直接比较远场辐射图案和单个模式的夫琅和费衍射图案。

参 考 文 献

- 1 大越孝敬等. 通信光纤. 刘时衡,梁民基译. 北京:人民邮电出版社,1990. 70
- 2 Okamoto K, Okoshi T. Analysis of Wave Propagation in Optical Fibers Having Core with α -Power Refractive-Index Distribution and Uniform Cladding. IEEE, MTT-24, 1976(7)
- 3 Goodman J W. 付里叶光学导论. 詹达三等译. 北京:科学出版社,1979. 67
- 4 刘颖. 圆柱函数. 北京:国防工业出版社,1975. 145

Analysis of Far-field Radiation from multimode Fibers

Hu Youli

Abstract From the propagation-mode field distribution in multimode fibers, a calculation method for Fraunhofer-diffraction distribution from step-index and α -power index fibers is proposed in this paper. Two calculation examples for these two kinds of fibers are given too.

Key words Fraunhofer-diffraction; multimode fibers; radiation specificity