

# 利用LAU效应测定干涉滤光片的中心透过率波长值

余飞鸿 梁荫中

## 摘 要

本文提出一种利用LAU效应测定干涉滤光片中心透过率波长值的理论和实验方法,这一方法不但具有精度高、装置简单、方法简便等优点,而且由该方法所获得的实验结果,可以作为当前有关平面周期物体LAU效应新理论的一种实践检验。

**【关键词】** LAU效应; 干涉滤光片; 交叉谱密度函数

## 1 引 言

LAU效应是用扩展白光光源照明一个双光栅系统,在无穹远处所观察到的一种光干涉现象,由E. Lau最先提出。若在双光栅系统的后方置一会聚透镜,当双光栅系统的参数满足一定条件时,则在该透镜的后焦面上可观察到目视互补高对比度的彩色条纹,称为LAU像。近几年来,由于白光信息处理方法和技术发展的需要,国内外有关LAU效应的理论和应用研究不断有新的报导<sup>[1][2][3][4][5]</sup>。人们采用各种数理模型、从不同的学术观点、对不同结构的光栅所产生的LAU像的形成条件及过程进行深入的理论分析研究,并且开始试用LAU效应测量位相物体的位相分布<sup>[7][8][9]</sup>,测量玻璃的折射率<sup>[10]</sup>,莫尔等高测量<sup>[11]</sup>,透镜焦距测量<sup>[12]</sup>,非相干光空间滤波<sup>[13]</sup>, $\theta$ 调制的解码<sup>[14]</sup>等等。然而,大部分的研究仅局限于一维光栅的LAU效应。为了进一步寻求更普遍的数理模型和拓宽研究范围,我们选择了具有任意夹角的二维光栅或二维周期结构物体作为研究对象(以下简称平面周期物体),从部分相干光理论中的交叉谱密度函数的概念出发,导出了一套分析平面周期物体的LAU效应的理论公式<sup>[6]</sup>。本文是在这个理论成果的基础上,提出了一种利用LAU效应来测定干涉滤光片中心透过率波长值的方法,并给出了实验结果。其意义不仅在于提供一种基于部分相干原理测量波长的新方法,而且还可以作为对交叉谱密度函数概念引进平面周期物体LAU效应所推演出来的理论结果的实验例证之一。

收稿日期:1991-04-10

## 2 平面周期物体的LAU效应理论

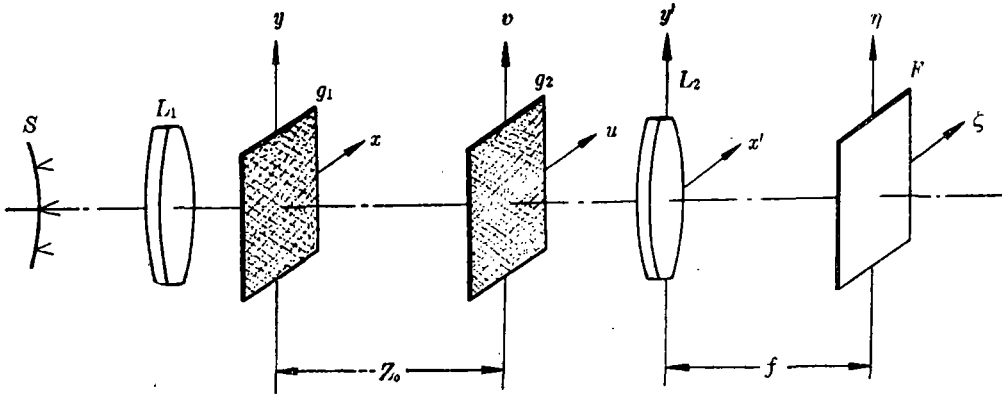


图 1

图 1 是平面周期物体 LAU 效应成像系统的示意图。用扩展白光光源  $S$  通过会聚透镜  $L_1$  “成像照明”于平面周期物体  $g_1$  上，经  $g_1$  调制的光波通过另一平面周期物体  $g_2$  并在会聚透镜  $L_2$  的后焦面上形成 LAU 像。实验表明，LAU 像结构的周期和颜色，随两平面周期物体之间的距离  $Z_0$  而变化，LAU 像是否清晰，不但与  $Z_0$  有关，而且与两平面周期物体的结构特点有关，两者互相制约。这里只着重讨论平面周期物体清晰 LAU 像的形成条件，指出单色清晰 LAU 像的结构参数与波长的关系，并把它应用于未知波长的间接测量。

设两平面周期物体  $g_1$  和  $g_2$  的结构完全相同，其二维结构在两个方向上的周期常数分别为  $d_1$  和  $d_2$ ，这两种周期方向之间的夹角为  $2\theta$ 。根据卷积理论<sup>[15]</sup>，这两个周期物体 ( $g_1$  或  $g_2$ )，均可用  $g(x, y)$  表示，其数学表达式为：

$$g(x, y) = g_c(x, y) ** \text{comb}\left(\frac{\sin\theta}{d_1}x - \frac{\cos\theta}{d_1}y, \frac{\sin\theta}{d_2}x - \frac{\cos\theta}{d_2}y\right) \quad (1)$$

其中  $g_c(x, y)$  是平面周期物体的基元象素透过率（或单胞透过率）， $\theta$  是两周期方向夹角  $2\theta$  的一半（由  $x$  轴平分）， $\text{comb}$  表示梳状函数， $**$  表示二维卷积。

由于 LAU 效应使用的是扩展白光光源，而且  $g_1$  和  $g_2$  又是二维结构物体，系统中的光场结构和相干性质十分复杂，我们应用部分相干理论中交叉谱密度函数的概念<sup>[16]</sup>，对图 1 光学系统中光场性质进行了定量的分析，经过详细的推导<sup>[6]</sup>，得到了一个描述透镜  $L_2$  后焦面上的光强分布  $I(\zeta, \eta)$  的数学表达式：

$$I(\zeta, \eta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{mn} B_{mn} \cdot \exp\left\{j\pi \frac{\lambda Z_0}{d_1 d_2 R_1 R_2} (m^2 R_1^2 + n^2 R_2^2 - 2mnR_1 R_2 \cos 2\theta)\right\} \cdot \exp\left\{-jk\left[\left(\frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2}\right)\lambda Z_0 \sin\theta \zeta + \left(-\frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2}\right)\lambda Z_0 \cos\theta \eta\right]/f\right\} \quad (2)$$

其中  $R_1, R_2$  是使  $R_1 d_1 = R_2 d_2$  成立的最小整数， $C_{mn}$  和  $B_{mn}$  分别为：

$$C_{mn} = G_c \left\{ \left( \frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \sin\theta, \left( -\frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \cos\theta \right\}^{**} G_c^* \left\{ -\left( \frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \sin\theta, -\left( -\frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \cos\theta \right\} \quad (3)$$

$$B_{mn} = \iint dudv g_2(u, v) g_2^* \left\{ u + \left( \frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \lambda Z_0 \cos\theta, V + \left( -\frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \lambda Z_0 \cos\theta \right\} \cdot \exp \left\{ j\pi \left( \left( \frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \sin\theta u + \left( -\frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \cos\theta v \right) \right\} \quad (4)$$

其中 $G_c$ 是 $g_c$ 的傅里叶变换,  $G_c^*$ 及 $g_2^*$ 分别为 $G_c$ 及 $g_2$ 的复共轭。

式(2)所描述的光强分布并非在任何情况下都与平面周期物体的结构相似, 这表明要在 $L_2$ 的后焦面上获得清晰的LAU像是有条件的, 它归结为对式(2)中二次位相因子的消除和 $B_{mn}$ 因子的化简, 我们以此作为确定平面周期物体LAU成像条件的依据, 并求得如下成像条件:

$$Z_0 = 2\alpha' \frac{d_1 d_2 R_1 R_2}{\lambda} \quad \alpha' \text{ 为整数} \quad (5)$$

$$2\alpha' R_1 R_2 \cos 2\theta = L \quad 0 \leq L \leq 2\alpha' R_1 R_2 - 1 \quad (6)$$

$L$ 是正整数

即只有同时满足式(5)和(6)的条件下, 才可得精确的LAU像, 我们特将式(5)和(6)分别称为LAU间距条件和角度限制条件。若将式(5)和式(6)代入式(2)和式(4)中, 则式(2)中的二次因子变为+1, 式(4)中的 $B_{mn}$ 因子则化成

$$B_{mn} = C_{mn}^* \quad (7)$$

其中 $C_{mn}^*$ 是 $C_{mn}$ 的复共轭。于是光强分布公式(2)化成:

$$I(\zeta, \eta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_{mn}|^2 \cdot \exp \left\{ -jk \left( \left( \frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \cdot \lambda Z_0 \sin\theta \zeta + \left( -\frac{m}{d_1} + \frac{n}{d_2} \right) \lambda Z_0 \cos\theta \eta \right) / f \right\} \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_{mn}|^2 \cdot \exp \left\{ -jk \left( \left( \frac{m}{D_1} + \frac{n}{D_2} \right) \lambda \sin\theta \zeta + \left( -\frac{m}{D_1} + \frac{n}{D_2} \right) \lambda \cos\theta \eta \right) \right\} \quad (8)$$

$$\text{其中} \quad D_1 = d_1 f / Z_0 \quad (9)$$

$$D_2 = d_2 f / Z_0 \quad (10)$$

式(8)正是我们所预期的精确LAU像, 且 $D_1$ 及 $D_2$ 分别对应于LAU像结构的两个周期方向

的周期常数。由此可见，把式（5）和式（6）作为平面周期物体LAU成像条件是合理的。另外，我们还可以看到，角度限制条件式（6）是受LAU间距条件中的倍率因子 $\alpha'$ 限制的，两个条件互相制约，这恰与实际情况相符。因此我们可以应用式（5）和式（6）从理论上对下述情况进行预测：

（1）当两平面物体 $g_1$ 和 $g_2$ 的距离 $Z_0$ 满足式（5）时，则可预测具有哪些周期方向夹角的平面周期物体可以产生清晰的LAU像。

（2）当平面物体两周期方向的夹角 $2\theta$ 满足式（6）时，可由此式估算出 $\alpha'$ 值，从而可以预测 $Z_0$ 应取哪些数值，才能观察到清晰的LAU像。

### 3 测波长的基本原理

在平面周期物体LAU效应实验系统图1中，若在光源与成像面 $F$ 之间的任意位置上，共轴地插入一待测干涉滤波片，当LAU角度限制条件得到满足，而且LAU间距条件也满足式（5）时，则在透镜 $L_2$ 的后焦面上可得到清晰的LAU像。设该LAU像的两方向周期常数分别为 $D_1$ 和 $D_2$ ，则由式（9）式（10）和式（5）可得：

$$D_1 = \frac{d_1 f}{Z_0} = \frac{\lambda f}{2\alpha' d_2 R_1 R_2} \quad (11)$$

$$D_2 = \frac{d_2 f}{Z_0} = \frac{\lambda f}{2\alpha' d_1 R_1 R_2} \quad (12)$$

若选用两个方向都有相同结构周期的平面物体，即 $d_1 = d_2 = d$ ，则 $D_1 = D_2 = D$ ，且 $R_1 = R_2 = 1$ ，则由式（11）和式（12）可得：

$$\lambda = KD \quad (13)$$

其中 $K = 2\alpha' d/f$ 是和LAU成像装置有关的一个常数。于是我们就找到了一个有关成像光波的波长 $\lambda$ 与LAU像的周期常数 $D$ 的简单关系式。当 $K$ 值确定以后，只需测量LAU像的周期 $D$ 就可以求得成像光波的波长 $\lambda$ 。根据式（13）及平面周期物体LAU效应理论， $K$ 值的确定有两种方法：

（1）可根据角度限制条件先确定 $\alpha'$ ，然后测量平面周期物体的周期常数 $d$ ，并测量透镜 $L_2$ 的焦距 $f$ ，由 $K = 2\alpha' d/f$ 求出 $K$ 值。

（2）可利用一已知波长 $\lambda_0$ 的光波来成像，调节两平面周期物体的间距 $Z_0$ ，使 $L_2$ 后焦面上LAU像的对比度最佳，亮度最亮，测出对应于 $\lambda_0$ 的LAU像的周期常数 $D_0$ ，由 $K = \lambda_0/D_0$ 求出 $K$ 值。

两种方法可以互相校验，并通过多次测量来建立一个标准测量系统的 $K$ 值。

### 4 实验结果及讨论

我们所选用的平面周期物体，是具有正六边形单胞结构的网络光栅，其两方向周期常数 $d_1 = d_2 = d = 0.2727\text{mm}$ ，且 $2\theta = 60^\circ$ ，其局部放大照片如图2所示。该平面周期物体两周期方向的透光宽度分别小于平面周期物体两方向周期常数的一半，以保证平面周期物体衍射的

交叉光谱项也参予LAU成像。把上述数据代入式(5)及式(6),并考虑到 $d_1 = d_2 = d$ 时, $R_1 = R_2 = 1$ ,则得

$$\text{LAU间距条件为} \quad Z_0 = 2\alpha' d^2 / \lambda \quad \alpha' \text{ 为整数}$$

$$\text{角度限制条件为} \quad \alpha' = L \quad L \text{ 为正整数}$$

因此,只要把 $\alpha'$ 取成正整数,上述条件都能满足。

在实验中,为了从总的方面检查上述结论是否正确,我们分别取 $\alpha' = 1, 2, 3$ ,并选取白光的平均波长值代入上式,计算出对应于不同 $\alpha'$ 值的 $Z_0$ 值,在 $L_2$ 的后焦面上定性地观

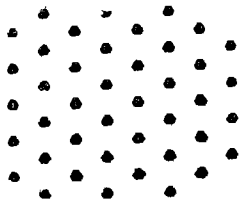


图 2

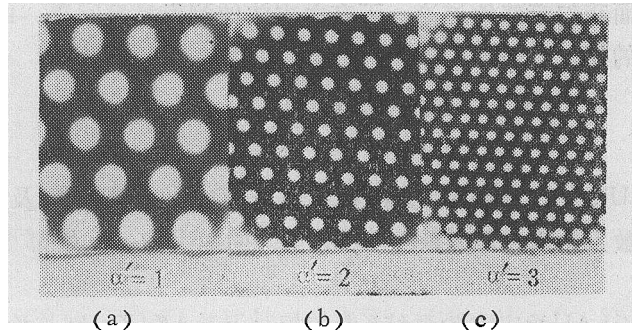


图 3

测了三种情况下所得到的白光平均波长的LAU像,其局部放大照片分别如图3(a)、(b)、(c)所示。

为了确定该系统的K值,我们采用了上一节中所述的第2种方法。所用已知光波的波长值为 $\lambda_0 = 5940 \text{ \AA}$ 。在 $\alpha'$ 取值为1的情况下调整好 $Z_0$ ,多次测量LAU像的周期常数 $D_0$ ,所得的平均值为 $0.4023 \text{ mm}$ ,由此算得的K值为:

$$K = \frac{\lambda_0}{D_0} = \frac{5940 \text{ \AA}}{0.4023 \text{ mm}} = 14765 \text{ \AA / mm}$$

应用具有上述K值的白光LAU成像系统,我们分别测量了三块干涉滤光片的中心透过率

表 1 测量数据及算得的波长值

干涉滤光片 序号 LAU像周期 $D$ (mm) 测量次数	No. 1	No. 2	No. 3
	1	0.4221	0.3832
2	0.4202	0.3782	0.3544
3	0.4199	0.3800	0.3553
平均值 $\bar{D}$	0.4207	0.3800	0.3545
测得波长 $\lambda = K\bar{D}$	6212 $\text{\AA}$	5611 $\text{\AA}$	5234 $\text{\AA}$

$$K = 14765 \text{ \AA / mm}$$

波长值（实验中，我们把被测滤光片插入于 $g_2$ 与 $L_2$ 之间）。测量数据及结果分别列于表一。

$$K = 14165 \text{ \AA/mm}$$

这三块干涉滤光片由厂方给定的波长值分别为： $\lambda_{10} = 6210 \text{ \AA}$ ， $\lambda_{20} = 5610 \text{ \AA}$ ， $\lambda_{30} = 5240 \text{ \AA}$ 。将我们测得的结果与给定值比较，其相对误差分别为：0.032%，0.018%和0.115%。另外，我们还进行了不同观测者分组测量的试验，所得结果的相对误差，仍高达千分之几的数量级。

下面我们简略地讨论一下有关本法的测量精度问题。由测量波长的公式 $\lambda = KD$ 可知，波长测量的相对误差为：

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta D}{D} \quad (14)$$

其中LAU像结构周期常数 $D$ 的相对误差 $\Delta D/D$ 与观测手段及 $D$ 的大小有关，使用良好的测微工具或读数显微镜去测量 $D$ 为毫米数量级的LAU像，一般都可使 $\Delta D/D$ 控制在千分之一的数量级。

至于LAU效应实验系统 $K$ 值的相对误差 $\Delta K/K$ ，则与 $K$ 值求取的方法有关。若采用第三节中所介绍的第一种方法， $K = 2\alpha' d/f$ （ $\alpha'$ 为常数），则 $\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta f}{f}$ ，若采用第二种方

法， $K = \lambda_0/D_0$ ，则 $\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} + \frac{\Delta D_0}{D_0}$ 。若合理设计 $d$ ， $f$ ， $D_0$ 并选用较精确的已知波长值 $\lambda_0$ ，适当选择测微工具，要保证 $\Delta K/K$ 在千分之几的数量级并不困难。因此，单从式（14）来估算， $\Delta\lambda/\lambda$ 是可以达到千分之几的数量级的。

然而，对于一个成像系统，光学器件的成象质量以及系统调节的正确性将对实验结果产生较大的影响。本法之所以能够获得较高的精度，除了我们注意合理选择光学器件、细心调节以及进行多次测量之外，最主要的还在于这一方法本身具有一些明显的优点。例如：待测物理量很少，引入的间接测量误差也少； $K$ 值是由同一系统测量所得，对于不同的干涉滤光片， $K$ 值仍然相同；平面周期物体的LAU像，能提供二维图像的像质判断依据，有利于减小由于调节不当所带来的系统误差。实验证明，利用平面周期物体LAU效应测定干涉滤光片的中心透过率波长值，不但在原理上和技术上都是可行的，而且还可以达到较高的精度。

### 参 考 文 献

- [1] Brenner K H, Lohmann W A. Opt. Comm., 1983, 46, No.1(Jan.): 14~17.
- [2] Jahns J, Lohmann A W. Optica Acta. 1984, 31, No. 3(Mar.): 313~324.
- [3] 刘立人. 光学学报, 1987, 7, No. 6(6): 501~509
- [4] Colautti C et al. Applied Optics. 1987, 26, No. 11, 2061~2062.
- [5] 屠景洪等. 光学学报. 1988, 8, No. 3, 249~252.
- [6] 余飞鸿. 武汉测绘科技大学硕士学位论文
- [7] Bartelt H O et al. Opt. Comm. 1979, 30, No. 3, 268~274.
- [8] Ojeda J et al. Optica Acta. 1985, 32, No. 1, 17~26,

- [9] 刘立人. 物理学报. 1986, 35, No. 12, 1556~1565.
- [10] Bhattacharya J C. Optics and Laser Technology. 1987, 19, No. 1, 1~5.
- [11] 项秉林等. 仪器仪表学报. 1988, 9, No. 1, 37~41.
- [12] 曹向群等. 光学仪器. 1988, 10, No. 1, 1~5.
- [13] Colautti C etal. Opt. comm. 1986, 57, No. 1, 16~20.
- [14] Ojeda J etal. Opt. Comm. 1986, 59, No. 2, 87~91.
- [15] Gaskill J D. Linear System, Fourier Transforms and Optics. John Wiley & Sons  
Ins 1978.
- [16] Wolf E. J. O. S. A. , 1986, 3, No. 1, 76~85.

## The Measurement of the Central Spectral Transmission Wave- Length of the Interference Filter with the LAU Effect

Yu Feihong Liang Yinzhong

### Abstract

The theoretical analyses and the experiment method for the measurement of the central spectral transmission wave length of the interference filter with the LAU effect are discribed. As an experimental verification for the recent theory of the plane-periodic objet LAU effect, the experiment result is given. To compare with the other method, the experiment equipment and method are simple, and the accuracy is high.

**【Key words】** LAU effect; interference filter; cross-spectrum density function.