

不同类三维空间定位网 联合处理的坐标转换模型

刘经南 余彬彬

摘 要

本文分析了不同类的三维空间定位网（简称为空间网或三维网）联合处理时，坐标转换模型定义上的差别，从统计学角度定义了空间网系统性尺度误差，区分和讨论了不同类空间网的不同尺度特性，在提出理论模型的基础上，分析了各类空间网联合处理时的实用转换模型的特性和偏差。最后，提出了多类空间网联合处理时的最佳转换模型。

【关键词】 三维空间定位网；尺度误差特性；转换模型

1 引 言

随着甚长基线干涉测量（VLBI）、人卫激光测距（SLR）、激光测月（LLR）和全球定位系统（GPS）等三维空间定位技术的发展，对各种三维空间网的定位数据联合处理，以建立新的地心坐标系统，确定地球椭球参数，地心坐标系统与参考大地坐标系统间的转换参数以及地球动态变化参数，这已成为大地测量和地球动力学研究的前沿。为适应这一研究的需要，本文在某种卫星网与地面网联合处理的数学模型基础上，探讨了几种转换模型的定义特点，区分了地心矢量型三维定位网、基线矢量型三维定位网的某些几何特性和尺度误差的统计定义及其特性。从而提出和分析了对多个不同类空间网或空间网与地面网联合处理时的数学模型。

2 几种三维网坐标转换模型定义的比较

众所周知，确定一个三维网的位置形状的充分必要基准是三个定位基准、三个定向基准和一个尺度基准。由此，设两个三维网系统误差分布是均匀且各向同性，即不顾及哪些难以模型化的局部性系统误差，仅从确定分属不同基准的两网整体关系来说，必要而充分的转换

参数也只有七个。即三个平移、三个旋转和一个尺度比参数。经典的转换关系模型有 Bursa 模型和 Molodensky 模型 (以下分别简称为 B 和 M 模型), 其矢量方程分别是:

$$(\vec{r}_i)_S = (\vec{r}_0)_S^B + (1 + dk)R(\varepsilon)(\vec{r}_i)_T \quad (1.1)$$

$$(\vec{r}_i)_S = (\vec{r}_0)_S^M + \vec{r}_k + (1 + dk)R(\varepsilon)(\vec{r}_{ki})_T \quad (1.2)$$

为便于比较, (1.1) 式还可写成以下形式

$$(\vec{r}_i)_S = (\vec{r}_0)_S^B + (1 + dk)R(\varepsilon)\vec{r}_k + (1 + dk)R(\varepsilon)(\vec{r}_{ki})_T \quad (1.3)$$

式中, \vec{r}_k 为某一网中一个特定参考点的位置矢量, 对地面网来说, 就是大地原点的参心位置矢量。为讨论方便起见, 不妨先就空间网和地面网而言。这里 $(\vec{r}_i)_S$ 、 $(\vec{r}_i)_T$ 分别表示同一位置在空间网所属坐标系和地面网所属坐标系中的位置矢量。 $(\vec{r}_0)_S^B$ 、 $(\vec{r}_0)_S^M$ 分别代表 B 和 M 模型的平移参数, 两者的几何意义和位置是不同的(1)、(2)。dk 是地面网与空间网的相对尺度比参数。 $R(\varepsilon)$ 是包含旋转参数 ε_x 、 ε_y 、 ε_z 的旋转矩阵, 略去二阶小量, 有:

$$R(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 0 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 0 \end{pmatrix} = I + Q \quad (2)$$

分析定义式(1.1)~(1.3)不难看出: B 模型以参考椭球的中心为变换中心, 假定了所有参心位置矢量都具有同一尺度变换(即相似变换)和旋转变换。M 模型以大地原点为变换中心, 假定了所有原点站心矢量 $(\vec{r}_{ki})_T$ 具有同一尺度变换(即相似变换)和旋转变换, 而大地原点 K 本身的参心位置矢量 \vec{r}_k 是不参与这两种变换的。

仅就卫星网与地面网的联合处理而言, 上述两种模型的定义都不完全符合地面参考大地坐标系建立的实际情况, 因为大地原点作为地面网的位置基准, 其坐标值 (B_k, L_k, H_k) 以及由此导出的参心矢量 \vec{r}_k 是由天文、水准和重力测量确定的, 因而不受地面网中归算后的距离观测值本身的尺度误差的影响, 也不受地面网平差过程中可能引起的尺度变形的影响。而 B 模型的定义中假定了地面网中所有点的参心矢量都含同一尺度误差, 即使大地原点也不例外, 这样就没有区分作为基准的大地原点的参心矢量与其它大地控制点的参心矢量的尺度误差特性完全不同的差别。这种笼统地认为包括大地原点在内的所有参心矢量都具有同一尺度变换既不符合参考大地坐标系的建立原理, 也不符合地面网本身的实际情况。M 模型把作为位置基准的大地原点参心矢量 \vec{r}_k 看作不受地面网本身尺度误差的影响提到以大地原点为中心的尺度变换之外, 是合理的。但是该模型定义式中又定义了 $(\vec{r}_0)_S^M$ 与 \vec{r}_k 两个不同坐标系统的矢量直接相加, 这不仅意味着两个矢量的尺度一致, 而且也意味着大地原点参心矢量所在的系统的坐标轴方向与卫星网的地心系统的坐标轴方向完全一致。显然, 这也是不符合实际情况的。

综上所述, B 模型不应该对大地原点参心矢量引入地面网尺度变换, 因为大地原点不含地面网尺度误差; 在 M 模型中, 不应该舍去大地原点参心矢量的旋转变换, 因为大地原点参心矢量必须旋转后才能与地心系统的矢量相加。针对这种缺陷, 我们曾提出一个称之为 WUS 的坐标转换模型, 其定义式如下:

$$(\vec{r}_i)_s = (\vec{r}_0)_s^W + R(\epsilon)\vec{r}_k + (1 + dk)R(\epsilon)(\vec{r}_{ki})_T \quad (3)$$

上式符合参考大地坐标系的建立和地面网的实际情况。大地基准 \vec{r}_k 是在建立参考椭球坐标系及其定位时确定的，不含地面网本身的尺度误差，因此，W模型不象B模型那样，对 \vec{r}_k 也引入了地面网本身的尺度变换。另一方面， \vec{r}_k 矢量对应的方向基准又属于参考椭球坐标系，坐标换转时必须对其引入旋转变换。而原点站心矢量 $(\vec{r}_{ki})_T$ 既要引入旋转变换，又要引入尺度变换。

将(2)式代入(1)、(3)两式，可得上述B、M、W三种转换模型的线性形式，它们分别是：

$$(\vec{r}_i)_s = (\vec{r}_0)_s^B + dk(\vec{r}_i)_T + Q(\vec{r}_i)_T + (\vec{r}_i)_T \quad (4.1)$$

$$(\vec{r}_i)_s = (\vec{r}_0)_s^M + dk(\vec{r}_{ki})_T + Q(\vec{r}_{ki})_T + (\vec{r}_i)_T \quad (4.2)$$

$$(\vec{r}_i)_s = (\vec{r}_0)_s^W + dk(\vec{r}_{ki})_T + Q(\vec{r}_i)_T + (\vec{r}_i)_T \quad (4.3)$$

以上三个模型是从卫星网与地面网联合处理的模式中导出的，均未顾及卫星网的坐标系及定位坐标 $(\vec{r}_i)_s$ 的几何特性和误差特性。仅从分析地面网坐标系统和地面网本身尺度误差特性着手，按不同方式对原点参心矢量引入了旋转变换和尺度变换。三个模型的尺度和旋转参数的定义方式和数值是彼此相同的。但它们的平移参数的定义和数值互有差别。如果顾及地面的其他局部性系统误差或与定位结果有关的地球动态或动力学参数，可在此基础上演化出新的模型。这三个模型也可作为讨论不同类空间网联合处理时转换模型的基础。但必须顾及空间网的几何特性和尺度误差特性，以讨论可能引起的模型误差。

3 不同类空间网的尺度特性

在空间网之间或空间网与地面网之间进行联合处理时，严格的转换模型应该考虑空间网的尺度误差。但是，仅就空间网某个特定点位的定位结果来讨论尺度误差是没有意义的。因为一个单点定位结果仅仅提供了位置信息。两个以上的多个定位结果构成的空间网才含有尺度信息和方向信息。而网中所有长度量与标准尺度相比在平均意义下的某种一致性差异就是空间网的系统尺度误差。

不同类型的空间网，由于其定位方式和处理的数学模型不同，其尺度误差可能呈不同的特性。目前，各种空间网的定位结果主要分成两类，一类是直接得到地心矢量 $(\vec{r}_i)_s$ ，一类是直接得到地面基线矢量 $(\vec{r}_{ij})_s$ 。针对这两种类型，可把不同的空间网的尺度特性分成以下三种情况：

对于高精度的VLBI和SLR网，几百至几千公里的地面基线矢量的长度误差只有 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ 量级⁽³⁾。与常规大地网和其他空间网相比，可以说是不含系统尺度误差的空间网。我们用下式表示这类基线矢量型空间网的尺度特性：

$$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_{ij}' \quad (5)$$

这里 \vec{r}_{ij} 为基线矢量的观测值， \vec{r}_{ij}' 为该基线矢量的理论值。

如果将这种尺度误差可忽略的空间网通过网内某点(k)的已知地心坐标配置到某个地心坐标系统中去, 可得到空间网中各点的地心位置矢量。但无论(k)点的地心坐标误差和精度如何, 都不会引起空间网尺度误差特性的变化。即空间网的尺度参数仍旧满足

$$dk = 0$$

这时, 空间网中任一点的地心坐标为

$$(\vec{r}_i) = (\vec{r}_K) + (\vec{r}_{Ki}) = (\vec{r}_K) + (\vec{r}_{Ki}') \quad (6)$$

对于卫星多普勒网和GPS网, 由于其轨道误差和残余的电离层和对流层折射误差的影响, 实验和数据分析都表明: 这两种空间网都包含一定的尺度误差(4)、(5), 前者可达 10^{-8} 量级, 而后者随定位和数据处理方式的不同, 目前一般在 $10^{-8} \sim 10^{-7}$ 量级间变化。

如果某个卫星网是以单点定位型的测量方式建立的, 则直接得到各网点的地心坐标, 即地心矢量 (\vec{r}_i) , 由于系统性的卫星轨道误差以及残余的电离层和对流层折射误差均可化为等效的系统性测距误差 dp (4), dp 相应地引起一个系统性地心矢量误差 $d\vec{r}$, 于是每一个点的地心矢量的长度存在一个相对误差 $\frac{|d\vec{r}|}{|\vec{r}|}$, 在同一网中, 其定位的时间、外界条件及区域都大致

相同, 因而卫星的轨道误差和残余的电离层、对流层折射误差具有一定的共同特性, 使卫星网中各网点的地心矢量定位误差 $d\vec{r}_i$ 具有某种系统特性。

$$E\left(\frac{|d\vec{r}|}{|\vec{r}|}\right) = dk_s \neq 0 \quad (7)$$

这里, E 是数学期望, dk_s 即这种定位方式下的卫星网尺度误差, 它是平均意义下的全网整体性的尺度误差。实用上, dk_s 的含义可理解为:

$$dk_s = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{|d\vec{r}_i|}{|\vec{r}_i|}\right)}{n} \quad (8)$$

(7)、(8)两式表明: 单点定位型的卫星网尺度误差是以地心为中心, 具有均匀的各向同性的相似变换性质。

这时, 不含尺度误差的卫星网地心矢量 $(\vec{r}_i')_s$ 和地面站间基线矢量 $(\vec{r}_{ij}')_s$ 可分别表示为:

$$(\vec{r}_i')_s = (\vec{r}_i)_s + dk_s (\vec{r}_i)_s \quad (9)$$

$$(\vec{r}_{ij}')_s = (\vec{r}_{ij})_s + dk_s (\vec{r}_{ij})_s \quad (10)$$

式中, $(\vec{r}_i)_s$ 和 $(\vec{r}_{ij})_s$ 分别为含有尺度误差的观测得到的地心矢量和地面站间基线矢量。

如果卫星网是通过相对定位方式直接得到地面站间的基线矢量 $(\vec{r}_{ij})_s$, 卫星轨道误差和残余的电离层、对流层折射误差将引起地面基线矢量误差, 其关系可用近似公式表示(4)

$$\frac{db}{b} = \frac{dp}{\rho} \quad (11)$$

其中, b 是基线矢量的长度。 ρ 是卫星至测站的距离。 在同一外界条件和数据处理方式下, 各颗卫星有大致相近的测距误差 $d\rho$ 。 因此地面各条基线矢量的相对误差 $\frac{db}{b}$ 也有一致性的趋势, 具有某种均匀和各向同性的特征。 这种定位方式下的卫星网尺度误差定义和实用公式可分别写为:

$$E\left(\frac{db}{b}\right) = dk_s \quad (12)$$

$$dk_s = \sum_{i=1}^n \frac{db_i}{b_i} / n \quad (13)$$

相对定位型的卫星网的尺度误差不再具有以地心为中心的相似变换性质, 但网中的任一点都可作为变换中心进行相似变换。 这时, 网的绝对定位必须引入位置基准, 它或者是网中某点的地心坐标, 或者是作为弱基准的各个卫星的轨道坐标。 无论哪种定位方式, 位置基准的引入都不会改变网的尺度误差特性。

这时, 不含尺度误差的卫星网地心矢量 $(\vec{r}_i')_s$ 和基线矢量 $(\vec{r}_{ij}')_s$ 分别表示为:

$$(\vec{r}_i')_s = (\vec{r}_q)_s + [(\vec{r}_i)_s - (\vec{r}_q)_s][1 + dk_s] = (\vec{r}_i)_s + dk_s(\vec{r}_{qi})_s \quad (14)$$

$$(\vec{r}_{ij}')_s = (\vec{r}_{ij})_s + dk_s(\vec{r}_{ij})_s \quad (15)$$

式中, $(\vec{r}_q)_s$ 表示作为位置基准的某点的地心矢量, 若以卫星轨道位置作为网的定位基准, q 可以是网中任何一点的点号。

卫星网的尺度误差还具有某种时间特性或区域特性, 即同一区域不同时期观测的卫星网尺度误差不同, 或者同一时间不同区域观测的卫星网尺度误差也不同。 但从几何特性来看, 只有以地心为相似变换中心和以网中任一点为相似变换中心这两种区别。

对于地面三维网的尺度特性, 可近似看作其具有以地面网大地原点为变换中心的相似变换性质⁽¹⁾。 不妨仍按以下形式定义其尺度误差:

$$dk_T = E\left(\frac{d|\vec{r}_{ki}|}{|\vec{r}_{ki}|}\right) \text{ 或 } dk_T = \sum_{i=1}^n \left(\frac{|\vec{r}_{ki}|}{|\vec{r}_{ki}|_T}\right) / n \quad (16)$$

式中, k 表示大地原点。 这时, 地面网中不含尺度误差的参心矢量和基线矢量可分别写为⁽⁶⁾

$$(\vec{r}_i')_T = (\vec{r}_i)_T + dk_T(\vec{r}_{ki})_T \quad (17)$$

$$(\vec{r}_{ij}')_T = (\vec{r}_{ij})_T + dk_T(\vec{r}_{ij})_T \quad (18)$$

对于地面网来说, 反映尺度误差特性的相似变换中心不一定选在大地原点上。 选在其它地面网站上也不改变地面网的尺度误差特性。

以上分析看出: 各种不同定位方式的网, 虽然其尺度误差都具有某种相似变换性质。 但变换中心各不相同, 因而其不含尺度误差的真位置向量的表达式也各不相同。 顾及这种特性对于空间网之间或空间网与地面网之间的联合处理是十分重要的。

4 各类三维网联合处理时转换模型的特性

设空间网与地面网均不含尺度误差, 则空间网之间、空间网和地面网之间的坐标系理

论转换模型分别为:

$$(\vec{r}'_i)_{S_1} = (\vec{r}_0)_T + R(\varepsilon)_T (\vec{r}'_i)_T \quad (19)$$

$$(\vec{r}'_i)_{S_1} = (\vec{r}_0)_{S_2} + R(\varepsilon)_{S_2} (\vec{r}'_i)_{S_2} \quad (20)$$

式中, S, S_1, S_2 代表不同类的空间网, T 代表地面网。略去旋转角微小变化的二次项, 即用(2)式代入上式, 得:

$$(\vec{r}'_i)_S = (\vec{r}_0)_T + (I+Q)_T (\vec{r}'_i)_T \quad (21)$$

$$(\vec{r}'_i)_{S_1} = (\vec{r}_0)_{S_2} + (I+Q)_{S_2} (\vec{r}'_i)_{S_2} \quad (22)$$

以上两式, 可作为考虑空间网之间或空间网与地面网之间联合处理时转换模型的基础。从不同性质的空间网尺度特性来区分, 联合处理有以下几种方式:

- (1) 尺度误差可忽略的空间网与以地心为相似变换中心的空间网的联合;
- (2) 尺度误差可忽略的空间网与以地面点为相似变换中心的空间网或地面网的联合;
- (3) 以地心为相似变换中心的空间网之间的联合;
- (4) 以地心为相似变换中心的空间网与以地面点为相似变换中心的空间网或地面网的联合;
- (5) 以地面点为相似变换中心的空间网之间或空间网与地面网之间的联合;
- (6) 三个以上的多种不同类空间网之间及其与地面网之间的联合。

对于上述不同情形, 两网间点位观测矢量之间的转换关系不同, 将现有的B、M、W三种模型与其进行比较, 可以得到这些模型相应的偏差, 下面逐一进行讨论。

对于情形(1), 若设 S_1, S_2 分别为不含尺度误差及含有尺度误差 dk_{S_2} 的空间网, $(\vec{r}_i)_{S_1}, (\vec{r}_i)_{S_2}$ 分别为其点位观测矢量, 从理论模型(20)式出发, 顾及(6)、(9)两式可得两网点位观测矢量的转换关系

$$(\vec{r}_i)_{S_1} = (\vec{r}_0)_{S_2} + R(\varepsilon)_{S_2} (1 + dk_{S_2}) (\vec{r}_i)_{S_2} \quad (23)$$

若忽略高阶项, 则上式的线性形式为:

$$(\vec{r}_i)_{S_1} = (\vec{r}_0)_{S_2} + dk_{S_2} (\vec{r}_i)_{S_2} + Q (\vec{r}_i)_{S_2} + (\vec{r}_i)_{S_2} \quad (24)$$

式中 $(\vec{r}_0)_{S_2}$ 即为 S_2 相对于 S_1 的坐标原点平移参数理论值(不含任何模型误差)。与(4.1)比较, 两者的形式完全一致。可见, 此时B模型即为上述两种空间网点位观测矢量间的理论转换模型。用该模型确定的转换参数不含任何附加偏差。 $(\vec{r}_0)_{S_2}$ 为 S_1 和 S_2 所属坐标系原点间的平移矢量准确值。

若 S_1 为基线矢量网, 则有转换模型:

$$(\vec{r}_{ij})_{S_1} = (\vec{r}_{ij})_{S_2} + Q (\vec{r}_{ij})_{S_2} + dk_{S_2} (\vec{r}_{ij})_{S_2} \quad (24.1)$$

这时, M和W模型的平移参数将分别含有以下模型偏差:

$$\delta r_0^M = dk_{S_2} (\vec{r}_q)_{S_2} + Q (\vec{r}_q)_{S_2} \quad (24.2)$$

$$\delta \vec{r}_0^W = dk_{s_2} (\vec{r}_q)_{s_2} \quad (24,3)$$

对于情形(2), 仍将(6)、(14)两式代入(20)得:

$$(\vec{r}_i)_{s_1} = (\vec{r}_0)_{s_2} + R(\varepsilon)_{s_2} \left((\vec{r}_i)_{s_2} + dk_{s_2} (\vec{r}_{q_i})_{s_2} \right) \quad (25)$$

略去高次项得:

$$(\vec{r}_i)_{s_1} = (\vec{r}_0)_{s_2} + dk_{s_2} (\vec{r}_{q_i})_{s_2} + Q(\vec{r}_i)_{s_2} + (\vec{r}_i)_{s_2} \quad (26)$$

与式(4.3)相比较, 可见两者形式完全一致。故对于情形(2), W模型完整地描述了 S_1 、 S_2 点位观测矢量间的转换关系。由该模型所确定的转换参数亦不含任何附加偏差。但是, 对于其它模型如B, M模型, 其平移参数将产生偏差, 分别将式(4.1)、(4.2)与(26)式比较, 可得B模型平移参数和M模型平移参数的偏差分别为:

$$\delta r_0^B = -dk_{s_2} (\vec{r}_q)_{s_2} \quad (27)$$

$$\delta r_0^M = Q(\vec{r}_q)_{s_2} \quad (28)$$

对于情形(3), 若设 dk_{s_1} 、 dk_{s_2} 分别表示两网各自的尺度误差, 则由(9)、(20)两式可得两网点位观测矢量间的转换关系:

$$(\vec{r}_i)_{s_1} + dk_{s_1} (\vec{r}_i)_{s_1} = (\vec{r}_0)_{s_2} + R(\varepsilon)_{s_2} (\vec{r}_i)_{s_2} + dk_{s_2} (\vec{r}_i)_{s_2} \quad (29)$$

略去高阶微小量得:

$$(\vec{r}_i)_{s_1} = (\vec{r}_0)_{s_2} + Q(\vec{r}_i)_{s_2} + (dk_{s_2} - dk_{s_1}) (\vec{r}_i)_{s_2} + (\vec{r}_i)_{s_2} \quad (30)$$

$$\text{令 } dk_{s_1 s_2} = dk_{s_2} - dk_{s_1}$$

显然 $dk_{s_2 s_1}$ 为两网尺度误差之差, 即网 S_2 相对于网 S_1 的相对尺度误差, 代入(30)得:

$$(\vec{r}_i)_{s_1} = (\vec{r}_0)_{s_2} + Q(\vec{r}_i)_{s_2} + dk_{s_1 s_2} (\vec{r}_i)_{s_2} + (\vec{r}_i)_{s_2} \quad (31)$$

与式(4.1)比较, 可见两者完全一致。因此, 对于以各自所属地心坐标系(严格地说应为近地心坐标系)的原点为尺度变换中心的空间网之间的联合处理。B模型准确描述了两网公共点位置矢量间的转换关系, 由之确定的两网转换参数不含任何偏差。若采用M模型或W模型, 则由之得到的平移参数将产生附加偏差, 该偏差由下面两式确定:

$$\delta \vec{r}_0^M = Q(\vec{r}_q)_{s_2} + dk_{s_1 s_2} (\vec{r}_q)_{s_2} \quad (32)$$

$$\delta \vec{r}_0^W = dk_{s_1 s_2} (\vec{r}_q)_{s_2} \quad (33)$$

对于情形(4), 设 S_1 、 S_2 分别为以地心为尺度变换中心的空间网和以地面点为尺度变换中心的空间网(或地面网)。 dk_{s_1} 、 dk_{s_2} 分别为 S_1 、 S_2 的尺度误差因子, 由(9)、(20)

诸式可得两网点位观测矢量间的转换关系

$$(\vec{r}_i)_{s_1} + dk_{s_1} (\vec{r}_i)_{s_1} = (\vec{r}_0)_{s_2} + R(\varepsilon)_{s_2} \left((\vec{r}_i)_{s_2} + dk_{s_2} (\vec{r}_{q_i})_{s_2} \right) \quad (34)$$

略去高阶微小量, 整理得:

$$(\vec{r}_i)_{S_1} = (\vec{r}_0)_{S_2} + Q(\vec{r}_i)_{S_2} + dk_{S_1 S_2}(\vec{r}_{q_i})_{S_2} - dk_{S_1}(\vec{r}_q)_{S_2} + (\vec{r}_i)_{S_2} \quad (35)$$

上式即为顾及两网不同尺度特性时两网公共点位置矢量间的真实关系。由于模型中含有两个尺度参数，不难证明，此时模型亏秩且秩亏数为1，为了求得一套完整的不含偏差的转换参数，尚需加入可为 S_1 、 S_2 提供尺度基准的高精度观测数据⁽⁶⁾。如果仅仅是 S_1 、 S_2 的联合处理则现有模型只能设置一个尺度参数($dk_{S_1 S_2}$)，该参数不能完全拟合两网尺度误差的影响，未被拟合的剩余误差部分将为平移参数所吸收，从而给平移参数带来附加偏差。将(4.1)~(4.3)分别与(35)式相比较，可得B、M、W三种转换模型平移参数与平移参数真值间的关系

$$(\vec{r}_0)_{S_2} = (\vec{r}_0)^B + dk_{S_2}(\vec{r}_q)_{S_2} \quad (36)$$

$$(\vec{r}_0)_{S_2} = (\vec{r}_0)^M - Q(\vec{r}_q)_{S_2} + dk_{S_1}(\vec{r}_q)_{S_2} \quad (37)$$

$$(\vec{r}_0)_{S_2} = (\vec{r}_0)^W + dk_{S_1}(\vec{r}_q)_{S_2} \quad (38)$$

对于情形(5)，若设地面某点 q 同为两网的尺度变换中心，则由(14)，(20)可得：

$$(\vec{r}_i)_{S_1} + dk_{S_1}(\vec{r}_{q_i})_{S_1} = (\vec{r}_0)_{S_2} + R(\epsilon)_{S_2} \left((\vec{r}_i)_{S_2} + dk_{S_2}(\vec{r}_{q_i})_{S_2} \right) \quad (39)$$

略去高阶项整理得：

$$(\vec{r}_i)_{S_1} = (\vec{r}_0)_{S_2} + dk_{S_1 S_2}(\vec{r}_{q_i})_{S_2} + Q(\vec{r}_i)_{S_2} + (\vec{r}_i)_{S_2} \quad (40)$$

与(4.3)相比较，可见上式即为W模型。在卫星网与地面网的联合平差中，若卫星网的尺度变换中心与地面网大地原点重合，则上述W模型将是两网位置矢量间的真实转换模型，由之确定的转换参数(平移参数)将不含任何偏差。如果采用B模型或M模型，则其平移参数的偏差可由下式确定：

$$\delta r_0^B = dk_{S_1 S_2}(\vec{r}_q)_{S_2} \quad (41)$$

$$\delta r_0^M = -Q(\vec{r}_q)_{S_2} \quad (42)$$

假如上述两网的相似变换中心不在同一地面点上，结论仍然成立。因为位置基准的变换不改变这种网的尺度误差特性。因此只需将一个网的尺度变换中心(即位置基准)移到与另一网的尺度变换中心的位置上即可(平差时还需对该网的方差阵作一基准变换)。

考虑同一个网中可能含有多种定位数据，为此下面给出一种包含了各种空间网及地面网的联合平差模型。

设 T 表示经典地面网， S_1 表示VLBI基线网， S_2 表示激光测卫(SLR)网， S_3 表示以地面某点为尺度变换中心的卫星网(GPS基线矢量网或多普勒联测定位网或短弧定位网)， S_4 表示以地心为其尺度变换中心的卫星网(单点定位型)设 \vec{r}_i 表示在以VLBI提供尺度基准和定向基准(尺度、坐标轴方向固定)，SLR提供位置基准(其坐标原点固定)的参考系中的位置矢量，则不难得到下述转换模型：

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{r}_{i1}) = (\vec{r}_{i1})_{S_1} \\ (\vec{r}_i) = (\vec{r}_0)_T + Q_T(\vec{r}_K)_T + dk_T(\vec{r}_{Ki})_T + (\vec{r}_i)_T \\ (\vec{r}_i) = Q_{S_2}(\vec{r}_i)_{S_2} + dk_{S_2}(\vec{r}_{ai})_{S_2} + (\vec{r}_i)_{S_2} \\ (\vec{r}_{iK}) = Q_{S_3}(\vec{r}_{iK})_{S_3} + dk_{S_3}(\vec{r}_{iK})_{S_3} + (\vec{r}_{iK})_{S_3} \\ (\vec{r}_i) = (\vec{r}_0)_{S_4} + Q_{S_4}(\vec{r}_i)_{S_4} + dk_{S_4}(\vec{r}_i)_{S_4} + (\vec{r}_i)_{S_4} \end{array} \right. \quad (43)$$

式中, $(\vec{r}_0)_T$, $(\vec{r}_0)_{S_4}$ 分别为网 T 、 S_4 所属坐标系和对于 S_2 即 SLR 所属坐标系原点的平移矢量, dk_T , dk_{S_2} , dk_{S_3} , dk_{S_4} 分别为网 T 、 S_2 、 S_3 、 S_4 相对于 VLBI 的尺度误差参数, 这一模型确定的平移参数不含上述系统性偏差。以此模型为基础, 若考虑地球的某些整体或局部动态参数, 可演化出一些顾及地球动态或动力学参数的模型来。

5 结 论

综合以上讨论, 对于多个不同类空间网地面网之间的联合处理, 可得如下几条结论。

(1) 对于两个单点定位型的空间网之间或它们与尺度误差可忽略的高精度空间网之间的联合处理, B模型不含任何模型误差, 为最佳备选模型。

(2) 对于两个相对定位型的空间网之间或它们与尺度误差可忽略的高精度空间网之间以及与地面网之间的联合处理, W模型不含任何模型误差, 为最佳备选模型。

(3) M模型, 由于其定义上的缺陷, 无论在何种网的联合处理中, 都含有模型偏差。

(4) 单点定位型的空间网与其它某一种相对定位型的空间网或地面网联合时, 现有的所有模型都不可避免地含有不同程度的模型误差, 因此, 联合处理时, 应尽量避免这种情况。

参 考 文 献

- [1] 周忠谟. 地面网与卫星网之间转换的数学模型. 测绘出版社, 1984.
- [2] 刘经南. 卫星网地面网联合平差转换模型的等价性. 武汉测绘学院学报, 1983(1)
- [3] I I Mueller. Lecture Notes And Scientific papers. 武汉测绘学院, 1982, 5.
- [4] D E Wellas. Guide to GPS Positioning. Canadian GPS Associates, 1986.
- [5] K, Fritz, Bruoner ect. Test Measurements Using the WM101 Proceeding of Geodetic Positioning by GPS, 1986.
- [6] 余彬彬. VLBI、卫星网和地面网联合平差的数学模型. 武汉测绘科技大学学报, 1989(1).

The Transformation Models for Combining Different Types of 3-D Positioning Networks

Liu Jingnan She Binbin

Abstract

In this paper, We have analysed the differences in the definition of coordinate transformation models between different types of 3-D positioning networks (abbreviated as space networks) for the combination of them and strictly defined the systematic scale biases of space networks from the point of probability and statistics. The properties of the scale biases, inherent in the space networks of different type, are discussed and identified. Basing upon the theoretical transformation model put forward in this paper, we have also analysed the properties of various practical transformation models as well as their biases in the combination of different types of space networks. Finally, a comprehensive model for combining different space networks (VLBI, SLR, GPS and terrestrial network) has been proposed.

[Key words] three-dimensional spatial positioning network; scale bias; transformation model

(上接第71页)

The Optimizing Desing Of Urban Network

Sun Haiyan

Abstract

Based on the analysis and comparation between the two method of second order optimizing design of networks—analytical and simulated method this paper has proposed the analytical-simulated method. Using this method in the second order optimizing design of the secondrate urban network of Qingdao, a satisfactory survey plan has been got.

[Key words] analytical method; simulated method; analytical-simuated method