DOI:10.13203/j.whugis1991.04.007

第16卷 第4期 武汉测绘科技大学学报 Vol.16 No.4
1991年 12月 Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping Dec. 1991

# 附加垂线偏差和大气折光参数的三维网平差问题

盛 乐 山

**摘 要**

本文探讨了附加垂线偏差和大气折光参数的三维网平差问题；运用$F$检验，引进$S$运算来选取垂线偏差附加参数，从而建立了合理的三维网平差函数模型。

【关键词】 三维网平差；垂线偏差；大气折光；$S$运算

## 1 引 言

大地测量中的实际观测值（方向、垂直角观测值）是以垂线方向为依据的，并受大气折光的影响。而平差所依据的是参考椭球面，参考椭球面的法线和垂线之差就是垂线偏差。对二维网平差而言，严格地讲方向观测值需加垂线偏差改正；同样，对三角高程测量，垂直角观测值需加垂线偏差和大气折光改正。但是，测站上的垂线偏差和测线上的大气折光系数都是未知的。所以，在低等测量中均未顾及垂线偏差改正。大气折光改正也只是依测区的地貌、大气条件取一个近似值。众所周知，在山区，垂线偏差数值较大（大的可达45″），并且变化无规律，如果忽略了此项改正，将对平差结果带来较大的影响。为此，可在三维网平差中，将垂线偏差和大气折光参数作为附加未知数纳入平差模型中，通过平差计算有效地消除垂线偏差和大气折光对观测值的影响，从而提高成果质量。

## 2 三维网平差的函数模型

三维网的观测元素包括：水平方向、天顶距（或垂直角）、斜距、水准高差等。三维网平差的未知数有：待定点坐标（$x$、$y$、$z$）、附加垂线偏差（$\xi$，$\eta$）和大气折光参数（$k$）。三维网平差在全球大地直角坐标系、局部空间直角坐标系、椭球大地坐标系等坐标系中进行。本文探讨在局部空间直角坐标系中，采用间接平差时的函数模型。然后，借助于坐标变

收稿日期：1991—01—08

* 本文得到了杨铨曾教授、刘志德副教授的指导，谨表谢意！

换，可以从一种坐标系变换到另一种坐标系中。

在三维网平差中，定义不含附加垂线偏差和大气折光参数的函数模型为原模型。对于原模型，观测值的误差方程式为：

$$\underset{m\times 1}{V_1} = \underset{m\times n}{A_1}\ \underset{n\times 1}{X_1} - \underset{m\times 1}{L_1} \quad \text{权阵}P \tag{1}$$

式中：$X_1$为待定点坐标矩阵。

为了消除垂线偏差和大气折光对观测值的影响，可在每个测站上纳入一组附加垂线偏差参数（ξ，η），每条测线上或每个测站上纳入一个附加大气折光参数（$k_C$），定义这样的三维网平差函数模型为扩展模型，此时观测值的误差方程式为：

$$\underset{m\times 1}{V_2} = \underset{m\times r}{A_2}\ \underset{r\times 1}{X_2} - \underset{m\times 1}{L_2} \quad \text{权阵为}P \tag{2}$$

式中：$X_2$为待定点坐标、附加垂线偏差和大气折光参数矩阵

在（2）式的模型中，并非纳入的每个附加垂线偏差和大气折光参数对观测值的影响都是显著的，为此还要进行假设检验，剔除影响不显著的附加垂线偏差和大气折光参数，我们定义这样的模型为最佳扩展模型。

# 3 附加垂线偏差参数的三维网平差

三维网平差中，严密的函数模型应该是每个测站上都纳入两个附加垂线参数（ξ、η）。然而，有的测站上垂线偏差数值较小，对该测站上的观测值无显著影响，若引进了这些数值很小的附加垂线偏差参数，反而会影响主参数（未知点的坐标）的精度。

## 3.1 附加垂线偏差参数的合理选取

1）模型的合理性检验：若已知平差定权时的先验方差$\sigma^2$，平差后的计算方差$S^2$，自由度$f=r$。则可用$\chi^2$检验模型的合理性，即有：

$$H_0:\ E(s^2)=\sigma^2 \qquad H_1:\ E(S^2)\neq\sigma^2$$

$$\chi^2(f)=\frac{fs^2}{\sigma_2}=\frac{V^TPV}{\sigma^2} \tag{3}$$

该检验对原模型来说，当$H_0$成立时，表示不应引入附加垂线偏差参数，应采用原模型；当$H_1$成立时，表示要引入附加垂线偏差参数，应采用扩展模型。对扩展模型而言，当$H_0$成立时，表示引入的附加垂线偏差参数是合理的；当$H_1$成立时，表示引入的附加垂线偏差参数是不合理的，需要进行调整。

$\chi^2$分布往往只给出自由度到30的分位值。而对三维网平差，自由度一般均大于30，所以还要寻求自由度大于30时$\chi^2$分位值的求法。

由〔1〕知$S$渐近于正态变量$N\left(\sigma\sqrt{1-\frac{1}{2r}},\ \frac{\sigma}{\sqrt{2r}}\right)$，因$\frac{rs^2}{\sigma^2}$为$\chi^2$变量，自由度为$r$，故$S$为$\sqrt{\frac{\sigma^2\chi^2}{r}}$变量，所以

$$\sqrt{\frac{\sigma^2\chi^2}{r}} \xrightarrow[1\to\infty]{} N\left(\sigma\sqrt{1-\frac{1}{2r}},\ \frac{\sigma}{\sqrt{2r}}\right)$$

亦即有：

$$\sqrt{2\chi^2}-\sqrt{2r-1} \xrightarrow[r\to\infty]{} N\cdot(0,\ 1) \tag{4}$$

由实际算可知，当$r>30$时，给定$\alpha$则有：

$$\sqrt{2\chi^2}-\sqrt{2r-1}\approx u_\alpha \tag{5}$$

式中$u_\alpha$为$\alpha$的分位值，所以有：

$$\frac{1}{2}\chi_\alpha^2=(u_\alpha+\sqrt{2r-1})^2 \tag{6}$$

由（6）式就可求得当$r>30$时$\chi_\alpha^2$的值。计算表明，它与实际查表值之差小于1％。

2）一组附加垂线偏差参数期望是否为零的检验：经过模型合理性检验决定采用扩展模型后，并不表明引入的每组附加垂线偏差参数都是合理的。因而还需对每组附加垂线偏差参数的影响显著性进行检验，从而剔除影响不显著的附加垂线偏差参数，得到最佳扩展模型。

对于一组正交或近似正交的附加参数，可进行逐个一维$t$检验[2]。但是，一组附加垂线偏差参数（ξ、η）是相关的，采用$t$检验可能导致错误的结论。此时，可对相关的一组附加垂线偏差参数采用多维的$F$检验[2]。即有：

$$H_0:\ E(\hat{a})=0\quad,\ H_1:\ E(\hat{a})\neq 0$$

中式：$\hat{a}_{k,i}=[\hat{a}_{i+1}\ \ \hat{a}_{i+2}\ \cdots\cdots,\ \hat{a}_{i+k}]^T$

统计量：
$$F=\frac{\hat{a}\,Q^{-1}_{\hat{a}\hat{a}}\,\hat{a}^T}{KS^2} \tag{7}$$

为$r_1=k$，$r^2=n-u$的$F$变量

在置信度$\alpha$上求得$F_\alpha$。若$F_{k,n-u}<F_\alpha$，原假设$H_0$成立，说明该组附加垂线偏差参数影响是不显著的，应从模型中剔除；若$F_{k,n-u}>F_\alpha$，备选假设$H_1$成立，说明该组附加垂线偏差参数影响是显著的，应在模型中保留。

对附加垂线偏差参数检验，我们将（ξ、η）作为一组附加参数，亦即$k=2$，$r=n-u$。当$n-u>45$时，可以认为$F_\alpha$是常数。

### 3.2 扫描运算及其在附加垂线偏差参数检验中的应用

当对一组附加垂线偏差参数（ξ、η）影响显著性检验后，证明影响不显著时，要从模型中剔除该组附加垂线偏差参数。此时，一般采用如下两种算法。

a、剔除一组附加参数后，重新组成误差方程和法方程，重新进行平差计算；

b、不再组成误差方程和法方程，而是采用扫描运算（简称$S$运算）[4]来实现。

采用后一种方法不需重新组成误差方程和法方程，也不需对法方程系数矩阵求逆，从而大大地减少了计算的工作量。以下就探讨采用后一种方法的算法。

1）剔除一组附加参数后的法方程

设间接平差的误差方程为：

$$\underset{m\times1}{V}=\underset{m\times n}{A}\ \underset{n\times1}{X}-\underset{m\times1}{L} \tag{8}$$

法方程为：

$$\underset{n\times n}{N}\ \underset{n\times1}{X}-\underset{u\times1}{W}=0 \tag{9}$$

令：$X_1=[x_1、x_2\cdots\cdots、x_{n-1}]^T$，$X_2=[x_n]$

则（9）式可写成分块形式，即：

$$\begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix}=0 \tag{10}$$

为了讨论问题方便，不妨设剔除的附加参数为$x_n$（如剔除的附加参数为$x_i$，则可将$x_i$与$x_n$进行换行），即令$a_{in}=0$，则剔除$x_n$后的法方程为：

$$\begin{pmatrix} N_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} W_1 \\ 0 \end{pmatrix}=0 \tag{11}$$

这说明剔除一个附加参数，相当于在该法方程增广矩阵中划去该参数所在的行和列。不难证明，此结论可推广到剔除一组附加参数后的一般情形。

2）$S$运算[4]

有$n$阶方阵$A=(a_{ij})_{n\times n}$，以$a_{ii}$为枢轴的运算记为$S_iA$，定义为一个新方阵$B=(b_{ij})_{n\times n}$，其中：

$$b_{jk}=a_{jk}-a_{ik}\cdot a_{ji}/a_{ii} \qquad (j\neq i,\ k\neq i) \tag{12a}$$

$$b_{ji}=-a_{ji}/a_{ii} \qquad (j\neq i) \tag{12b}$$

$$b_{ij}=a_{ij}/a_{ii} \qquad (j\neq i) \tag{12c}$$

$$b_{ii}=1/a_{ii} \tag{12d}$$

这里显然假定了$a_{ii}\neq0$，我们称$a_{ii}$为枢轴。直接从定义出发，不难证明$S$运算有如下两条性质：

$$a:\ S_i\cdot S_jA=S_j\cdot S_iA \tag{13a}$$

$$b:\ S_i\cdot S_iA=A \tag{13b}$$

定理1：设n阶方阵$A$分块为：

$$A=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \tag{14}$$

其中：$A_{11}$为$r$阶可逆方阵，则：

$$S_1S_2\cdots\cdots S_rA=B \tag{15}$$

这里：

$$B=\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} A_{11}^{-1} & A_{11}^{-1}A_{12} \\ -A_{21}A_{11}^{-1} & A_{22}-A_{21}A_{11}^{-1}A_{12} \end{pmatrix} \tag{16}$$

证明从略。

定理2：设$1\leqslant C_1\leqslant C_2\cdots>C_p\leqslant t$，若对所定义的$A$阵地施以$S$运算$S_{C_1}S_{C_2}\cdots S_{C_P}A$，则后者的结构为：$C_1C_2\cdots C_P$行和列所构成的方阵为$A$中相应方阵之逆。

3）$S$运算在附加垂线偏差参数检验中的应用

由（9）式可知：

$$X=N^{-1}W \tag{17}$$

我们将$N$、$W$进行分解得：

$$N=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{1i} & A_{12} \\ A_{i1} & A_{ii} & A_{i2} \\ A_{21} & A_{2i} & A_{22} \end{pmatrix} \qquad W=\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_2 \end{pmatrix} \tag{18}$$

设：通过检验要剔除附加参数$x_i$，此时由1），定理1，定理2及$S$运算定义的性质可知：只要在$N^{-1}$方阵上施以一个$S$运算$S_iN^{-1}$，即可求出剔除$x_i$后的平差值$\chi'$，即：

$$X'=s_iN^{-1}W$$

很显然，采用$S$运算比重新组成误差方程和法方程，重新平差的方法大大地减少了计算的工作量。

4）算例

附加垂线偏差参数影响显著性检验的一般步骤是：

a、对三维网用原模型平差，并作模型合理性检验。若模型合理，则认为观测值受垂线偏差影响不显著；否则，应考虑采用扩展模型；

b、采用扩展模型平差，并作$F$检验，采用$S$运算剔除影响不显著的附加垂线偏差参数，得到最佳扩展模型。

本文以一实际三维网[4]（该三维网共有27个点，其中6个为已知点，平均边长$\overline{S}=2000$m，平均垂直角$\overline{B}=8^{0}$）的模拟观测值为例，在每一测站上引入一组附加垂线偏差参数（$\xi$、$\eta$）。分别用原模型、扩展模型进行平差，并运用$F$检验剔除影响不显著的附加垂线偏差参数，得到扩展模型。平差结果列于表1、表2中。分析所得结果可知：

当观测值受垂线偏差影响时，应在三维网平差函数模型中纳入附加垂线偏差参数，采用扩展模型。采用扩展模型平差时的点位精度比原模型有明显的提高(提高了约25%)。但是，在扩展模型中并非纳入的每个附加垂线偏差参数的影响都是显著的，此时还要对每组附加垂线偏差参数进行上述的$F$检验，以剔除影响不显著的附加垂线偏差参数，获得最佳扩展模型，此时无论是点位精度，还是附加垂线偏差参数精度都比扩展模型高，（提高了约10%），达到了“最佳值”。

## 4 附加大气折光参数的三维网平差

大气折光对垂直观测值影响是不可忽略的。按测区地貌类型、大气条件的不同，大气折光系数$K_C$一般为0.09～0.16之间[3]。在三角高程测量中，通常按测区地貌类型、大气条件的不同选取某一个折光系数对垂直角观测值加以改正。在三维网平差中，可将大气折光系数作为一个附加未知参数包含在模型中，通过平差计算自行消除大气折光对垂直角观测的影响。

由于外界条件是千变万化的，因而，严格的三维网平差函数模型应是每一个垂直角观测值纳入一个附加大气折光参数。然而，这样做由于附加参数较多，一方面容易使法方程产生

**表 1** （单位：mm）

| 点号 | 原模型 | | | | 扩展模型 | | | | 最佳扩展模型 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $m_x$ | $m_y$ | $m_z$ | $m$ | $m_x$ | $m_y$ | $m_z$ | $m$ | $m_x$ | $m_y$ | $m_z$ | $m$ |
| 7 | 6.09 | 5.56 | 8.12 | 11.57 | 2.97 | 2.72 | 5.50 | 6.82 | 2.95 | 2.69 | 5.34 | 6.67 |
| 8 | 7.63 | 7.95 | 10.43 | 15.18 | 3.83 | 3.93 | 9.65 | 11.10 | 3.76 | 3.87 | 8.56 | 10.12 |
| 9 | 7.00 | 6.05 | 8.58 | 12.63 | 3.43 | 2.96 | 7.45 | 8.72 | 3.40 | 2.93 | 5.64 | 7.21 |
| 10 | 5.19 | 6.25 | 6.66 | 10.50 | 2.52 | 3.04 | 5.01 | 6.38 | 2.50 | 3.02 | 4.64 | 6.07 |
| 11 | 7.42 | 7.58 | 9.10 | 13.98 | 3.64 | 3.71 | 7.48 | 9.10 | 3.59 | 3.67 | 5.94 | 7.85 |
| 12 | 7.82 | 7.65 | 10.28 | 15.01 | 4.04 | 3.97 | 8.77 | 10.44 | 3.89 | 3.86 | 7.08 | 8.95 |
| 13 | 6.45 | 6.20 | 8.76 | 12.53 | 3.14 | 3.01 | 5.70 | 7.17 | 3.11 | 2.99 | 5.40 | 6.91 |
| 14 | 9.19 | 9.74 | 14.20 | 19.52 | 4.49 | 4.81 | 12.48 | 14.11 | 4.44 | 4.71 | 8.54 | 10.71 |
| 15 | 8.55 | 7.77 | 9.95 | 15.25 | 4.16 | 3.79 | 8.54 | 10.23 | 4.13 | 3.76 | 8.31 | 10.01 |
| 16 | 5.59 | 6.41 | 6.77 | 10.89 | 2.73 | 3.13 | 5.06 | 6.55 | 2.71 | 3.10 | 4.96 | 6.45 |
| 17 | 6.72 | 7.27 | 9.73 | 13.88 | 3.28 | 3.57 | 6.95 | 8.47 | 3.25 | 3.53 | 6.39 | 7.99 |
| 18 | 5.88 | 6.28 | 8.51 | 12.10 | 2.87 | 3.07 | 5.94 | 7.27 | 2.84 | 3.04 | 5.33 | 6.76 |
| 19 | 6.43 | 6.96 | 9.34 | 13.31 | 3.25 | 3.49 | 7.70 | 9.06 | 3.16 | 3.41 | 6.28 | 7.82 |
| 20 | 6.38 | 6.15 | 8.30 | 12.15 | 3.18 | 3.05 | 6.04 | 7.48 | 3.14 | 3.01 | 4.62 | 6.34 |
| 21 | 6.85 | 6.21 | 9.10 | 12.97 | 3.36 | 3.08 | 7.08 | 8.42 | 3.32 | 3.05 | 5.91 | 7.43 |
| 22 | 5.60 | 5.09 | 6.75 | 10.14 | 2.73 | 2.48 | 5.48 | 6.61 | 2.71 | 2.46 | 4.82 | 6.05 |
| 23 | 4.84 | 4.39 | 6.12 | 8.95 | 2.36 | 2.14 | 4.60 | 5.60 | 2.34 | 2.12 | 4.41 | 5.42 |
| 24 | 5.40 | 5.59 | 7.06 | 10.50 | 2.65 | 2.73 | 5.69 | 6.84 | 2.63 | 2.71 | 5.34 | 6.53 |
| 25 | 5.69 | 5.39 | 7.42 | 10.79 | 2.79 | 2.63 | 6.18 | 7.28 | 2.76 | 2.61 | 5.82 | 6.94 |
| 26 | 6.00 | 6.63 | 10.05 | 13.15 | 2.93 | 3.27 | 7.19 | 8.43 | 2.90 | 3.22 | 6.18 | 7.55 |
| 27 | 6.64 | 7.05 | 9.71 | 13.71 | 3.26 | 4.47 | 6.84 | 8.33 | 3.22 | 3.43 | 6.38 | 7.93 |
| | | | | | | | | | | | | |
| $\overline{m}$ | 6.54 | 5.58 | 8.81 | 12.81 | 3.22 | 3.24 | 6.92 | 8.31 | 3.18 | 3.20 | 5.99 | 7.51 |
| $m$(max) | 9.19 | 9.74 | 14.20 | 19.52 | 4.49 | 4.81 | 12.48 | 14.11 | 4.44 | 4.71 | 8.56 | 10.71 |

表 2　　（单位：秒）

| 点号 | 垂线编差理论值 |  | 扩展模型 |  |  |  | 最佳扩展模型 |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  | ξ | η | ξ | η | $m_\xi$ | $m_\eta$ | ξ | η | $m_\xi$ | $m_\eta$ |
| 1 | 4.50 | 6.40 | 2.72 | 4.85 | 1.63 | 1.41 | 2.85 | 5.36 | 1.60 | 1.31 |
| 2 | 5.60 | 6.10 | 7.16 | 8.34 | 1.26 | 1.32 | 7.09 | 8.42 | 1.18 | 1.29 |
| 3 | 9.40 | 5.30 | 9.17 | 6.83 | 1.32 | 1.16 | 9.34 | 7.00 | 1.29 | 1.14 |
| 4 | 0.20 | 0.40 | −0.73 | 0.94 | 1.39 | 1.51 |  |  |  |  |
| 5 | 7.30 | 6.30 | 8.05 | 7.05 | 1.76 | 1.41 | 8.36 | 6.74 | 1.71 | 1.35 |
| 6 | 4.00 | 5.60 | 4.43 | 5.64 | 1.49 | 1.28 | 4.44 | 6.25 | 1.46 | 1.21 |
| 7 | 3.60 | 4.20 | 5.59 | 5.95 | 1.02 | 1.43 | 5.55 | 6.14 | 1.00 | 1.41 |
| 8 | 1.10 | 0.30 | 3.22 | −1.35 | 1.10 | 1.66 | 3.20 | 1.37 | 1.05 | 1.64 |
| 9 | 5.10 | 3.10 | 7.35 | 4.13 | 1.83 | 1.11 | 6.39 | 3.92 | 1.73 | 1.07 |
| 10 | 3.20 | 7.30 | 6.01 | 8.07 | 2.07 | 1.23 | 5.60 | 8.75 | 2.03 | 1.15 |
| 11 | 7.20 | 5.60 | 3.78 | 3.66 | 3.98 | 2.05 | 5.64 | 4.34 | 0.44 | 0.87 |
| 12 | 4.30 | 4.30 | 4.35 | 2.46 | 1.11 | 1.61 | 4.41 | 2.37 | 1.09 | 1.56 |
| 13 | 0.60 | 1.60 | 0.32 | 0.84 | 1.21 | 1.03 |  |  |  |  |
| 14 | 0.70 | 0.50 | −1.06 | 0.14 | 1.51 | 1.12 |  |  |  |  |
| 15 | 4.80 | 7.10 | 3.49 | 8.30 | 1.17 | 1.99 | 3.49 | 8.60 | 1.15 | 1.95 |
| 16 | 3.70 | 3.00 | 4.54 | 2.56 | 1.65 | 1.48 | 4.90 | 2.91 | 1.62 | 1.45 |
| 17 | 6.30 | 4.60 | 5.17 | 4.55 | 0.96 | 0.82 | 5.39 | 4.40 | 0.90 | 0.80 |
| 18 | 6.60 | 4.00 | 7.13 | 4.17 | 1.11 | 1.08 | 7.00 | 4.12 | 1.04 | 1.05 |
| 19 | 3.30 | 4.10 | 2.77 | 1.04 | 0.85 | 1.00 | 2.73 | 0.89 | 0.83 | 0.98 |
| 20 | 4.10 | 6.00 | 3.07 | 4.06 | 1.05 | 1.02 | 3.24 | 3.54 | 1.01 | 0.97 |
| 21 | 0.40 | 0.10 | 0.18 | 0.81 | 1.05 | 0.93 |  |  |  |  |
| 22 | 0.50 | 1.10 | 0.90 | 2.56 | 0.98 | 0.88 | 0.68 | 2.87 | 0.95 | 0.83 |
| 23 | 5.60 | 4.30 | 5.77 | 4.56 | 0.96 | 1.07 | 5.86 | 4.88 | 0.94 | 1.04 |
| 24 | 3.10 | 6.10 | 1.34 | 6.39 | 0.97 | 0.95 | 1.31 | 6.45 | 0.95 | 0.93 |
| 25 | 0.10 | 0.40 | 0.40 | 0.75 | 0.86 | 1.03 |  |  |  |  |
| 26 | 5.20 | 5.55 | 4.48 | 3.60 | 0.86 | 0.79 | 4.33 | 3.50 | 0.84 | 0.77 |
| 27 | 4.20 | 6.10 | 4.34 | 3.22 | 0.78 | 0.96 | 4.41 | 3.41 | 0.77 | 0.93 |
| 平均值 | 3.88 | 4.05 | 3.64 | 3.85 | 1.33 | 1.23 | 3.93 | 3.83 | 1.11 | 1.10 |

病态，甚至不可解；另一方面容易引起过渡参数化，影响主参数的精度。因此，在实际工作中，通常视实际情形的不同，采用如下三种方式选取附加大气折光参数：1）全网纳入一个附加大气折光参数；2）每个测站纳入一个附加大气折光参数：3）按地貌、大气条件的不同对全网进行分区，在每个区内纳入一个附加大气折光参数。

以上述试验网为例，分别采用以下三种模型进行模拟计算：

a、在每个测站上引进不同的大气折光系数（数值在0.09～0.16之间）。平差时的函数模型分别采用每个测站纳入一个附加大气折光参数和全网纳入一个附加大气折光参数。

b、将全网分三区，不同的区内引进不同的大气折光系数。平差函数模型分别采用全网分三区，在每个区内纳入一个附加大气折光参数和全网纳入一个附加大气折光参数。

模拟计算结果列入表3中。分析这些计算结果可知：

**表 3**

| 实际大气折光模型 | 平差大气折光模型 | 理论值 | 平差值 | 大气折光系数平差值精度 | $\overline{m}_x$ | $\overline{m}_y$ | $\overline{m}_z$ | $\overline{m}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 每站一个 | 每站一个 | | | 0.031（均值） | 2.78 | 2.80 | 5.21 | 6.55 |
| | 全网一个 | | | 0.004（均值） | 2.85 | 2.87 | 3.84 | 5.59 |
| 全网分三区 | 全网分三区 | 0.09<br>0.13<br>0.16 | 0.085<br>0.153<br>0.174 | 0.010<br>0.009<br>0.007 | 2.84 | 2.86 | 4.03 | 5.71 |
| | 全网一个 | 同上 | 0.147 | 0.004 | 3.08 | 3.10 | 4.15 | 6.04 |
| 全网一个 | 全网一个 | 0.13 | 0.133 | 0.004 | 2.85 | 2.87 | 3.84 | 5.58 |

a、当每个测站上的大气折光系数不同时，严密的三维网平差函数模型应是每个测站纳入一个附加大气折光参数。但此时的平差结果对平面位置精度，与全网纳入一个附加大气折光参数时的情形几乎相同，高程精度却降低了约25%。这是因为纳入的附加参数多了，反而影响了主参数的平差精度；

b、当全网分三区，每个区内大气折光系数不同时。严密的三维网平差函数模型应是在每个区内纳入一个附加大气折光参数。此时的平差结果比全网纳入一个大气折光参数的情形略为好点，但两者相差不大；

c、当全网的大气折光系数相同时，三维网平差的函数模型也应为全网纳入一个附加大气折光参数。此时，通过平差计算可以较好地消除大气折光对垂直角观测值的影响。

根据上述分析结果，笔者建议：

a、对一个三维网而言，特别是当网的面积较小时，测区的地貌、大气条件几乎相同，大气折光系数数值相差不大，不宜采用每站纳入一个附加大气折光参数这一函数模型；

b、根据实际情况，当测区不太大，且地貌、大气条件相差不大时，采用全网纳入一个附加大气折光参数这一函数模型，可以较好地消除大气折光对垂直角观测值的影响；

c、当三维网的面积较大，且测区地貌、大气条件变化较大时，可根据测区地貌、大气

条件，将三维网进行分区，在每个区内纳入一个附加大气折光参数，这样可以较好地消除大气折光对垂直角观测值的影响，但一定要注意分区不宜过多。

## 参 考 文 献


〔1〕 李庆海．概率统计原理在测量平差中的应用．测绘出版社，北京：1984

〔2〕 李德仁．（摄影）测量系统的误差处理和可靠性理论（讲义）．武汉测绘学院，1985

〔3〕 杨铨曾．控制测量学（讲义）．武汉测绘学院，1981

〔4〕 陈希孺．近代实用回归分析．南宁：广西人民出版社，1984

〔5〕 盛乐山．三维网精度分析．浙江测绘，1990（4），1991（1）


# Three Dimension Network Adjustment Problems of Additional Vertical's Deflection and Atmospheric Refraction Parameters


*Sheng Leshan*



**Abstract**

In this paper, it is discussed that the three dimension network adjustment problems of additional vertical's deflection and atmospheric refraction parameters. Using the F test and scanning calculate to select the additional parameters of vertical's deflection, and the rational function model of three dimension network adjustment was given.



**【Key Words】** three dimension network adjustment; vertical's deflectioni; atmospheric refraction scanning calculate