

# 变形监测网的二类优化设计\*

熊 永 良\*\*

## 摘 要

本文讨论监测网准则阵的构成方法及监测网含准则阵的二类设计求解问题。针对监测网具有监测方向性这一特点,通过旋转 $Q_x$ 的第一主分量来构成监测网的准则阵。在比较几种二类设计算法的基础上,提出了一种新的算法——逐次旋转法。利用这种算法能获得满意的优化方案。

【关键词】 监测网; 主元分量; 准则阵; 灵敏度

## 1 引 言

随着各种大型工程建筑物(如水坝等)的兴建,各种监测网应运而生,监测网的布设和观测方案的设计显得越来越重要。纵观国内外有关优化设计的文献,优化设计大多涉及准则阵这一概念。其中对于一般用途的控制网的准则阵构成已进行了深入的讨论<sup>[1]、[2]</sup>,而对于监测网准则阵的构成及含准则阵的二类设计问题求解讨论甚少。衡量监测网质量的准则除精度和可靠性外,更重要的是灵敏度<sup>[8]</sup>,因此本文侧重于灵敏度准则的优化设计。针对监测网具有监测的方向性这一特点,由于坐标协因素阵 $Q_x$ 的第一主元分量方向在大多数情况下都代表了网的最弱方向<sup>[3]</sup>,因而本文利用 Procrustean 变换对 $Q_x$ 的第一主元分量作强制变换,使之尽可能与预期变形方向垂直,由此构成的准则阵能使预期变形方向的灵敏度最高。

本文在文献[4]的基础上,通过几种算法的比较,提出了一种新的含准则阵的SOD问题求解方法——逐次旋转法,该法应用了二次规划中的线性互补问题(LCP)的Lemke算法,能获得满意的优化结果。

## 2 监测网准则阵的构成及SOD问题求解

### 2.1 主元分析与监测网的灵敏度

设 $\hat{d}$ 为两期坐标差向量,  $\hat{d} = \hat{x}_2 - \hat{x}_1$ , 其协因数阵为 $Q_{\hat{d}} \hat{d}$ ,  $\hat{x}_1$ 和 $\hat{x}_2$ 分别对应两期

收稿日期:1988-12-03

\*本文为硕士学位论文的一部分,指导教师为虞定麒副教授。

\*\*西南交通大学

观测平差坐标。若两期观测方案和观测精度相同, 则  $Q_{\hat{\alpha}} = 2Q_{\hat{\alpha}} = 2(V\Delta V')$   
 $= 2 \sum_{i=1}^r (\lambda_i v_i v_i')$ , 其中  $v_i$  为对应于特征值  $\lambda_i$  的特征向量。

第一主元定义为:  $p_1 = \sqrt{\lambda_1} v_1$

其中  $\lambda$  为  $Q_x$  的最大特征值,  $v_1$  为相应特征向量。

据文献[3]对监测网主元分析的结果, 位于第一主元分量方向的监测网总体灵敏度最差, 而与第一主元分量垂直方向的总体灵敏度最高。当  $Q_x$  的最大特征值代表总体方差  $\text{tr}(Q_x)$  的主体部分(通常为  $\lambda_1/\text{tr}(Q_x) = \lambda_1 / \sum_{i=1}^r \lambda_i = 40 - 60\%$ ) 时, 第一主元分量的方向与误差椭圆长半轴的方向几乎一致。因此如果能将第一主元分量旋转一定的角度, 使之尽可能与预期变形方向角直, 那么这样的网不仅具有最高的精度, 而且具有最高的灵敏度。对  $Q_x$  的第一主元分量的旋转可借助于“Procrustean 变换”来实现。

## 2.2 “Procrustean 变换” 构成的准则阵

“Procrustean 变换”(简称 P-变换)定义为在某种特定条件下的线性变换。它可将一个已知的矩阵, 通过正交变换而尽可能变为预期结构的矩阵。

设  $V(m \times r)$  为初始的  $Q_x$  的特征向量阵,  $V^0(m \times r)$  为预期结构的矩阵, 包含有  $K$  个旋转后的预期的特征向量。通常取  $K = 1$ , 这时  $V^0$  的第一列就是旋转后预期的特征向量。这要根据所需第一主元方向而定。例如, 为了使  $X$  方向的灵敏度最高, 那么预期的主元方向应与  $X$  方向垂直, 即应位于  $y$  方向。设有  $m$  个未知点, 则  $V^0$  的第一列形式为  $V_1^0 = (0, 1/\sqrt{m}, 0, 1/\sqrt{m}, \dots)$ 。

现在要找到一个正交变换算子  $T(r \times r)$ , 使得:

$$VT \simeq V^0 \quad (1)$$

这里  $VT \simeq V^0$  为最小二乘逼近, 故构成下列极值问题: 设  $E = V^0 - VT$ , 则有

$$\begin{cases} \min(EE') \\ \text{s.t. } (TT' - I) = 0 \end{cases}$$

经过求条件极值后可得:

$$T = PQ' \quad (2)$$

其中  $P$  和  $Q$  由下列公式求得<sup>[4]</sup>:

设  $R = V'V^0$ , 对  $RR' = R'R$  作奇异值分解:

$$RR' = PDP', \quad R'R = QMQ' \quad (3)$$

则旋转后的准则阵为:

$$\tilde{Q}_{ER} = VTAT'V' \quad (4)$$

通常由于  $D$  中包含有  $n$  个相等的非零特征值, 使得  $P$  和  $Q$  不唯一, 因而  $T$  也不唯一。为了满足  $\text{tr}(E'E) = \min$ , 矩阵  $P$  和  $Q$  的计算式应作如下变化<sup>[4]</sup>:

设  $H = P^0'RQ^0$ , 而  $P^0$  和  $Q^0$  为只满足式(3)的两个正交矩阵。令  $P = P^0$  和  $W^0 = KH$ , 其

中  $K$  为对角阵, 且  $k_{ii} = \begin{cases} \lambda_i^{-\frac{1}{2}}, & \lambda_i > 0 \\ 0, & \lambda_i = 0 \end{cases} \quad (i = 1 \dots r)$ , 则可得:

$$Q = Q^0 W' \quad (5)$$

其中 $W$ 为将 $W^0$ 主对角线上零元素置1后得到的矩阵。

### 2.3 当目标阵为人工矩阵 $F$ 时, 从 $P$ -变换构成的准则阵 $\tilde{Q}_{FR}$ :

$P$ -变换除了用于特征向量阵的逼近外, 还可用于人工阵的逼近。设 $A$ 为初始人工阵( $K \times m$ ),  $K \leq m$ ,  $K$ 为 $Q^0$ 的秩。 $A$ 的形式为 $A = \lambda^{\frac{1}{2}} V'$ , 其中 $\lambda$ 为由 $Q^0$ 的不为零的特征值构成的初始阵。设 $B$ 为所需人工阵, 它的形式为 $B = \tilde{\lambda}^{\frac{1}{2}} V^0'$ ,  $\tilde{\lambda}$ 是为满足灵敏度要求而缩减后的特征值矩阵。 $\tilde{\lambda}$ 中的元素为 $\tilde{\lambda}_i$ ,  $\tilde{\lambda}_i = \lambda_i - t(\lambda_i - \lambda_k)$ ,  $i = 1 \dots k$ ,  $t$ 为缩减参数。 $V^0$ 的形式同前。作者通过几个算例的计算表明, 对 $\lambda_i$ 的缩减, 只是提高了网的整体精度, 各观测值权的比例关系并无改变。而优化的目的是调整各观测权间的比例关系, 使网的质量指标达到既定的目的。因此, 为计算简便和便于与方法2比较, 本文取缩减参数 $t = 0$ , 因为要改变网的整体精度可以通过改变单位权方差 $\hat{\sigma}_0^2$ 来实现。

现在来找到一个正交变换算子 $T$ 和一个缩放参数 $h$ , 使得 $hAT \approx B$ , 这里一个广义 $P$ -变换问题, 因为对人工阵 $B$ 的逼近除进行正交变换外, 还进行了中心缩放。设 $E = hAT - B$ , 则构成下列极值问题:

$$\begin{cases} \text{tr}(E'E) = \min \\ \text{s.t. } (TT' - I) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

通过求极值后可得:  $T = PQ'$ , 而 $P$ 和 $Q$ 由下列式子求得<sup>[6]</sup>:

设 $R^* = A'B$ , 对 $R^*R^{*'}$ 和 $R^{*'}R^*$ 作奇异值分解:

$$R^*R^{*'} = PD^{*'}P', \quad R^{*'}R^* = QM^*Q' \quad (7)$$

而  $h = \text{tr}(B'AT)/\text{tr}(A'A)$

所构成的准则阵为:

$$\tilde{Q}_{FR} = h^2 T' V \Lambda V' T \quad (8)$$

### 2.4 $\tilde{Q}_{ER}$ 和 $\tilde{Q}_{FR}$ 的迭代构成

用迭代法构成的 $\tilde{Q}_{ER}$ 和 $\tilde{Q}_{FR}$ 更为合理<sup>[4]</sup>,  $\tilde{Q}_{ER}$ 的迭代构成过程为: 将特征向量矩阵 $V$ 分解为:  $V = [F|H]$ , 并构成 $V^0 = [F^0|H]$ ,  $F^0$ 由预期变形方向决定, 例如, 当预期变形方向为 $X$ 方向时, 为了使 $X$ 方向的灵敏度最高, 应使主元方向为沿 $Y$ 方向, 则 $F^0$ 的形式为 $F^0 = (0, 1/\sqrt{m}, 0, 1/\sqrt{m}, \dots)$ , 其中 $m$ 为未知点个数。对 $V$ 进行 $P$ -变换得 $V^{(1)}$ , 将 $V^{(1)}$ 分解为 $V^{(1)} = [F^{(1)}|H^{(1)}]$ , 并构成新的 $V^0$ ,  $V^0 = [F^0|H^{(1)}]$ , 再对 $V^{(1)}$ 进行 $P$ -变换得 $V^{(2)}$ , 当 $V^{(1)}$ 和 $V^{(2)}$ 所有各对应元素差的绝对值不大于某个预先给定的 $E$ (文中取 $E = 10^{-4}$ )时, 则迭代结束, 否则继续迭代。经过 $K$ 次变换后构成的准则阵为:

$$\tilde{Q}_{ER} = V^{(K)} \Lambda V^{(K)T} \quad (9)$$

$\tilde{Q}_{FR}$ 的迭代构成与 $\tilde{Q}_{ER}$ 的迭代构成类似。

### 2.5 用 Lemke 算法求解 SOD 问题

为解决负权和观测方案的可行性问题, 本文采用如下二次规划的 Lemke 算法:

### 2.5.1 线性互补问题(LCP)

带不等式约束的最小二乘逼近为:

$$\begin{cases} \min \|Up - q\|_2 \\ \text{s.t. } Hp \leq F, \quad p \geq 0 \end{cases}$$

化为标准二次规划问题:

$$\begin{cases} \min f(p) = \frac{1}{2}p^T Q p + C^T p + r \\ \text{s.t. } Hp \leq F, \quad p \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

其中  $U = A^T \odot A^T$ ,  $q = \text{vech}(\tilde{Q}_x^{-1})$ ,  $Q = 2U^T U$ ,  $C = -2U^T q$ ,  $r = q^T q$ ,  $A$  为误差方程系数阵。引入松弛变量  $t = (t_1^2, t_2^2, \dots, t_r^2)^T$ ,  $u = (u_1^2, u_2^2, \dots, u_m^2)$  和拉氏乘子  $k = (k_1, k_2, \dots, k_r)^T$ ,  $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$ , 由 Kuhn-Tucke 条件, 并经整理后得:

$$\text{设 } g = \begin{pmatrix} HQ^{-1}C + F \\ -Q^{-1}C \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} HQ^{-1}H^T & -HQ^{-1} \\ -Q^{-1}H^T & Q^{-1} \end{pmatrix}, \quad \tilde{V} = \begin{pmatrix} \tilde{t} \\ \tilde{p} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\lambda} = \begin{pmatrix} \tilde{k} \\ \tilde{w} \end{pmatrix}$$

则有:

$$\begin{cases} \tilde{V} = M \tilde{\lambda} + g \\ \tilde{V}^T \tilde{\lambda} = 0, \quad \tilde{V}, \tilde{\lambda} \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

式 (11) 的解称为互补解, 因为  $\tilde{V}$  和  $\tilde{\lambda}$  是互补的, 即是说下式成立:

$$\tilde{V}_i > 0 \Rightarrow \tilde{\lambda}_i = 0, \quad \text{式中 } i = 1, \dots, r+m$$

因此称式 (11) 为线性互补问题(LCP), 可用 Lemke 算法求解<sup>[6]</sup>。

### 2.5 SOD问题的解法

本文比较了如下四种算法:

(1) 准则阵  $\tilde{Q}_x$  的最小二乘迭代逼近

$$\text{vecd } p^+ = [(H \odot H)'(H \odot H)]^+ (H \odot H)' \text{vech} \tilde{Q}_x, \quad \text{式中 } H = (A^T P A)^+ A^T P, \quad P = (P^+)^+$$

(2) 带约束条件的  $\tilde{Q}_x$  的最小二乘迭代逼近

引进约束条件  $a \leq p_i \leq b$ , 用前述 Lemke 算法求解, 这时  $U = [(A^T P A)^{-1} A] \odot [(A^T P A)^{-1} A]$ ,

$q = \text{vech}(\tilde{Q}_x)$ , 其中  $a$  和  $b$  为现有条件下能够实施的最低和最高精度。

(3)  $\tilde{Q}_x^+$  的最小二乘逼近

$$P = (U^T U)^+ U^T \text{vech} \tilde{Q}_x^+, \quad \text{其中 } U = (A^T \odot A^T), \quad p = \text{vecd } P.$$

(4) 带约束条件的  $\tilde{Q}_x^+$  的最小二乘逼近

引入约束条件  $a \leq p_i \leq b$ , 用前述 Lemke 法求解, 这时  $U = A^T \odot A^T$ ,  $q = \text{vech}(\tilde{Q}_x^+)$ ,  $a$ ,  $b$  意义同前。

### 3 几种SOD算法的比较和逐次旋转法的提出

本文比较了以上四种算法并提出了逐次旋转法。

#### 3.1 四种SOD算法的比较

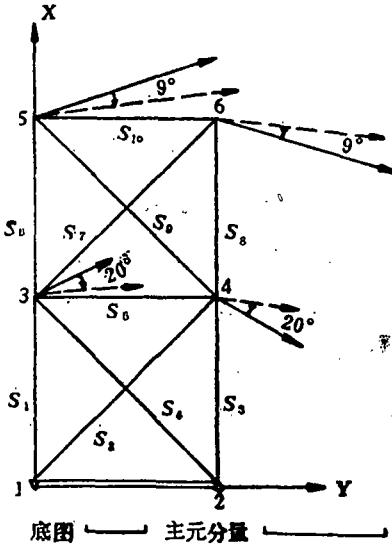


图 1

图 1 为一模拟测边网，等权时  $Q^{\circ}$  的最大特征值占全部特征值总和的 76.8%，因此，进行主元分析是有意义的。等权时 ( $p_i = 3$ ) 的第一主元分量见图 1 实用，线向量表示，虚向量为优化后主元分量。从图中可以看出，为了更有效地监测 X 方向的变形，应对主元分量进行旋转，转到尽可能与 X 轴垂直的方向上，这样可使得 X 方向的变形具有尽可能高的灵敏度。因此，在构成  $\tilde{Q}_{ER}$  和  $\tilde{Q}_{FR}$  时，理想的第一主元方向  $F^0 = (0, 1/\sqrt{4}, 0, 1/\sqrt{4}, 0, 1/\sqrt{4}, 0, 1/\sqrt{4})$ 。

在构成  $\tilde{Q}_{ER}$  和  $\tilde{Q}_{FR}$  后，分别按前述四种方法求出观测权，对于同一种算法，由  $\tilde{Q}_{ER}$  求出的权与由  $\tilde{Q}_{FR}$  求出的权几乎相等，故只列出由  $\tilde{Q}_{ER}$  求出的权，见表 1。由所求出的权反算出的主元分量见表 2。

表 1

$P_i$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$f_0$
方 法	1	22.1	1.4	22.1	1.4	2.0	2.9	0.08	2.9	0.08	1.5	0.02
	2	2.5	1.0	2.5	1.0	2.0	1.9	1.0	1.9	1.0	1.0	0.84
	3	1.0	1.5	1.0	1.5	1.3	1.3	1.2	1.3	1.2	1.4	4.21
	4	1.0	1.5	1.0	1.5	1.3	1.3	1.2	1.3	1.2	1.4	4.21

$$f^0 = \|(A^+PA)^+ - \tilde{Q}_{ER}\|_2 / \|\tilde{Q}_{ER}\|_2$$

从表 1 中可以看出方法 (1) 能很好地逼近准则阵，但所求得的权之间相差太大，实际工作中难以实施。方法 (3) 和 (4) 对准则阵的逼近质量很差，这是因为该法是对  $\tilde{Q}_{ER}^+$  进行从最小二乘观点的最优逼近，而不是对  $\tilde{Q}_{ER}$  进行最优逼近的缘故。方法 (2) 因对权施加了上下限约束 ( $1 \leq p_i \leq 5$ )，而使得方案可行，但由于限制了权的变化范围，对准则阵的逼近质量较差。

从表 2 中可以看出，由方法 (1) 求出的权能使主元分量作较大角度的旋转 (点 3 和点 4

表 2

点 号		3	4	5	6
初始主元		(0.58, 0.99)	(-0.58, 0.99)	(0.77, 2.64)	(-0.77, 2.64)
理想主元		(0.0, 0.5)	(0.0, 0.5)	(0.0, 0.5)	(0.0, 0.5)
优化主元	1	(0.05, 0.62)	(-0.05, 0.62)	(0.15, 1.52)	(-0.15, 1.52)
	2	(0.30, 0.87)	(-0.30, 0.87)	(0.43, 2.01)	(-0.43, 2.01)
	3	(0.61, 0.88)	(-0.61, 0.88)	(0.76, 2.52)	(-0.76, 2.52)
	4	(0.61, 0.88)	(-0.61, 0.88)	(0.76, 2.52)	(-0.76, 2.52)

旋转了27°，点5和点6旋转了12°)。由方法(2)求出的权也能使主元分量作一定角度的旋转，但转角较小(点3和点4转角为15°，点5和点6为5°)。而方法(3)和方法(4)不但不能使主元分量按所期望的方向旋转，反而按与期望相反的方向旋转，这是因为逼近质量 $f^0$ 太差的缘故。

### 3.2 逐次旋转法的提出

通过上述分析比较可知方法(1)对准则阵的逼近质量较好，但所求得的权难以实施。方法(2)求得的权，由于考虑了可以实施的最高和最低精度，具有可行性，但对准则阵的逼近质量较差，且主元分量的转角不大。为了增加主元分量的转角，提高对准则阵的逼近质量，并且使所求得方案可行，作者提出如下带约束条件的逐次旋转法：

1、将等权时的主元分量转到理想主元分量方向，构成准则阵 $\tilde{Q}_{ER}^0$ ，按方法(2)求解得 $P^{(1)}$ ，

2、对由 $P^{(1)}$ 计算而得的主元分量作再次旋转，转到理想主元分量的方向，得新的准则阵 $\tilde{Q}_{ER}^{(1)}$ ，并由方法(2)求解得 $P^{(2)}$ 。

3、比较相邻两次求解后对准则阵的逼近质量，当逼近质量不再提高或提高很慢时，停止旋转，否则转入第2步继续旋转并求解。

例如，对于图1所示的网，初始主元( $p_i = 3$ )，理想主元及各次按方法(2)优化后的主元见表3，各次旋转后按方法(2)求得的权及对准则阵的逼近质量见表4。

表 3

点 号		3	4	5	6
初始主元		(0.33, 0.57)	(-0.33, 0.57)	(0.45, 1.52)	(-0.45, 1.52)
理想主元		(0.0, 0.5)	(0.0, 0.5)	(0.0, 0.5)	(0.0, 0.5)
优化后主元	第1次	(0.14, 0.65)	(-0.14, 0.65)	(0.36, 1.51)	(-0.36, 1.51)
	第2次	(0.14, 0.69)	(-0.14, 0.69)	(0.28, 1.49)	(-0.28, 1.49)
	第3次	(0.14, 0.72)	(-0.14, 0.72)	(0.24, 1.49)	(-0.24, 1.49)
	第4次	(0.14, 0.72)	(-0.14, 0.72)	(0.23, 1.48)	(-0.23, 1.48)
	第5次	(0.14, 0.72)	(-0.14, 0.72)	(0.22, 1.48)	(-0.22, 1.48)

表 4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$f^\circ$	$\nabla_0$	$\eta_i$
1	4.8	1.0	4.8	1.0	3.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.26	3.55	30%
2	5.0	1.0	5.0	1.0	5.0	1.7	1.0	1.7	1.0	1.0	0.18	3.00	35%
3	5.0	1.0	5.0	1.0	5.0	2.3	1.0	2.3	1.0	1.0	0.16	2.70	37%
4	5.0	1.0	5.0	1.0	5.0	2.6	1.0	2.6	1.0	1.0	0.15	2.50	40%
5	5.0	1.0	5.0	1.0	5.0	2.9	1.0	2.9	1.0	1.0	0.15	2.40	41%

从表 3 和表 4 可以看出, 按逐次旋转法求解, 不仅对准则阵的逼近质量显著提高及主元分量的转角明显增大 (点 3 和点 4 旋转了  $20^\circ$ , 点 5 和点 6 旋转了  $9^\circ$ ), 而且由于施加了上下限约束 ( $1 \leq p_i \leq 5$ ) 而使得方案可行。另外, 转角的大小显示与权的变化范围有关, 当增大权的变化范围时, 转角也增大,

### 3.3 灵敏度与权的分配之间的关系

从表 4 中可以看出, 为了更有效地监测 X 方向的变形, 应提高沿 X 方向的灵敏度, 因而应提高沿 X 方向的观测边的精度, 而相应降低其它边的精度。即应增加对 X 方向灵敏度贡献大的观测值的权。对于观测值 5, 虽然它不是沿 X 方向, 但它对 X 方向的灵敏度贡献大, 故应增加它的权。

### 3.4 主元分量旋转后监测网灵敏度的变化

前已述及, 位于主元分量方向的灵敏度最差, 而位于主元分量垂直方向的灵敏度最高。为了探讨主元分量旋转后监测网灵敏度的变化情况, 对图 1 所示网计算了逐次旋转后的灵敏度, 见表 4, 灵敏度计算公式为<sup>[5]</sup>:

$$\nabla_0 = \sigma_0 \sqrt{2\lambda_0 / S^T Q_x^{-1} S} \quad (12)$$

其中 S 为预期变形方向 (这里为 X 方向),  $\lambda_0$  为非中心化参数 ( $\lambda_0 = 15$ ),  $\sigma_0$  为单位权均方差 (这里取  $\sigma_0 = \pm 1 \text{ mm}$ )。

从表 4 中可以看出, 随着主元分量旋转角的增大,  $\nabla_0$  值减少, 灵敏度在提高, 但总的观测权也增加了。为了探讨主元分量的旋转与灵敏度的关系, 计算各次旋转后的优化效益  $\eta_i$ :

$$\eta_i = (P_E - P_R) / P_E \quad (13)$$

其中  $P_R$  为旋转优化后的总权,  $P_E$  是为达到旋转后的灵敏度, 按等权观测时的最少总权。

从表 4 中可以看出, 随着逐次旋转次数的增加, 优化效益也在提高, 而且效益是显著的。

## 4 实例分析

图 2 为某大坝变形监测网, 点 1 和点 2 为参考点, 点 5 和点 6 为坝轴线端点。  $p_i = 1$  ( $i = 1 \dots 12$ ) 的初始主元分量见图 2, 从图中可以看出, 为了提高坝轴线垂直方向的灵敏度, 应对点 5 和点 6 的主元分量进行旋转, 使之尽可能与坝轴线平行。按逐次旋转法求得的

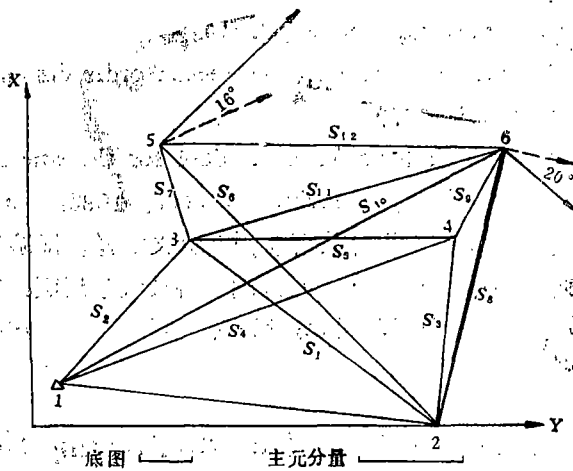


图 2

权及对准则阵的逼近质量和优化效益见表 5，优化后的主元分量见图 2。图中实向量为初始主元，虚向量为优化后主元，该例中取  $1 \leq p_i \leq 7 (i = 1 \dots 12)$ ， $\sigma_0 = \pm 1 \text{ mm}$ 。

表 5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$\nabla_0$	$f^\circ$	$\eta_i$
1	3.6	2.8	3.1	3.3	2.8	1.6	2.0	4.2	1.0	1.4	2.3	2.0	3.5	0.15	15%
2	5.2	3.2	4.0	4.7	3.4	1.0	4.7	6.5	1.0	1.5	2.3	1.8	3.0	0.03	20%
3	5.4	3.6	4.1	5.5	3.7	1.0	7.0	7.0	1.0	1.5	2.2	1.8	2.8	0.01	22%

## 5 结论与建议

P—变换和广义 P—变换法构成的准则阵适合于监测网的优化设计，所提出的逐次旋转法能增大主元分量的转角，且优化方案是可行的，优化效益是显著的，用 FORTRAN 77 所编准则阵构成及逐次旋转法求解程序可供生产单位参考；作者通过几个方向观测网的试算表明，对于方向观测网，对  $\tilde{Q}_{ER}$  或  $\tilde{Q}_{FR}$  的迭代逼近不收敛，这可能是由于在  $\tilde{Q}_{ER}$  或  $\tilde{Q}_{FR}$  的构成时，定向角未知数被消去所致，因此进一步的研究可考虑不消去定向角的  $\tilde{Q}_{ER}$  或  $\tilde{Q}_{FR}$  构成。

## 参 考 文 献

- [1] 薄志鹏，晁定波编。大地控制网优化设计方法。武汉测绘科技大学出版，1987。
- [2] E Grafarend, H Heister, R Kelm ed. Optimierung Geodätischer Messoperationen. 1979.



- [3] Wolfgang Niemeier. Principal Component analysis and Geodetic Networks, International Federation of surveyors, Group 5B, 1982.
- [4] Fabio Crossilla. A criterion matrix for the second order design of control networks -FIG-meeting, Group 5B, 1982.
- [5] F crosilla Procrustean Transforation as a Tool for the construction of a criterion matrix for control networks, manuscripta Geodetia, 1983, No. 4.
- [6] [德] H A 艾赛特. 运筹学常用算法手册. 关世义等译. 国防工业出版社, 1984.
- [7] 彭先进编. 工程控制网最优化设计. 武汉测绘科技大学出版, 1986.
- [8] 卢 岗. 变形模型的可发现性及可区分性研究. 测绘学报, 1987 No. 4.

## Second Order Design of a Monitoring Network

*Xiong Yongliang*

### Abstract

This paper discusses the method of constructing the criterion matrix of a monitoring network and method of solution for the second-order design of the monitoring network. By rotating the first principal components, the criterion matrix is construct. After comparing several kinds of algorithms, the author proposes a new algorithm of solving SOD problems—the algorithm of sequentias rotation. Using this algorithm, we can obtain good observation plan.

**[Key words]** monitoring network, principlal components, criterion matrix, sensitivity